LEZIONE 16

Riepilogo: dim dol tes dei due construieri, successione Cimitata e infinitesima, algebra dei Cimiti, operazioni su IR

ALGEBRA ŒI LIKITI:

Qu → C plu u → +00

· re l+ lu non é una F. I. alora

(Qu +bu) -> C+W, U>+00. re C·W NON E Wes F.I. Dose

 $(a_{11},b_{11}) \rightarrow \ell \cdot u \quad u \rightarrow +\infty$

· se in NON è ma F.I. bu to DEF, alora

 $\frac{a_{\mu}}{b_{\mu}} \rightarrow \frac{e}{\omega}$, $u \rightarrow +\infty$.

(i) Vogliour din du Cu:=an+bu, n ∈ 5, les limite per u >+00, e questo limite vole e+u CASO 1: P, M E IR, dobbious dim che 4€>0 3 TEN: Yu≥ TI Cu-(e+w) 1 LE Finhous E>0 = D] Ma ∈ IN: Vu ≥ Ma | Qu - C | LE (lim Qu=l)] Tube IN: Yu > Tub | bu- w | LE (Pim bu=w) Prendiques u = max {ua, ub}, | Cu-(l+w)) = | (Qu+bu) - (l+w) | = | (Qu-e) + (bu-w) | DIS TRIANGOLARE L E + E = 2E Abhiana la Condisione con "2E" a posto di "E", us le due conditioni sons equivolenti.

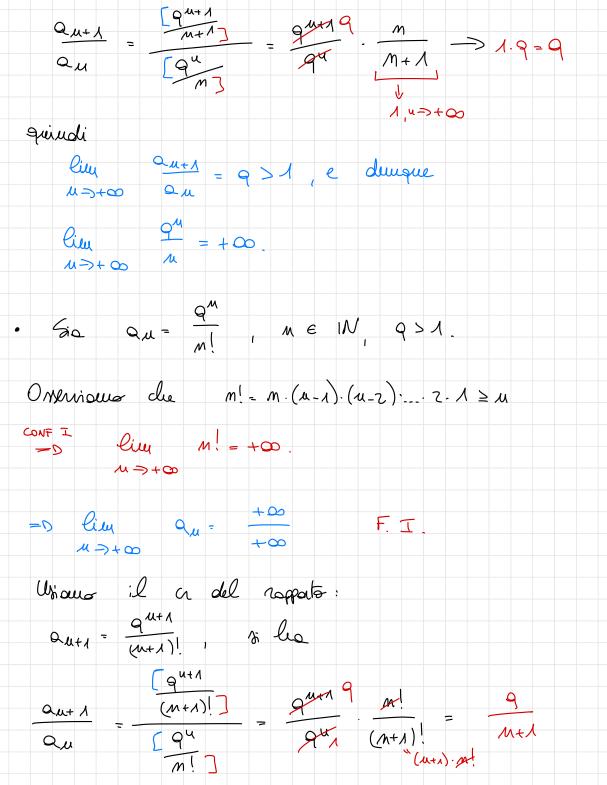
ilu $\frac{bu}{b+\infty} = \frac{(+\infty)^2 + \Lambda}{+\infty} = \frac{+\infty}{+\infty}$ $\frac{bn}{b+\Lambda} = \frac{m^2(1 + \frac{1}{u^2})}{m^2(1 + \frac{1}{u^2})} = \frac{m^2(1 + \frac{1}{u^2})}{m^2(1 + \frac{1}{u^2})} = \frac{1}{m^2(1 + \frac{1}{u^2})} = \frac{1}$ liu u>+0 $\lim_{n \to +\infty} \frac{\alpha_n}{\beta_n} = \frac{+\infty}{+\infty}$ F. I., & dimostro che questo limite tende a O. 045: per risolvere limiti del tipo + 00 (vole ouche cal- ∞) ri naccoolie à numeratore e deuxueinatore il teruite de "conserdo", Cia quella che " La Oll'infinitor più relocemente", e confrantali

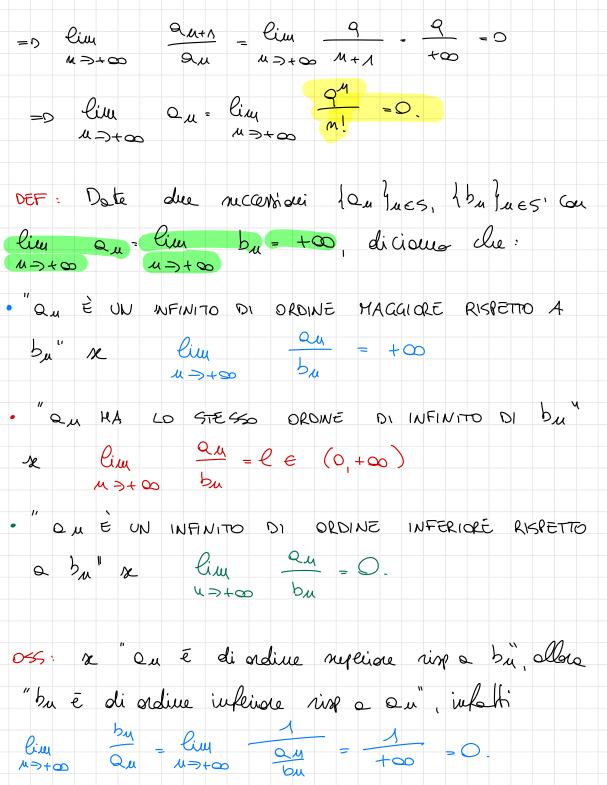
$$9 \in (0,1)$$
: ci ricaduciones a un cos preadente:

 $8 = \frac{1}{9} > 1$, e

 $8 = \frac{1}{9} >$

TEORENA (CRITERIO DEL RAPPORTO) Sia langues con au >0 DEF. Supposiones che exista lim $\frac{\Delta u + \Lambda}{u \Rightarrow +\infty} = \ell$ · l >1 => lim Qu = +0. · le [0,1) =0 lim Qu = 0. 055: il cos l=1 è una F.I. APPLICAZIONI: Colchious il limite della necessique $Qu = \frac{9^m}{m}$, 9 > 1, $n \in \mathbb{N}_0$ lim = +0 F. I. Provious ad applicare il criteris del rapports: $Q_{M} = \frac{Q^{M}}{M}$ $Q_{M+1} = \frac{Q^{M+1}}{M+1}$ allow:





GERARCHIA DEGLI INFINITI: loga (m) ~ mB ~ 9" 2 m! 2 mm 9>1 PER CASA: dive cle on = n! è di ordine infériore rispetto a bu = mm. 055: x modifichiones le espressioni delle successioni sopra, uou é detro de la gerorchia si mantenga: (w_5) | $> w_w$ LIMITI NOTEVOLI Sia langues une successione infinitesima con anto DEF. allos · Pin = 1 · lim e = 1. (= e°) $\begin{array}{ccc}
\cdot & \lim_{\lambda \to +\infty} & \frac{\ln(\alpha_{\lambda} + \lambda)}{\alpha_{\lambda}} = \lambda
\end{array}$ - $\lim_{n \to +\infty} \ln(\alpha_n + 1) = 0$.

· lim =1 · lim sin (Qu) = 0 M>+0 Sin (0) 1- con(ou) = 1 · lim cos (an) = 1. . lim U=>+00 Da questo abbiens de: Qu > l e lR per u > + 00, ollora lim e = e. u > + 00 lim sin (an)= sin (l) PER CASA, usone and e allora lim cos (Qu)= cos(l) au-6>0 とりもの abbiques du se =0 au - l >0 par ustos. Quiudi: $(a_n - e) = 1$ $u \Rightarrow +\infty$ $u \Rightarrow +\infty$

055: Se lim on = l e TR, alloro per oquimell, la successione bu: = Q n+u la limite l'per M=>+00. Se au se per u >+00, la nuccerrique Quer > l pa 4 >+00. PROPOSIZIONE Sio {ou }u \ s, olloro x einste il lim ou-l ou l E IR, olloro l é l'unco P.D.A. per l'insieme { Qu'ueS}, e Qu + l'olef. dim lé P.D.A. per A= hou: uc5) se ΨU∈ Je Anu le] ≠φ Dim de se lim on-l, allora l'é P.D.A. per Fimous UE Je, alora JVE 1/+00: QuEU, per ogni MEVNS

Abbiques che QuEA per ogni u E V n S Cice on E UnA 1 Les DEFINITIVAMENTE. exupio Dato A= { M+1 : u ∈ No}, padui lim Qu=1 e Qu>1 Hu e No, reque che L'UNIGO P.D.A. per A E 1