

Оценка рыночных рисков

Финансовая эконометрика

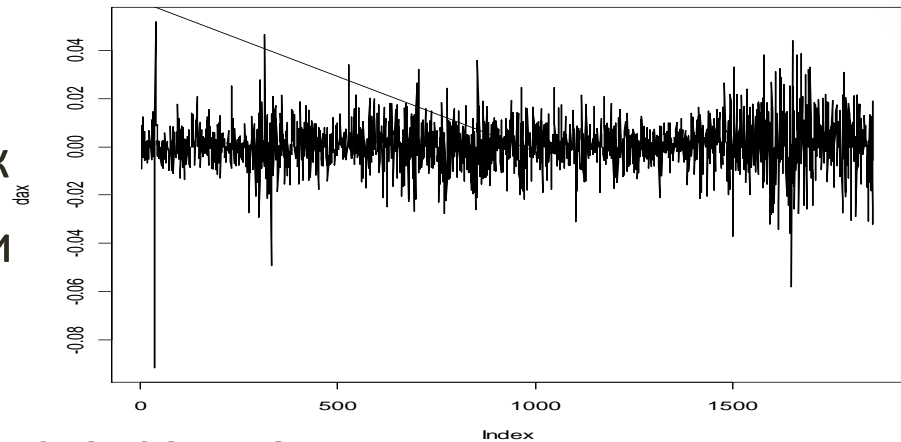
Исходные данные

```
library(datasets)
dax <- EuStockMarkets[, "DAX"]

T <- length(dax) - 1
dax <- dax[2:(T+1)]/dax[1:T] - 1
```

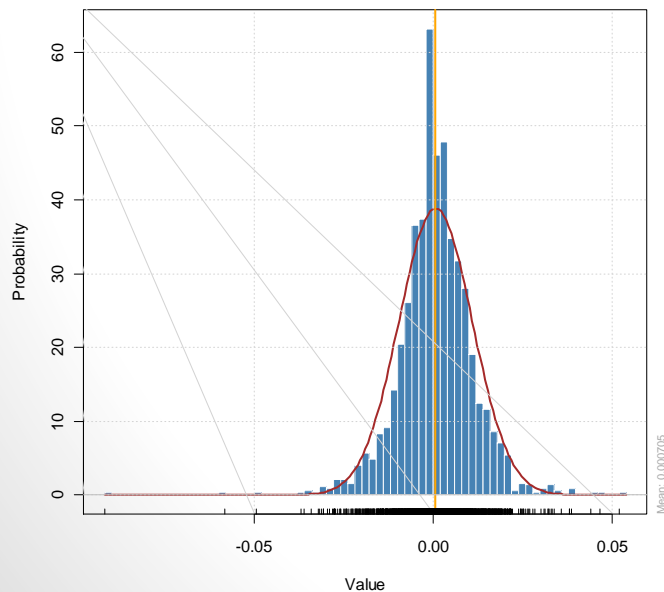
Статистическая информация

```
library(fBasics)  
plot(dax,type="l") # график  
basicStats(dax) # статистики
```

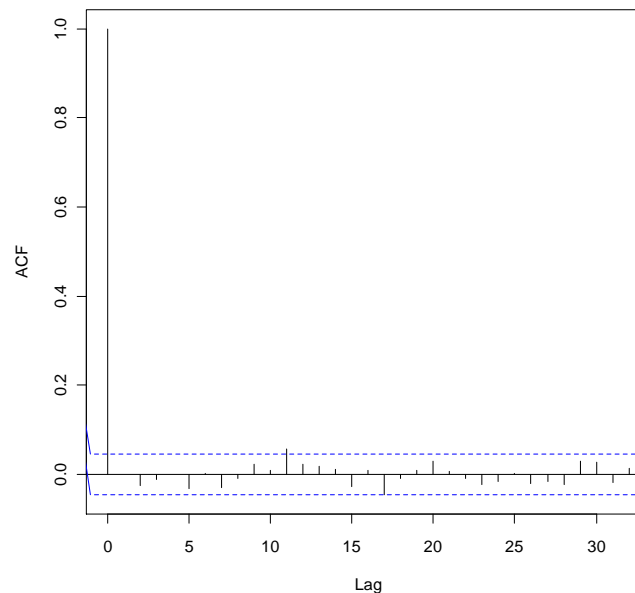


```
histPlot(timeSeries(dax)) # гистограмма  
acf(dax) # автокорреляционная функция
```

SS.1 Histogram

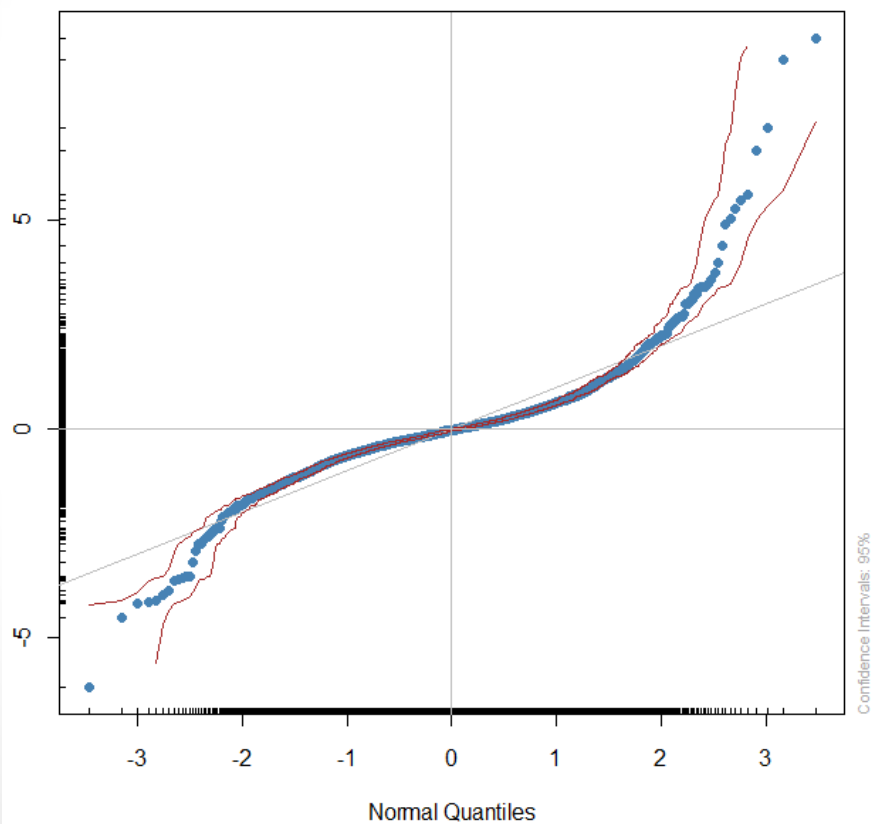


Series dax



Тесты на нормальность

`qqnormPlot(dax)` # график квантиль-квантиль
`jarqueberaTest(dax)`



Оценка параметров распределения

```
library(ghyp)
```

```
fit.[...]uv(dax,symmetric=FALSE,silent=TRUE)
```

если symmetric == FALSE, то оценивается скошенное

распределение, иначе — симметричное;

вместо [...] следует подставить название распределения:

ghyp — обобщённое гиперболическое

hyp — гиперболическое

NIG — нормально-обратное гауссовское

VG — Variance-Gamma

t — t-распределение Стьюдента

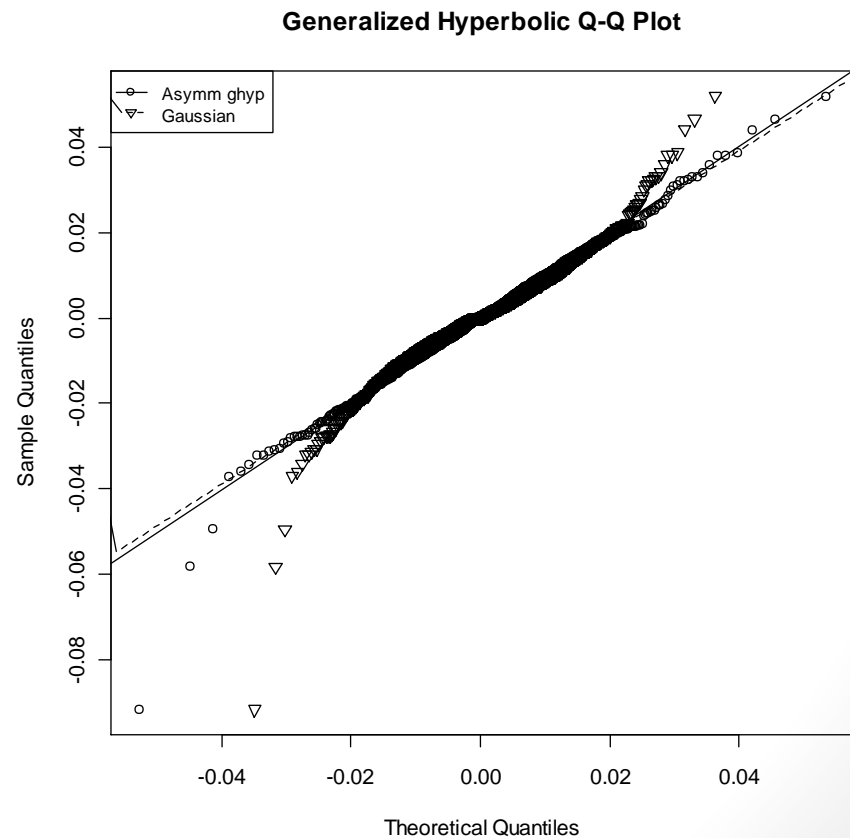
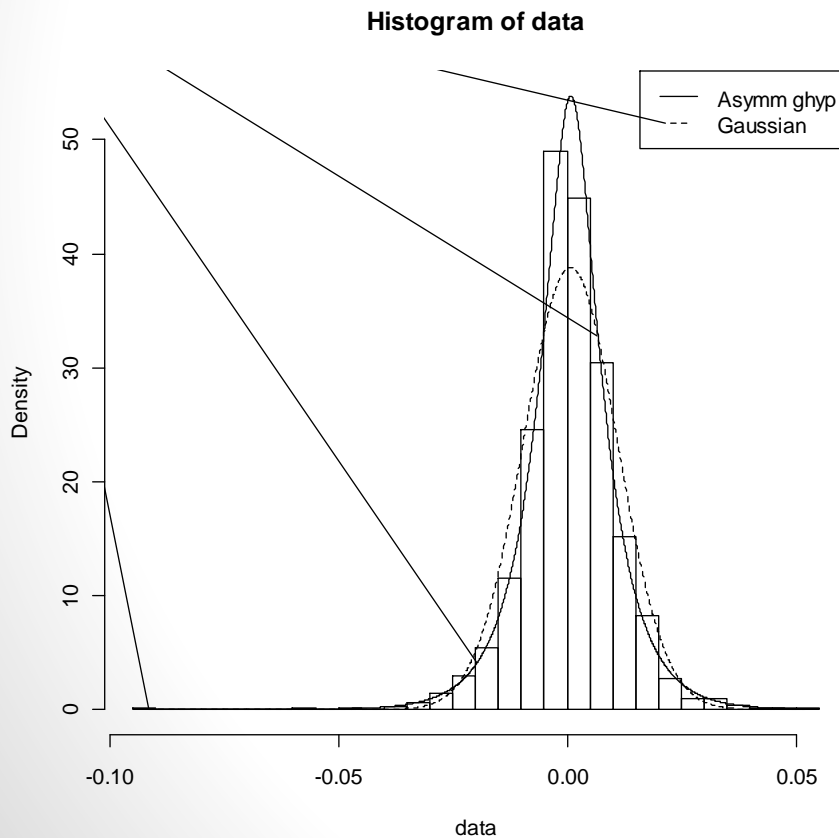
gauss — нормальное

Графический анализ модели

```
dax.ghyp <- fit.ghypuv(dax,symmetric=FALSE,silent=TRUE)
```

```
hist(dax.ghyp) # гистограмма
```

```
qqghyp(dax.ghyp) # график квантиль-квантиль
```



Выбор наилучшей модели

Отношение правдоподобия

H_0 : более общая модель обладает той же объясняющей силой, что и её частный случай

$$LR = -2\ln \frac{L_{H_0}}{L_{H_{alt}}} \sim \chi^2(\nu), \quad \nu = df_{H_0} - df_{H_{alt}}$$

```
dax.t <- fit.tuv(dax, symmetric=FALSE, silent=TRUE)
lik.ratio.test(dax.ghyp, dax.t, conf.level=0.95)
```

Информационный критерий Акаике

$AIC = 2k - 2\ln(L) \rightarrow \min$, k — количество параметров модели

```
aic.uv <- stepAIC.ghyp(dax, dist=c("gauss", "t", "ghyp"),
  symmetric=NULL, silent=TRUE)
summary(aic.uv$best.model) # статистики по модели
```

Оценка финансового риска

Меры риска:

- граница потерь (Value-at-Risk)

$$P(x < VaR_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$$

- ожидаемые потери (Expected Shortfall)

$$ES_{1-\alpha} = E(x | x < VaR_{1-\alpha})$$

Метод Монте-Карло

```
alpha <- 0.1; N <- 10^6
```

```
dax.sim <- rghyp(n=N,object=aic.uv$best.model)
```

```
dax.sim <- sort(dax.sim)
```

```
VaR <- dax.sim[alpha*N]
```

```
# другой вариант: VaR <- qghyp(alpha,object=aic.uv$best.model)
```

```
ES <- mean(dax.sim[1:(alpha*N-1)])
```

VaR	-0.011
ES	-0.018

Кривая VaR

Используется для тестирования качества оценок риска

Кривая VaR — набор последовательных во времени значений VaR

разделим выборку на обучающую и экзаменующую

```
T1 <- 6*260; T2 <- T - T1
```

на пространстве экзаменующей выборки построим набор

последовательных значений VaR

```
VaR <- numeric()
```

```
h <- 0.5 * 260 # длина обучающей выборки
```

```
for (i in (T1+1):(T1+T2)) {  
  h.dax <- dax[(i-h):(i-1)]  
  dax.fit <- stepAIC.ghyp(h.dax, dist=c("gauss", "t", "ghyp"),  
    symmetric=NULL, silent=TRUE)  
  VaR[i-T1] <- qghyp(alpha, object=dax.fit$best.model)  
}
```

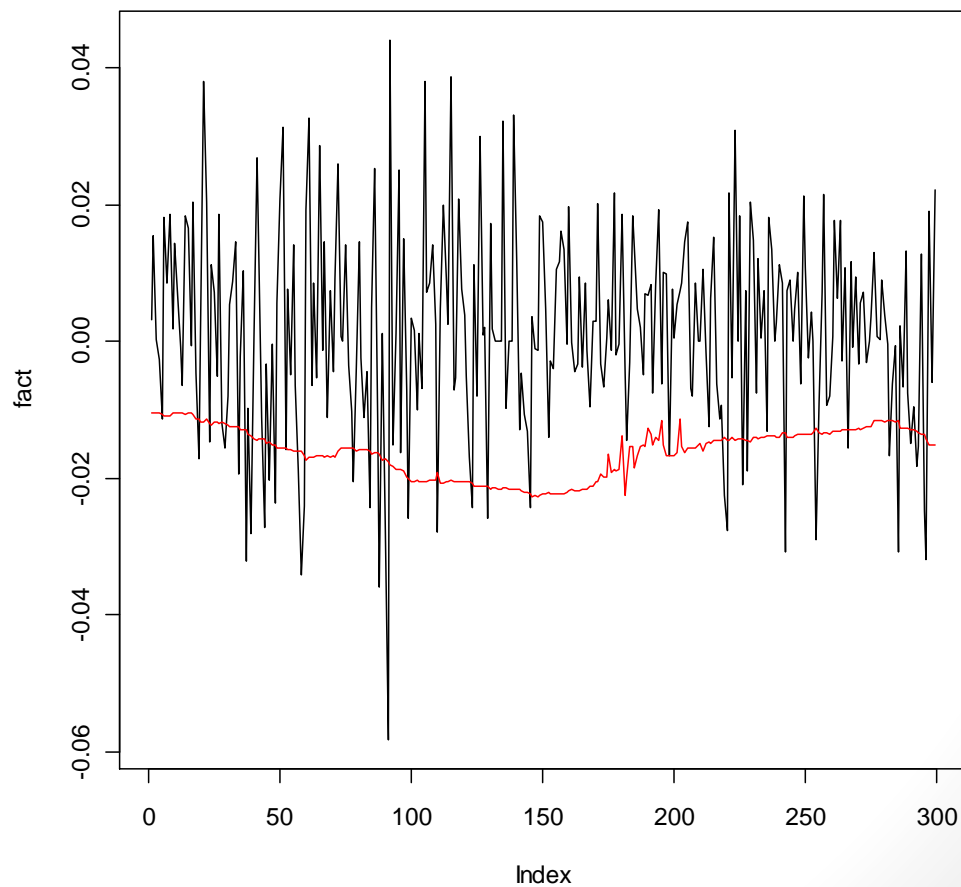
Кривая VaR

сравнение оценок риска с фактом

```
fact <- dax[(T1+1):(T1+T2)]
```

```
plot(fact,type="l")
```

```
lines(VaR,col="red")
```



Кривая VaR

Тест Купика

Идея состоит в сравнении модельной и эмпирической частот превышений фактическими убытками границы VaR

$$K = \sum I(x_t < VaR_t), \quad \alpha_0 = \frac{K}{T_2}$$

$$H_0: \alpha_0 = \alpha$$

Статистика:

$$S = -2 \ln((1 - \alpha)^{T_2 - K} \alpha^K) + 2 \ln((1 - \alpha_0)^{T_2 - K} \alpha_0^K) \sim \chi^2(1)$$

тест Купика в R:

```
K <- sum(fact < VaR); alpha0 <- K/T2  
S <- -2*log((1-alpha)^(T2-K)*alpha^K) +  
2*log((1-alpha0)^(T2-K)*alpha0^K)  
p.value <- 1-pchisq(S,df=1)
```

alpha	0.100
alpha0	0.130
p.value	0.092

Кривая VaR

Функции потерь

Величина функции потерь измеряет глубину пробоев кривой VaR и интерпретируется как размер понесённых потерь

Функция потерь Лопеса:

$$L_{Lo} = \frac{1}{K} \sum_{t=T_1+1}^{T_2} ((x_t - VaR_t)^2 \cdot I(x_t < VaR_t))$$

Функция потерь Бланко-Ила:

$$L_{BI} = \frac{1}{K} \sum_{t=T_1+1}^{T_2} \left(\frac{x_t - VaR_t}{VaR_t} \cdot I(x_t < VaR_t) \right)$$

функции потерь в R:

```
L.Lo <- sum((fact-VaR)^2*(fact<VaR))/K
```

```
L.BI <- sum((fact-VaR)/VaR*(fact<VaR))/K
```

L.Lo*10^4	1.399
L.BI	0.611

Домашнее задание

- рассчитать оценки риска для биржевого индекса по всей совокупности наблюдений на основе наилучшей модели
- построить кривую VaR и проверить качество оценок
- проделать то же самое для нормального распределения и сравнить результаты

Исходные данные — EuStockMarkets[, "SMI"]

Бонусные задания (необязательные):

- провести тест Колмогорова—Смирнова на эквивалентность распределения доходностей биржевого индекса и выбранной вами наилучшей модели
- выполнить основное задание для индекса DAX, исключив одну наименьшую доходность, и определить, как изменились оценки риска

Двумерный случай

```
smi <- EuStockMarkets[, "SMI"]  
smi <- smi[2:(T+1)]/smi[1:T] - 1  
# доходности портфеля из двух активов  
prt <- array(c(dax, smi), dim=c(T, 2))
```

оценка параметров модели

```
prt.fit <- fit.[...]mv(prt, symmetric=FALSE, silent=TRUE)  
aic.mv <- stepAIC.ghyp(prt, [...])
```

оценки риска

```
prt.fit <- fit.ghypmv(prt, symmetric=FALSE, silent=TRUE)  
w <- c(0.5, 0.5) # веса активов в портфеле  
sim <- rghyp(n=N, object=prt.fit)  
prt.sim <- w[1]*sim[, 1]+w[2]*sim[, 2]  
prt.sim <- sort(prt.sim)  
VaR <- prt.sim[alpha*N]  
ES <- mean(prt.sim[1:(alpha*N-1)])
```

VaR	-0.009
ES	-0.017

Оптимизация портфеля

выбор оптимальных весов активов в портфеле

```
opt <- portfolio.optimize(prt.fit,  
risk.measure="value.at.risk",type="minimum.risk",  
target.return=NULL,risk.free=NULL,level=0.95,silent=TRUE)
```

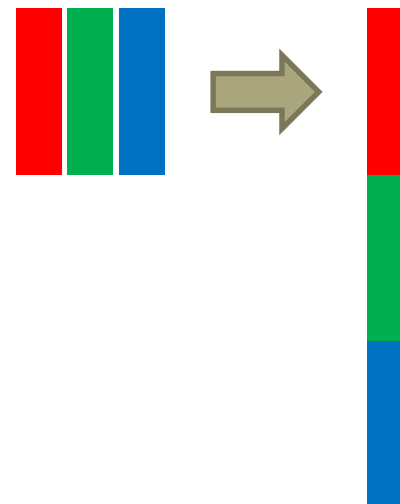
- ***risk.measure*** определяет целевой измеритель риска
"sd", "value.at.risk", "expected.shortfall"
- ***type*** — вид оптимизации
"minimum.risk" — по минимальному риску
"tangency" — по соотношению "(доходность – безрисковая ставка) / риск"
"target.return" — минимальный риск при заданной доходности

```
opt$opt.weights # искомые веса
```

Домашнее задание

Рассчитать значения границы потерь для последней сотни наблюдений набора данных `returns.csv`, по одной кривой для каждого ряда

Файл с ответом должен содержать столбец `id` и столбец с объединением векторов границ потерь, записанных один под другим



Решения принимаются на

https://kaggle.com/join/cmfg_hd_copulas