Определение аномалий (Anomaly detection)

Центр математических финансов

Основная идея

Если количество наблюдений обучающей выборки, принадлежащих к одному из классов, крайне мало, то алгоритм классификации строится на изучении свойств доминирующего класса

При этом наблюдения из большего класса считаются «нормальными», а наблюдения из меньшего — «аномалиями»

Принцип определения аномалий

Производится проверка, похоже ли наблюдение из экзаменующей выборки $x_{test}^{(i)}$ на нормальные наблюдения из обучающей выборки

Рассчитывается «вероятность нормальности»:

$$p\left(\vec{x}_{test}^{(i)}\right) < \varepsilon \Rightarrow \text{аномалия}, \quad p\left(\vec{x}_{test}^{(i)}\right) \geq \varepsilon \Rightarrow OK$$

Обычно делается предположение, что $x_{test} \sim N(\mu, \sigma)$, тогда

$$p\left(x_j; \mu_j, \sigma_j\right) = \frac{1}{\sigma_j\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left(x_j-\mu_j\right)^2}{2\sigma_j^2}\right)$$

Оценки параметров находятся с помощью ММП:

$$\hat{\vec{\mu}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \vec{x}_{train}^{(i)}, \quad \hat{\vec{\sigma}}^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_{train}^{(i)} - \hat{\vec{\mu}}\right)^2$$

$$p(\vec{x}) = p(x_1; \mu_1, \sigma_1) \times \cdots \times p(x_n; \mu_n, \sigma_n) = \prod_{j=1}^{n} p\left(x_j; \mu_j, \sigma_j\right)$$

Алгоритм определения аномалий

1. Выбрать показатели x_j, которые могут быть индикаторами аномалии
2. Подобрать параметры $\vec{\mu}$ и $\vec{\sigma}$
3. Рассчитать $p(\vec{x}) = \prod_{j=1}^{n} \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_j - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2}\right)$
4. $p(\vec{x}) < \varepsilon \Rightarrow \text{аномалия}$

Значение ε может быть определено на валидационной выборке

Разделение выборки

На три части

	ОК	Аномалии
Обучающая	60 %	0 %
Валидационная	20 %	50 %
Тестовая	20 %	50 %

На две части

	ОК	Аномалии
Обучающая	80 %	0 %
Валидационная	20 %	100 %

Область применения алгоритма определения аномалий

Условия применения

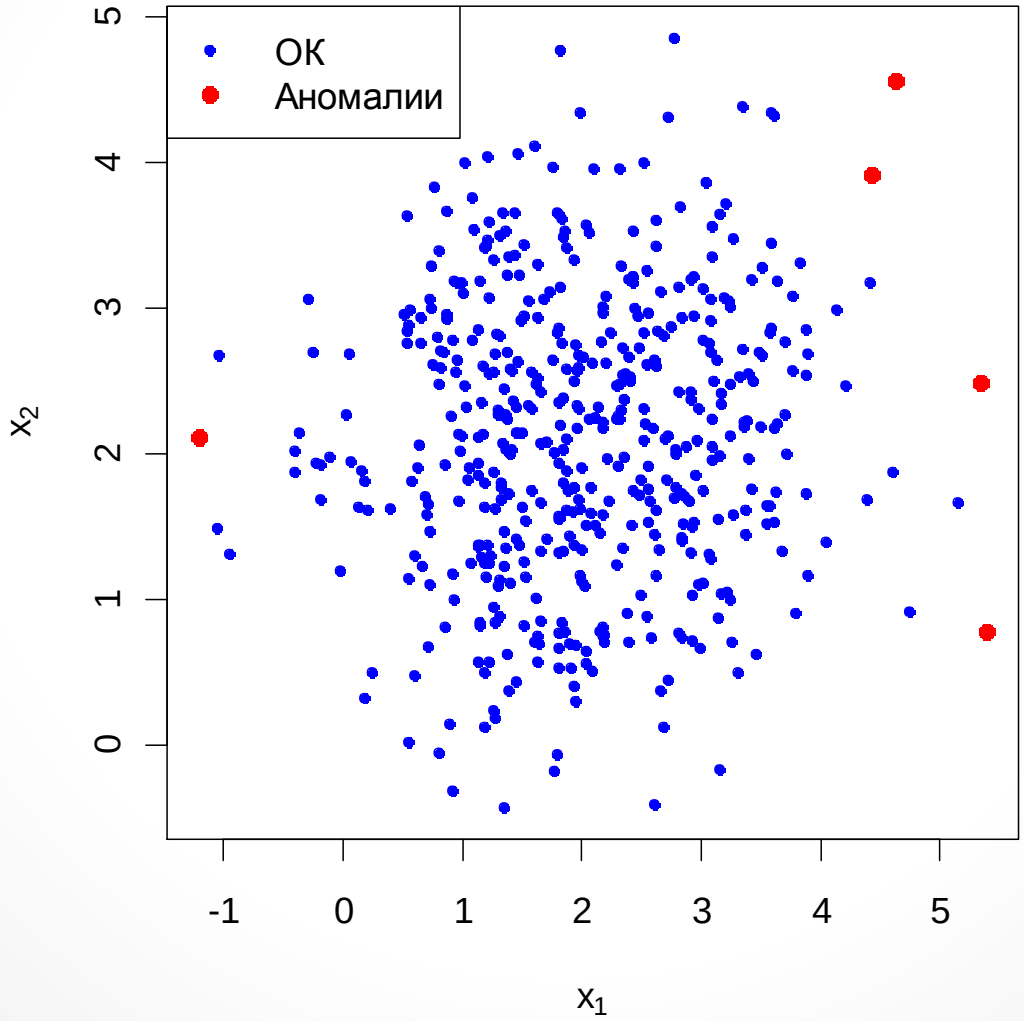
Определение аномалий	LR, NN, SVM
Малое количество (0 – 20) аномальных наблюдений	Большое количество наблюдений каждого класса
Большое количество возможных типов аномалий	Фиксированный тип аномалий

Области применения

Определение аномалий	LR, NN, SVM
Недобросовестное поведение пользователей	Спам в электронных письмах
Брак изделий	Прогноз погоды
Неисправность компьютеров в сети	Постановка диагноза

Определение аномалий в R

Пусть **X** — матрица наблюдений, **y** — классификатор



Разделение выборки

```
m <- nrow(X)

# номера «аномальных» наблюдений
anom.obs <- (1:m)[y==1]; la <- length(anom.obs)
m.cv <- round(0.2*(m-la)) + la; m.train <- m - m.cv
# номера экзаменующей и обучающей выборок
cv.obs <- c( sample((1:m)[-anom.obs],size=m.cv-la,replace=FALSE),
             anom.obs )
train.obs <- (1:m)[-cv.obs]

# разделение выборки
X.train <- X[train.obs,]; X.cv <- X[cv.obs,]
y.train <- y[train.obs]; y.cv <- y[cv.obs]
```

Подбор параметров и расчёт «вероятности нормальности»

оценки параметров

```
mu <- apply(X.train, 2, mean)
sigma <- apply(X.train, 2, sd)
```

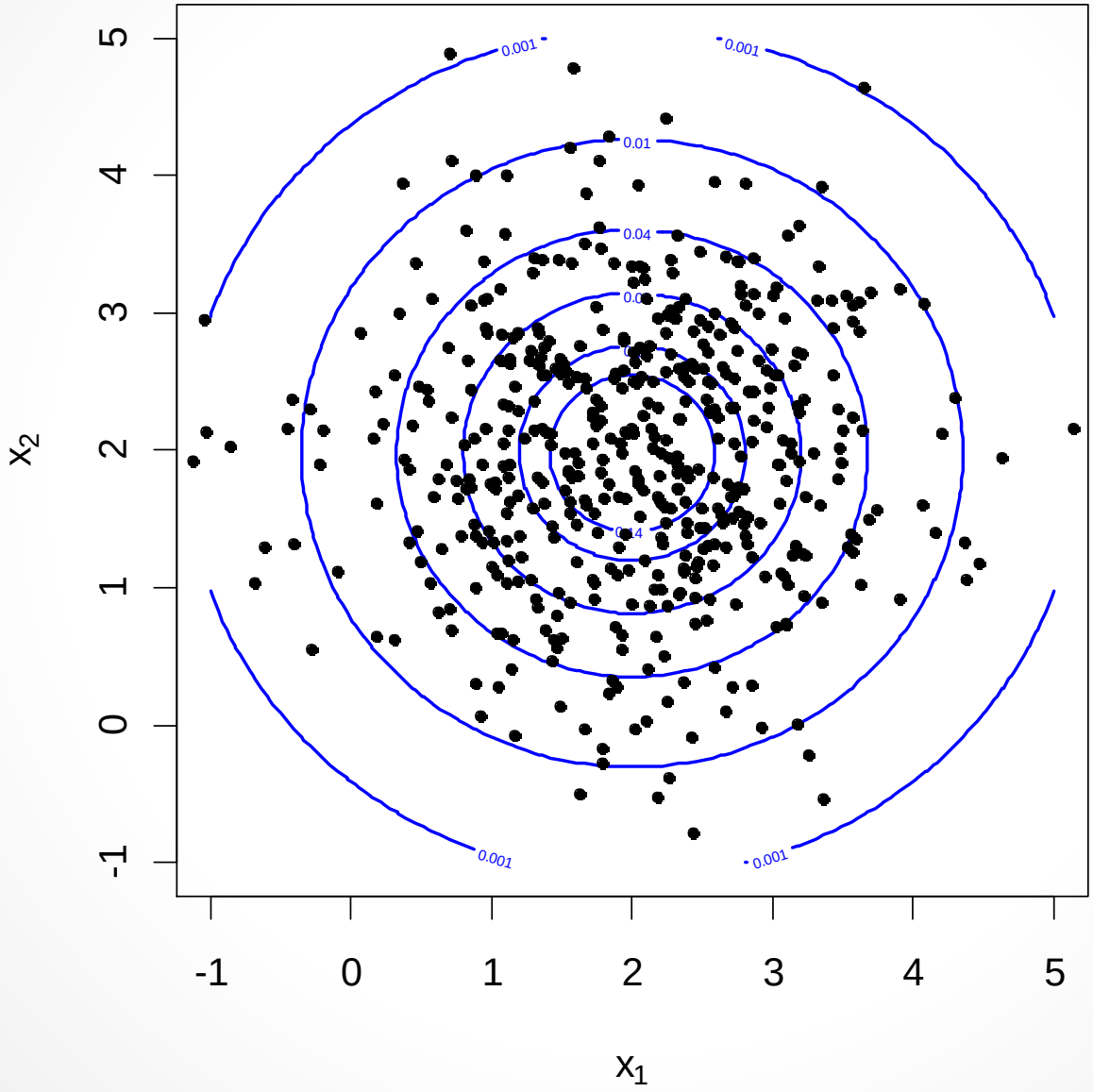
функция «вероятности»

```
p <- function(X,mu,sigma) {
  m <- nrow(X); n <- ncol(X)
  prob <- matrix(nrow=m,ncol=n)
  for (j in 1:n) prob[,j] <- dnorm(X[,j],mu[j],sigma[j])
  apply(prob, 1, prod)
}
```

определение «вероятностей»

```
prob.train <- p(X.train,mu,sigma)
prob.cv <- p(X.cv,mu,sigma)
```

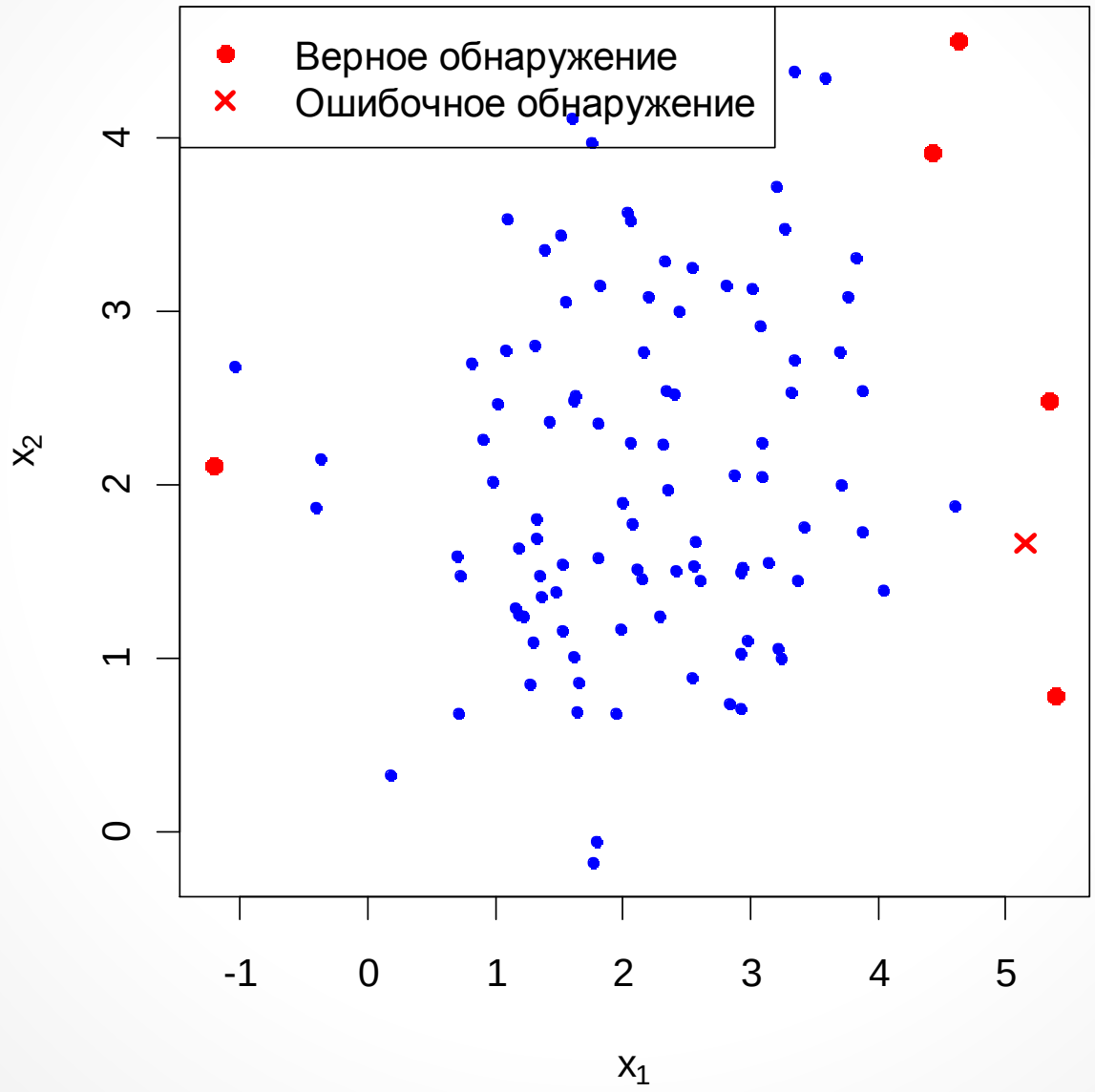
Линии уровня функции «вероятности»



Определение параметра ε

```
pr <- range(prob.cv) # границы возможных значений ε
res <- NULL  # в неё будут сохраняться результаты моделирования

# для каждого наблюдения экзаменующей выборки рассчитываем
# прогноз при определённом значении ε и сравниваем его с фактом
for (eps in seq(pr[1], pr[2], length = 1000)) {
  y.pred <- 1*(prob.cv < eps)
  res <- rbind(res, c(eps,fitStats(y.pred,y.cv)) )
}

dimnames(res)[[2]][1] <- "epsilon"  # заголовки

# выбор наиболее подходящего ε
j <- which.max(res[,"f1.score"])
eps <- res[j,"epsilon"]

# окончательный прогноз
y.pred <- 1*(prob.cv < eps)
```

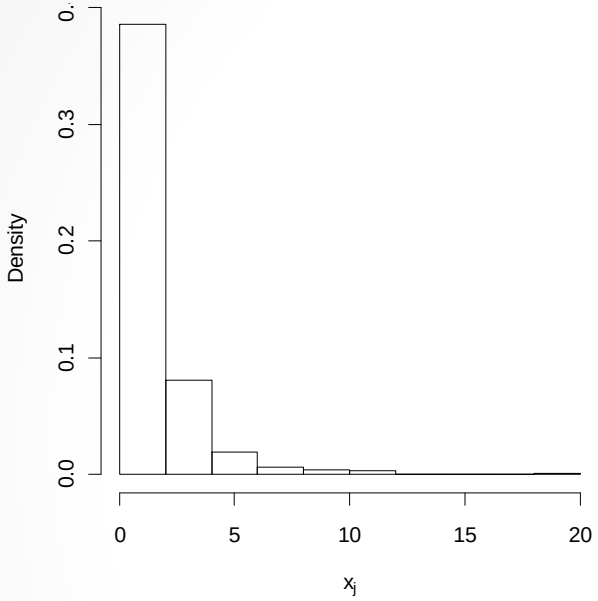
Результаты моделирования



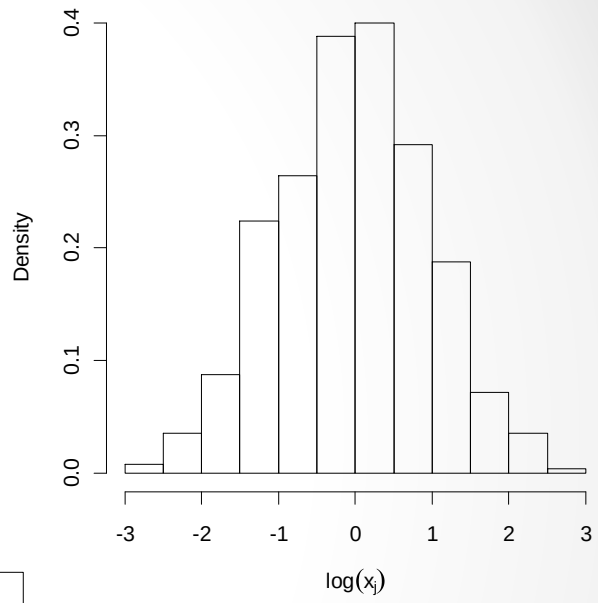
Случай негауссовских показателей

Применяется преобразование переменных

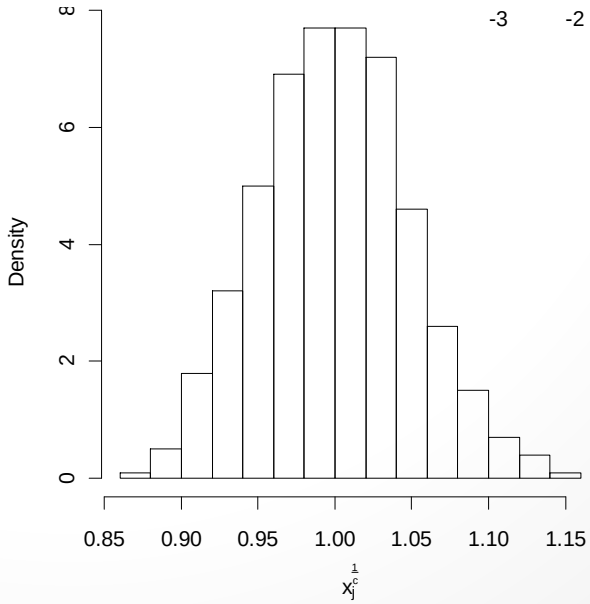
$x_j \sim$



$\log(x_j + c) \sim$

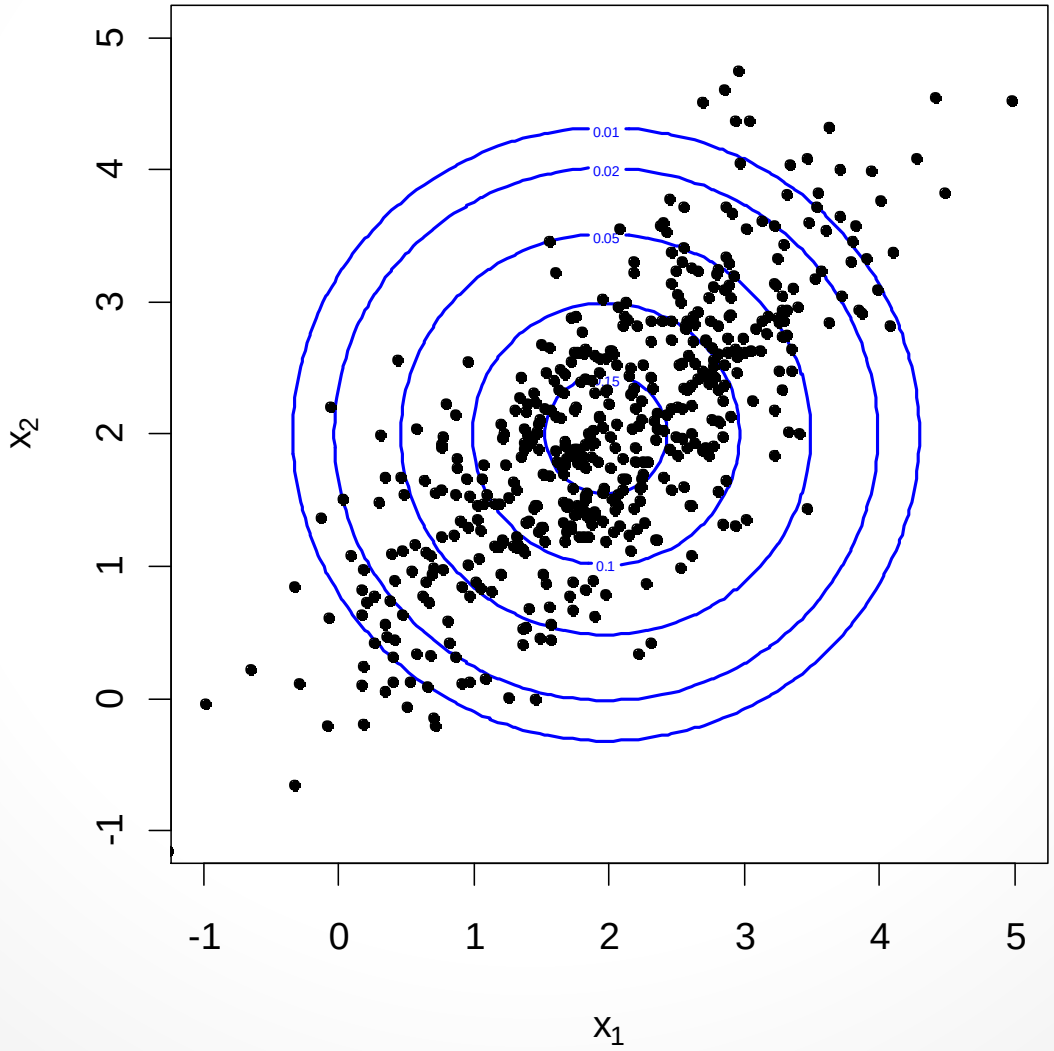


$x_j^{\frac{1}{c}} \sim$



Случай зависимых показателей

Для коррелированных признаков произведение «вероятностей» может давать неподходящий результат:

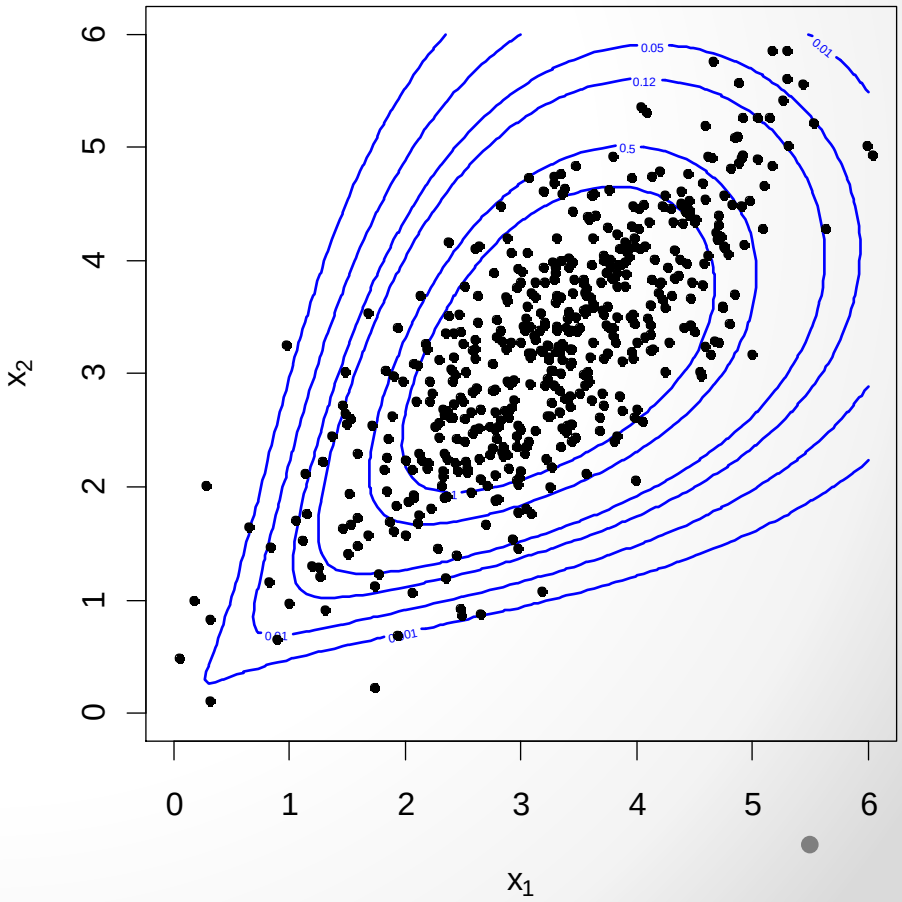


Создание новых признаков

Одна из возможностей справиться с коррелированным случаем — создание нового признака, способного уловить корреляцию

Для показанного примера можно использовать

$$\vec{x}_3 = \left(\frac{\vec{x}_2}{\vec{x}_1}\right)^{\frac{1}{c}}$$



Многомерные распределения

Другой способ заключается в использовании многомерных распределений (например, нормального)

$$\vec{\mu} \in R^n,\ \Sigma \in R^{n \times n}$$

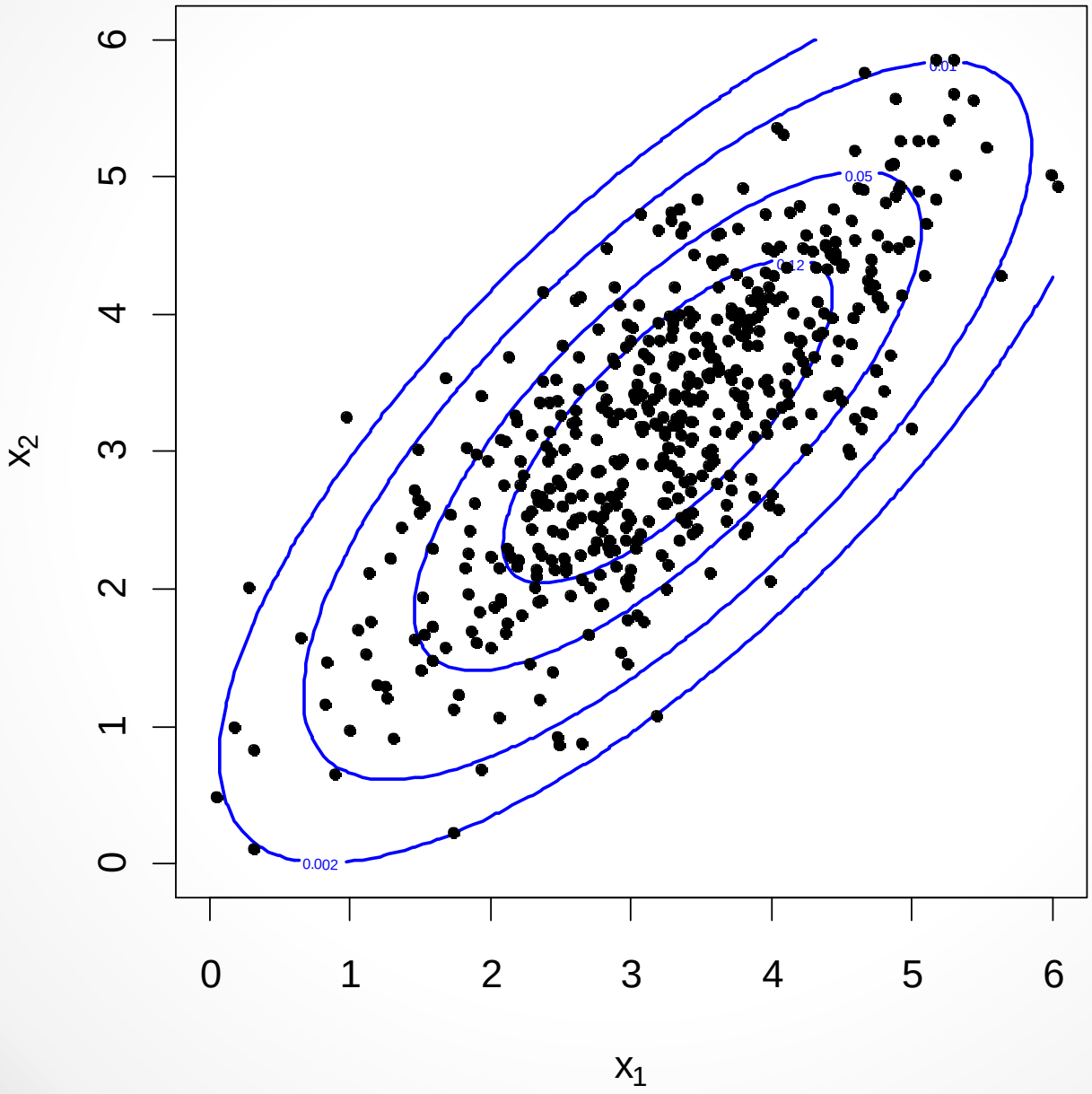
$$p(\vec{x}; \vec{\mu}, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{\mu})^T \Sigma^{-1} (\vec{x} - \vec{\mu})\right)$$

ММП-оценки:

$$\hat{\vec{\mu}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \vec{x}^{(i)},\ \hat{\Sigma} = \frac{1}{m-1} \left(X - \hat{\vec{\mu}}\right)^T \left(X - \hat{\vec{\mu}}\right)$$

В вычислительном плане этот способ — более тяжёлый, чем создание новых признаков

Многомерные распределения



Домашнее задание

Для стабильной работы дата-центра необходимо отслеживание неполадок в работе его компьютеров

В файле «AD_comp_train.csv» имеются данные о двух характеристиках работы компьютеров: загрузке процессора и использовании оперативной памяти

Вашей задачей является определение машин с необычным режимом работы в тестовой выборке «AD_comp_test.csv»

Решения принимаются на https://kaggle.com/join/cmf_computers

Домашнее задание