

DEEP LEARNING

Generative adversarial networks I

Борис Коваленко, Святослав Елизаров, Артем Грачев

2 февраля 2018

Высшая школа экономики

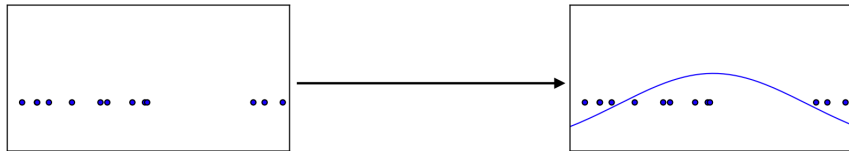


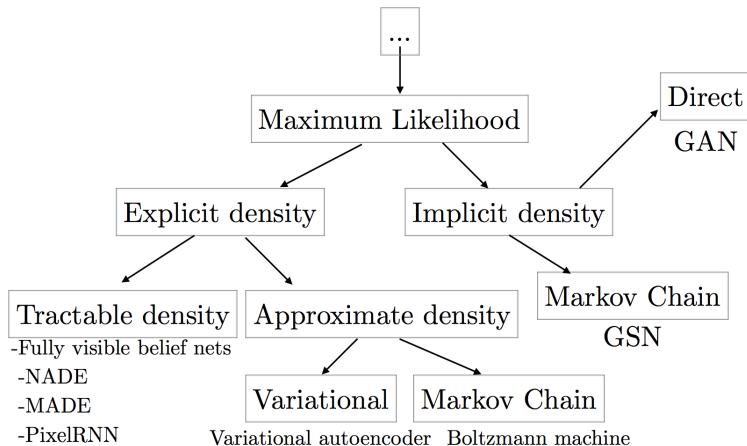
Рис. 1: Оценка плотности распределения на основе данных

$$\begin{aligned}\theta^* &= \arg \max_{\theta} \prod_{i=1}^m p_{\text{model}} \left(\mathbf{x}^{(i)}; \theta \right) \\ &= \arg \max_{\theta} \log \prod_{i=1}^m p_{\text{model}} \left(\mathbf{x}^{(i)}; \theta \right) \\ &= \arg \max_{\theta} \sum_{i=1}^m \log p_{\text{model}} \left(\mathbf{x}^{(i)}; \theta \right) .\end{aligned}$$

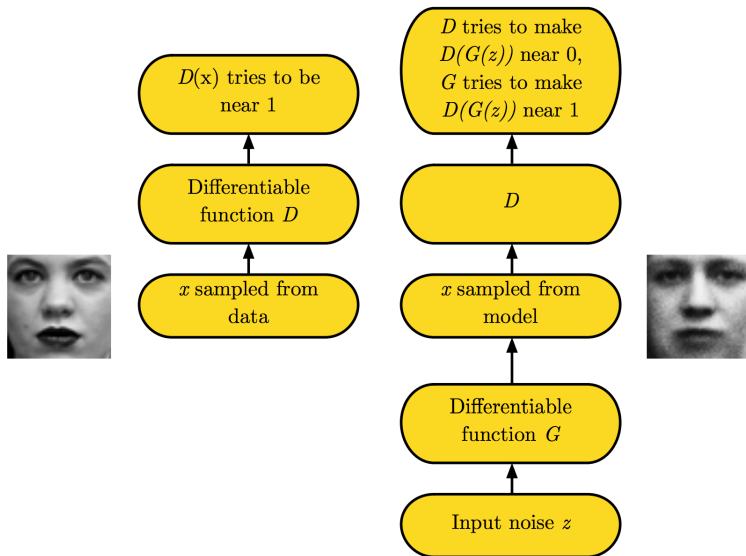
Максимизация log-likelihood эквивалентна минимизации KL-дивергенции между распределениями \hat{p}_{data} и p_{model}

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} D_{\text{KL}} \left(p_{\text{data}}(\mathbf{x}) \| p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \theta) \right) .$$

ОЦЕНКА ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



GENERATIVE ADVERSARIAL NETWORKS



Игра с 0 суммой:

$$\min_{\theta_g} \max_{\theta_d} \left[\mathbb{E}_{x \sim p_{data}} \log D_{\theta_d}(x) + \mathbb{E}_{z \sim p(z)} \log(1 - D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(z))) \right]$$

Для дискриминатора оптимизируем функционал с помощью градиентного подъема:

$$\max_{\theta_d} \left[\mathbb{E}_{x \sim p_{data}} \log D_{\theta_d}(x) + \mathbb{E}_{z \sim p(z)} \log(1 - D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(z))) \right]$$

Для генератора оптимизируем функционал с помощью градиентного спуска:

$$\min_{\theta_g} \mathbb{E}_{z \sim p(z)} \log(1 - D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(z)))$$

При фиксированном генераторе, оптимальные значения достигаются, если дискриминатор имеет вид:

$$D^* = \frac{\mathbb{P}}{\mathbb{P} + \mathbb{Q}}$$

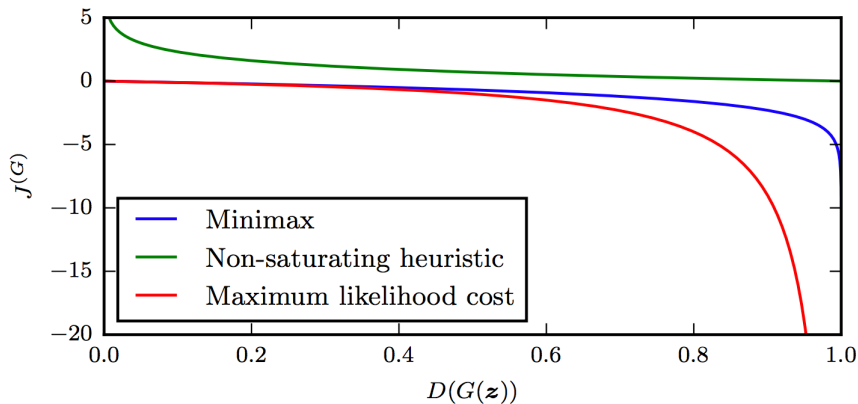
Где \mathbb{Q} – восстановленное распределение

Оптимизация такого min-max функционала в пространстве функций эквивалентно минимизации дивергенции Йенсена-Шеннона между истинным распределением и восстановленным распределением.

$$JS(\mathbb{P}, \mathbb{Q}) = KL(\mathbb{P} \| \frac{\mathbb{P} + \mathbb{Q}}{2}) + KL(\mathbb{Q} \| \frac{\mathbb{P} + \mathbb{Q}}{2})$$

Generative Adversarial Networks Ian J. Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bing Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron Courville, Yoshua Bengio

GENERATIVE ADVERSARIAL NETWORKS



Игра с 0 суммой:

$$\min_{\theta_g} \max_{\theta_d} \left[\mathbb{E}_{x \sim p_{data}} \log D_{\theta_d}(x) + \mathbb{E}_{z \sim p(z)} \log(1 - D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(z))) \right]$$

Для дискриминатора оптимизируем функционал с помощью градиентного подъема:

$$\max_{\theta_d} \left[\mathbb{E}_{x \sim p_{data}} \log D_{\theta_d}(x) + \mathbb{E}_{z \sim p(z)} \log(1 - D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(z))) \right]$$

Для генератора оптимизируем функционал с помощью градиентного ~~спуска~~ подъема:

$$\max_{\theta_g} \mathbb{E}_{z \sim p(z)} \log(D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(z)))$$

GENERATIVE ADVERSARIAL NETWORKS

Общее описание алгоритма:

for number of training iterations **do**

for k steps **do**

- Sample minibatch of m noise samples $\{\mathbf{z}^{(1)}, \dots, \mathbf{z}^{(m)}\}$ from noise prior $p_g(\mathbf{z})$.
- Sample minibatch of m examples $\{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(m)}\}$ from data generating distribution $p_{\text{data}}(\mathbf{x})$.
- Update the discriminator by ascending its stochastic gradient:

$$\nabla_{\theta_d} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\log D_{\theta_d}(\mathbf{x}^{(i)}) + \log(1 - D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(\mathbf{z}^{(i)}))) \right]$$

end for

- Sample minibatch of m noise samples $\{\mathbf{z}^{(1)}, \dots, \mathbf{z}^{(m)}\}$ from noise prior $p_g(\mathbf{z})$.
- Update the generator by ascending its stochastic gradient (improved objective):

$$\nabla_{\theta_g} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \log(D_{\theta_d}(G_{\theta_g}(\mathbf{z}^{(i)})))$$

end for

Generative Adversarial Networks Ian J. Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bing Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron Courville, Yoshua Bengio

Проблемы GAN:

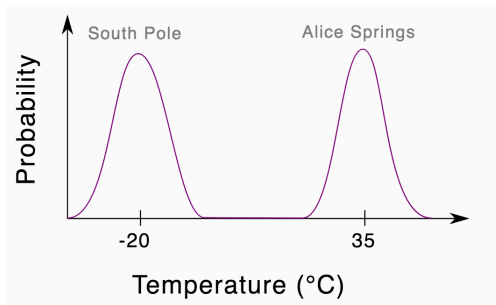
1. Сходимость алгоритма гарантирована только если мы работаем в пространстве функций. На практике функции представлены нейронными сетями, т.е. мы находимся в пространстве параметров.
2. Осциляции функций потерь при обучении
3. Коллапс моды
4. И др.

Немного о коллапсе моды:

Немного о коллапсе моды:



Немного о коллапсе моды:



Пример задачи с коллапсом моды

Немного о коллапсе моды:

1. Генератор понимает, что если будет выдавать только температуру с Южного Полюса, то дискриминатор ничего не поймет
2. Дискриминатор понимает что его обманывает и начинает подбрасывать монетку, чтобы угадать температура реальная или нет
3. Генератор понимает, что дискриминатор понял что погода с Южного Полюса фейковая и наченает генерировать погоду только из Австралии
4. Дискриминатор снова понял что его обманывают, но теперь фейки идут в Австралийской погоде и он начинает угадывать их там
5. См. пункт 1

Как эмпирически понять, что коллапс моды состоялся?

Как эмпирически понять, что коллапс моды состоялся?

Парадокс дня рождения. Есть суппорт распределения N , то в семпле размера \sqrt{N} наверняка будет дубликат.

Как эмпирически понять, что коллапс моды состоялся?

Парадокс дня рождения. Есть суппорт распределения N , то в семпле размера \sqrt{N} наверняка будет дубликат.

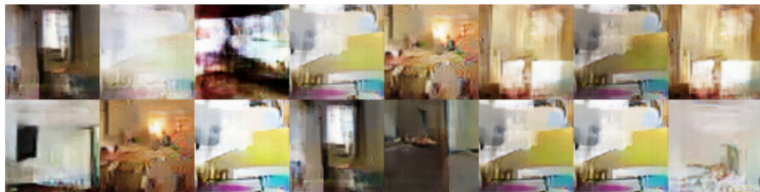
1. Сгенерировать семпл размера s
2. Найти дубликаты в семле
3. Повторить до сходимости вероятности дубликата в семпле размера s

Если вероятность дубликата в семпле размера s велика, то суппорт примерно равен s^2

Do GANs actually learn the distribution? An empirical study /
Sanjeev Arora, Yi Zhang

GENERATIVE ADVERSARIAL NETWORKS

Пример колласпа моды для картинок:



Wasserstein GAN / Martin Arjovsky, Soumith Chintala, Léon Bottou

$$\mathbb{E}_{z \sim p(z)} - \log(D_w(G_\theta(z)))$$

Для фиксированного оптимального дискриминатора функция равна:

$$KL(\mathbb{Q} \parallel \mathbb{P}) - 2JS(\mathbb{P}, \mathbb{Q})$$

Какие выводы мы можем сделать?

Как преодолеть эти проблемы?