

实验九 刚体转动实验

实验人：钟易轩

指导教师：王晨旭

组号：九组七号

学号：2000012706

实验时间：2021 年 12 月 10 日 实验地点：物理楼南楼 133

【实验目的】

- (1) 用转动法测定刚体转动惯量；
- (2) 观测刚体的转动惯量随其质量和质量分布不同而改变的状况。

【仪器用具】

刚体转动实验装置，停表，砝码及砝码托，游标卡尺，钢卷尺等。

【实验数据处理】

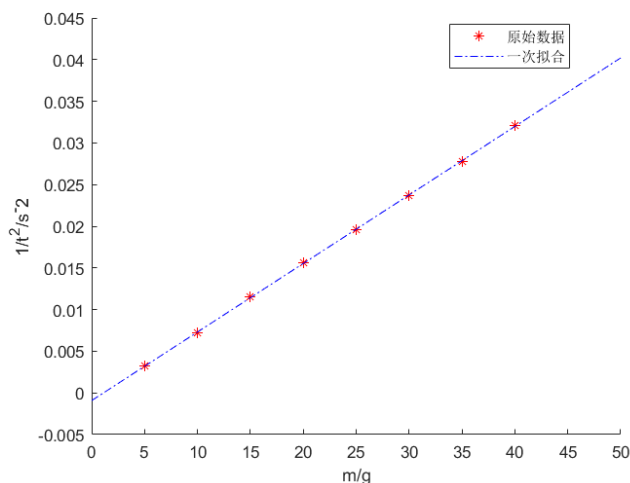
1. $m - \frac{1}{t^2}$ 关系

将一切装置安装并调节好之后，选择 $r = 2.50\text{cm}$ 的塔轮，再将圆柱形重物放置在 (5, 5') 的位置上。将 m 从一固定高度由静止落下，下落距离为 $h = 85.85\text{cm}$ 。改变 m ，每次增加 5.00g ，用停表计时三次取平均，得出表 1。

表 1: 实验一数据表

m/g	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00
t_1/s	17.72	11.75	9.34	7.94	7.19	6.50	6.10	5.68
t_2/s	18.16	11.71	9.16	8.07	6.97	6.44	5.97	5.53
t_3/s	17.03	11.88	9.40	8.03	7.28	6.56	5.94	5.53
\bar{t}/s	17.64	11.78	9.30	8.01	7.15	6.50	6.00	5.58
$\frac{1}{\bar{t}^2} \cdot (10^{-3}\text{s}^{-2})$	3.21	7.21	11.56	15.59	19.56	23.67	27.77	32.12

由于 m 的误差更小，因此选用 m 做自变量， $\frac{1}{t^2}$ 做因变量进行直线拟合。得出如下图像，

图 1: $m - \frac{1}{t^2}$ 线性回归图

由方程 $mgr - M_\mu = \frac{2hI}{rt^2}$ 得, 有 $\frac{1}{t^2} = \frac{gr^2}{2hI}m - \frac{M_\mu r}{2hI}$. 通过回归计算得到 $k = 8.22548 \times 10^{-4} g^{-1} s^{-2}$, 且有截距为 $b = -9.21071 \times 10^{-4} s^{-2}$ 以及相关系数 $r^2 = 0.99987$. 则有 $\frac{gr^2}{2hI} = 8.22548 \times 10^{-4}$, 又因为北京地区的重力加速度 $g = 9.81 m/s^2$, 因此可以求得 $I = 4.34(g \cdot m^2)$.

现在进行误差分析, 由于 $\sigma_k = \sqrt{\sigma_{k_{fit}}^2 + \sigma_{k_y}^2 + \sigma_{k_x}^2}$, 其中有

$$\begin{aligned}\sigma_{k_{fit}} &= k \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{8 - 2}} = 3.83 \times 10^{-6} \\ \sigma_{k_y} &= \frac{0.02}{\sqrt{3} \cdot t^3 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^8 (m_i - \bar{m})^2}} = 2.20 \times 10^{-6} \\ \sigma_{k_x} &= k \frac{0.01}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^8 (m_i - \bar{m})^2}} = 3.88 \times 10^{-7}\end{aligned}$$

又因为 $I = \frac{gr^2}{2hk}$, 则

$$\sigma_I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial r} \sigma_r\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial h} \sigma_h\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial k} \sigma_k\right)^2}$$

由上述数据及公式可以得到 $\sigma_I = 0.0253(g \cdot m^2)$, 则有 $I = (4.34 \pm 0.03)g \cdot m^2$.

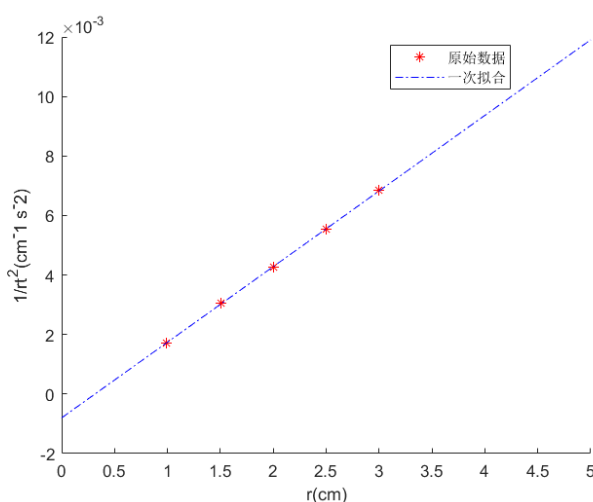
2.1 $\frac{1}{rt^2}$ 关系

保持 $m = 20.00g$ 不变, 改变 r 的大小, 重复之前的测量, 得出表 2.

表 2: 实验二数据表

r/cm	0.991	1.510	2.003	2.500	2.999
t_1/s	24.50	14.78	10.94	8.53	6.97
t_2/s	24.29	14.69	10.84	8.37	7.09
t_3/s	23.97	14.69	10.69	8.56	6.88
\bar{t}/s	24.25	14.72	10.82	8.50	6.98
$\frac{1}{rt^2} \cdot (10^{-3}cm^{-1}s^{-2})$	1.72	3.06	4.26	5.54	6.84

由于 r 的误差更小, 因此将 r 作为自变量进行线性拟合, 得出如下图像.

图 2: $r - \frac{1}{rt^2}$ 线性回归图

由方程 $mgr - M_\mu = \frac{2hI}{rt^2}$ 得, $\frac{1}{rt^2} = \frac{mg}{2hI}r - \frac{M_\mu}{2hI}$.

通过回归计算得到 $k = 0.00254(cm^{-2} \cdot s^{-2})$, $r^2 = 0.99984$. 又由于 $\frac{mg}{2hI} = k = 0.00254$, 则 $I = 4.49(g \cdot m^2)$. 比第一个实验略大一点. 现进行误差分析, 由于 $\sigma_k = \sqrt{\sigma_{k_{fit}}^2 + \sigma_{k_y}^2 + \sigma_{k_x}^2}$, 其中有

$$\begin{aligned}\sigma_{k_{fit}} &= k \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{5 - 2}} = 1.86 \times 10^{-5}(cm^{-2} \cdot s^{-2}) \\ \sigma_{k_y} &= \frac{3.11 \times 10^{-6}}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (r_i - \bar{r})^2}} = 1.76 \times 10^{-6}(cm^{-2} \cdot s^{-2}) \\ \sigma_{k_x} &= k \frac{1.15 \times 10^{-3}}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (r_i - \bar{r})^2}} = 1.65 \times 10^{-6}(cm^{-2} \cdot s^{-2})\end{aligned}$$

因为 $I = \frac{mg}{2hk}$, 则有

$$\sigma_I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial m}\sigma_m\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial h}\sigma_h\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial k}\sigma_k\right)^2}$$

$\sigma_k = 1.88 \times 10^{-5}(\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-2})$, 代入上式中得到 $\sigma_I = 0.0057(g \cdot \text{m}^2)$, 则有 $I = (4.49 \pm 0.01)g \cdot \text{m}^2$.

3. 转动惯量和质量分布的关系

维持 $m = 10.00g$, 以及 $r = 2.500\text{cm}$. 对称地改变 m_0 的位置, 得出表 3.

表 3: 实验三数据表

	(5, 5')	(4, 4')	(3, 3')	(2, 2')	(1, 1')
x/cm	13.315	10.800	8.287	5.781	3.450
t_1/s	13.72	11.13	10.06	8.66	7.57
t_2/s	13.37	11.25	10.18	8.75	7.62
t_3/s	13.69	11.44	10.25	8.91	7.81
\bar{t}/s	13.59	11.27	10.16	8.77	7.67
x^2/cm^2	177.19	116.64	68.67	33.42	11.90
t^2/s^2	184.69	127.01	103.23	76.91	58.83

经过线性拟合之后, 得出如下图像,

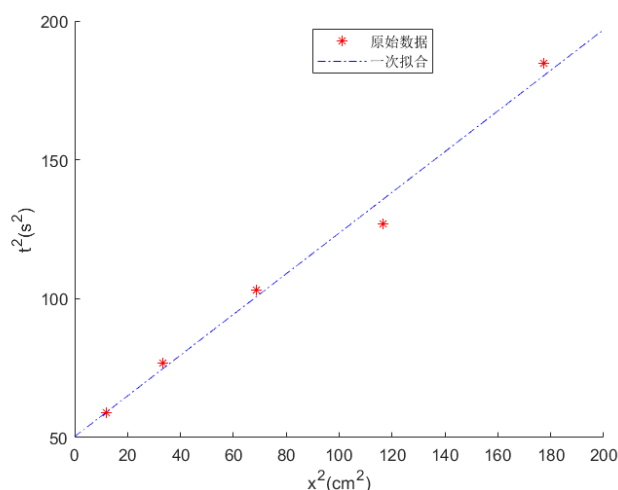


图 3: $t^2 - x^2$ 线性回归图

该拟合的相关因子为 $r = 0.9944$, 说明直线拟合是较为成功的, 因此 t^2 与 x^2 具有线性关系.

【分析与讨论】

1. 总结从调节实验装置和操作两个方面，怎样做才能减小在实验中产生的系统误差和随机误差？

(1) 减小系统误差的方法：

(a) 在安装塔轮之前一定要调整架台垂直，并且安装塔轮时既要使其能转起来同时也要让其不能发生太强的晃动，以减小摩擦力矩变化的影响.

(b) 绕线密绕，否则会造成摩擦力矩的改变.

(c) 保持线垂直于桌沿，并且在改变 r 的时候也要改变滑轮的高度.

(2) 减小随机误差的方法：

(a) 多次测量求平均.

(b) 最小二乘法线性拟合.

(c) 注意秒表的掐表时刻，尽量保持在同一种时刻点.

2. 【思考题 (5)】用实验数据分析实验二中的 I 偏大的原因.

在实验二中因为对 r 进行了改变，而在实验过程中发现当 $r = 0.991cm$ 以及 $r = 1.510cm$ 时不能够完全密绕，因此会导致 M_μ 减小，因此会导致 I 增大. 因此经过线性拟合之后，总体的 I 就变大了.

【收获与感想】

不停地蹲起与缠线对体力是一个考验，因此对身体的锻炼还要加强；在做实验之前一定要把所有预备工作做好；用线性关系检查数据的正确性.