

实验十七 RLC 电路的谐振现象

实验人：钟易轩

指导教师：彭莹莹

组号：九组七号

学号：2000012706

实验时间：2021 年 12 月 17 日 实验地点：物理楼南楼 234

【实验目的】

- (1) 研究 RLC 电路的谐振现象；
- (2) 了解 RLC 电路的相频特性和幅频特性；

【数据处理】

1. 谐振状态下的测量结果

将示波器调整为“x-y”模式，调节信号发生器的频率，当示波器中曲线由椭圆变为直线时，说明达到谐振状态，此时 $f_0 = 2.251(\text{kHz})$. 在此状态下，数据如表 1 所示.

表 1: 谐振状态下的测量结果

$U_{\text{总}1}/\text{V}$	U_R/V	$U_{\text{总}2}/\text{V}$	U_C/V	$C/\mu\text{F}$	L/H
2.840	2.195	1.0001	10.789	0.05	0.1

对于 $Q_1 = \frac{1}{\omega_0 R_{\text{总}} C}$ 来说， $R_{\text{总}}$ 并不好测，因此采用 $R_{\text{总}} = \frac{U_{\text{总}}}{U_R} R$ 来间接计算 $R_{\text{总}}$.

$$R_{\text{总}} = \frac{2.840}{2.195} \times 100 = 129.38(\Omega)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$Q_1 = \frac{1}{\omega_0 R_{\text{总}} C} = 10.93$$

$$Q_2 = \frac{U_C}{U_{\text{总}}} = 10.79$$

对 Q_1 与 Q_2 进行误差分析：

仪器的允差为 $e_L = 0.1 \times 0.1\% = 0.0001(\text{H})$, $e_C = 0.05\mu\text{F} \times 0.65\% = 0.325(\text{nF})$,
 $\sigma_{f_0} = 0.001 \times 10^3 \div \sqrt{3} = 0.6(\text{Hz})$, $\sigma_{R_{\text{总}}} = 0.07(\Omega)$.

则有

$$\begin{aligned}\sigma_{Q_1} &= \sqrt{\left(\frac{\partial Q_1}{\partial \omega_0} \sigma_{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q_1}{\partial R_{\text{总}}} \sigma_{R_{\text{总}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q_1}{\partial C} \sigma_C\right)^2} \\ &\approx 0.07 \\ \sigma_{Q_2} &= \sqrt{\left(\frac{\partial Q_2}{\partial U_C} \sigma_{U_C}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q_2}{\partial U_{\text{总}}} \sigma_{U_{\text{总}}}\right)^2} \\ &\approx 0.02\end{aligned}$$

因此, $Q_1 = 10.93 \pm 0.07$, $Q_2 = 10.79 \pm 0.02$.

2. 相频特性数据表

在测试相频特性时, 有

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \varphi_U - \varphi_I \\ &= \Delta t \times f \times 360^\circ\end{aligned}$$

根据上式, 可得表 2.

表 2: 相频特性数据表

f/kHz	1.850	1.973	2.073	2.153	2.195	2.224	2.251
$\Delta t/\text{ms}$	-0.119	-0.102	-0.082	-0.057	-0.039	-0.021	0.002
$\Delta\varphi/^\circ$	-79.3	-72.4	-61.2	-44.2	-30.8	-16.8	1.6
f/kHz	2.278	2.311	2.356	2.436	2.588	2.900	
$\Delta t/\text{ms}$	0.017	0.037	0.055	0.068	0.079	0.075	
$\Delta\varphi/^\circ$	13.9	30.8	46.6	59.6	73.6	78.3	

根据表 2 中数据, 可以作出相频特性图.

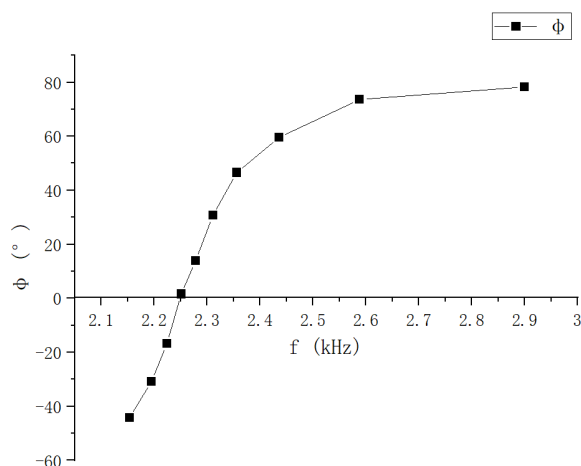


图 1: 相频特性曲线图

3. 幅频特性数据表

表 3: 幅频特性数据表

f/kHz	1.850	1.900	1.973	2.000	2.073	2.100
U_R/mV	174.9	200.8	253.7	279.5	377.3	428.1
f/kHz	2.153	2.175	2.195	2.210	2.224	2.230
U_R/mV	586.1	623.2	684.6	722.3	750.9	759.5
f/kHz	2.251	2.260	2.278	2.300	2.311	2.320
U_R/mV	774.6	769.8	745.8	696.1	665.6	641.0
f/kHz	2.356	2.400	2.436	2.500	2.588	2.700
U_R/mV	543.2	445.4	384.5	306.4	238.6	186.5
f/kHz	2.900	2.149	2.354			
U_R/mV	135.3	547.7	547.7			

若要转化为电流, 那么只需将表 3 中的 U_R 除以 100 即可. 根据上表中原始数据转换得到的电流数据可以作出如下图像.

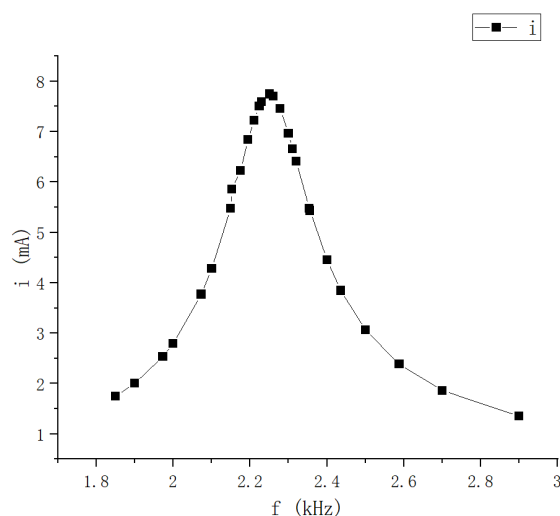


图 2: 幅频特性曲线图

可以算得 $Q_3 = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{2.251}{2.354 - 2.149} = 10.98$. 且有

$$\begin{aligned}\sigma_{Q_3} &= \sqrt{\left(\frac{\partial Q_3}{\partial f_0} \sigma_{f_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q_3}{\partial \Delta f} \sigma_{\Delta f}\right)^2} \\ &= 0.03\end{aligned}$$

则有 $Q_3 = 10.98 \pm 0.03$.

4. 黑盒子实验

选取的是 7 号黑盒子, 当 $f = 3.085\text{kHz}$ 时达到谐振状态, 因此应该是电容电感电阻串联. 在谐振状态下, $\omega L - 1/\omega C = 0$, 则有 $|Z| = R = 177.03 \div 707.2 \times 100 = 25.05(\Omega)$. 又测试了两个状态, 如表 4 所示.

表 4: 黑盒子数据表

f/kHz	U_R/mV	U_i/mV
3.096	706.3	177.3
3.146	702.4	184.3

根据上表可联立方程解出 $C = 267.68(\text{nF})$, $L = 9.957(\text{mH})$.

【思考题】

(1) 对谐振频率 f_0 来说, 有

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (17.1)$$

说明 f_0 与 R 无关, 故谐振频率不会变化. 而对于其他参量, 则有

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \\ \tan \varphi &= \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \\ i &= \frac{u}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \\ Q &= \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} \end{aligned}$$

因此, 电流会变小, 阻抗会增大, 且品质因数 $Q' = 0.2Q$, $\tan \varphi' = 0.2 \tan \varphi$.

(2)①对于品质因数 Q 来说, 还有另一种表示方法, 即

$$Q = \frac{U_C}{U} \quad (17.2)$$

因此可以依靠仪器中的电压表测出的数据计算出 Q 值.

②将信号源频率调至谐振频率, 测出此时的 U_C 与 U , 利用上述公式计算出 Q .

③先计算 Q 值:

$$Q = \frac{u_C}{u} = \frac{1000}{10} = 100$$

由 (17.1) 式得, 已知 C 与 f_0 的情况下, 有 $L = 2.13 \times 10^{-4}(\text{H})$. 又根据 $Q = \frac{\omega_0 L}{R_r}$ 得,

$$R_r = \frac{2\pi f_0 L}{Q} \quad (17.3)$$

则有 $R_r = 8.03(\Omega)$.

【分析与讨论】

1. 实验中测得的曲线都以 f_0 为转折点, 阻抗特性图与幅频特性图是以 f_0 为一阶导数的转折点, 而相频特性图则是以 f_0 为二阶导数的转折点.

2. 根据计算结果表明, σ_{Q_2} 是最小的, σ_{Q_1} 是最大的. 且 Q_1 与 Q_3 更为接近, Q_2 偏小.