

Дэниэл Веллеман

Искусство доказательства в математике

Искусство доказательства в математике

Курс лекций с упражнениями

Дэниэл Веллеман



Москва, 2021

Содержание

От издательства.....	7
Предисловие к третьему изданию	8
Введение.....	11
Глава 1. Пропозициональная логика	17
1.1. Дедуктивное мышление и логические связи	17
1.2. Таблицы истинности.....	23
1.3. Переменные и множества	34
1.4. Операции над множествами.....	43
1.5. Условные и равнозначные связи.....	53
Упражнения	62
Глава 2. Кванторная логика.....	65
2.1. Кванторы.....	65
2.2. Эквивалентности, включающие кванторы.....	74
2.3. Другие операции с множествами.....	83
Глава 3. Доказательства	93
3.1. Стратегии доказательства	93
3.2. Доказательства, связанные с отрицаниями	104
3.3. Доказательства с использованием кванторов	116
3.4. Доказательства с использованием конъюнкций и равносильностей	133
3.5 Доказательство дизъюнкций.....	144
3.6. Доказательства существования и единственности	155
3.7. Более сложные примеры доказательств.....	164
Глава 4. Соответствия	174
4.1. Упорядоченные пары и декартовы произведения.....	174
4.2. Соответствия	182
4.3. Подробнее о соответствиях.....	190
4.4. Отношения порядка.....	199
4.5. Отношения эквивалентности.....	213
Глава 5. Функции.....	226
5.1. Определение функции.....	226
5.2. Однозначность и сюръективность	236
5.3. Инверсия функций	245

5.4. Замкнутые множества	254
5.5. Образы и прообразы: исследовательский проект	262
Глава 6. Математическая индукция	267
6.1. Доказательство путем математической индукции	267
6.2. Дополнительные примеры.....	274
6.3. Рекурсия	287
6.4. Сильная индукция	297
6.5. Вновь про замыкания	311
Глава 7. Теория чисел	317
7.1. Наибольшие общие делители	317
7.2. Простые множители	324
7.3. Модульная арифметика	333
7.4. Теорема Эйлера	341
7.5. Криптография с открытым ключом.....	349
Глава 8. Бесконечные множества	361
8.1. Равномощные множества	361
8.2. Счетные и несчетные множества	370
8.3. Теорема Кантора–Шредера–Бернштейна	377
Приложение. Решения некоторых упражнений	385
Дополнительные материалы	438
Краткое изложение методов доказательства	439
Предметный указатель.....	441

От издательства

Отзывы и пожелания

Мы всегда рады отзывам наших читателей. Расскажите нам, что вы думаете об этой книге – что понравилось или, может быть, не понравилось. Отзывы важны для нас, чтобы выпускать книги, которые будут для вас максимально полезны.

Вы можете написать отзыв на нашем сайте www.dmkpress.com, зайдя на страницу книги и оставив комментарий в разделе «Отзывы и рецензии». Также можно послать письмо главному редактору по адресу dmkpress@gmail.com; при этом укажите название книги в теме письма.

Если вы являетесь экспертом в какой-либо области и заинтересованы в написании новой книги, заполните форму на нашем сайте по адресу http://dmkpress.com/authors/publish_book/ или напишите в издательство по адресу dmkpress@gmail.com.

Список опечаток

Хотя мы приняли все возможные меры для того, чтобы обеспечить высокое качество наших текстов, ошибки все равно случаются. Если вы найдете ошибку в одной из наших книг, мы будем очень благодарны, если вы сообщите о ней главному редактору по адресу dmkpress@gmail.com. Сделав это, вы избавите других читателей от недопонимания и поможете нам улучшить последующие издания этой книги.

Нарушение авторских прав

Пиратство в интернете по-прежнему остается насущной проблемой. Издательства «ДМК Пресс» и Cambridge University Press очень серьезно относятся к вопросам защиты авторских прав и лицензирования. Если вы столкнетесь в интернете с незаконной публикацией какой-либо из наших книг, пожалуйста, пришлите нам ссылку на интернет-ресурс, чтобы мы могли применить санкции.

Ссылку на подозрительные материалы можно прислать по адресу электронной почты dmkpress@gmail.com.

Мы высоко ценим любую помощь по защите наших авторов, благодаря которой мы можем предоставлять вам качественные материалы.