Lista aula 11 — Andrew Gabriel Gomes

Exercícios 6.18 e 6.19 | Págs 205 e 206

6.18 → Seja R uma endorrelação em N^2 definida por

$$\langle a,b\rangle R \langle c,d\rangle \Leftrightarrow a+b=c+d$$

Demonstre que R é uma relação de equivalência

→ Para ser uma relação de equivalência deve-se satisfazer as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva

→ verificaremos uma de cada vez.

Reflexiva: $(\forall a \in A)(aRa)$

$\langle a,b\rangle \in N^2$

$a+b = a+b$

$\langle a,b\rangle R \langle a,b\rangle$

logo, R é reflexiva

Simétrica

$(\forall a \in A)(\forall b \in A)$
$(aRb \to bRa)$

$(a,b), (c,d) \in N^2$ e

$(a,b)\, R\, (c,d)$

$\downarrow \quad \downarrow$

$a+b = c+d$

$c+d = a+b \rightarrow (c,d)\, R\, (a,b)$

Portanto, R é simétrica

Transitiva $(\forall a, b, c \in A)$ $(aRb$ e $bRc \Rightarrow aRc)$

Sejam $(a,b), (c,d), (e,f) \in N^2(x,y)$

onde: $(a,b) R (c,d)$ e $(c,d) R (e,f)$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$a+b = c+d$ e $c+d = e+f$

$a+b = e+f$

$(a,b) R (e,f)$

logo R é transitiva e R é relação de equivalência.

6.19 R uma relação em N^2 definida por: *(sendo)*

$$(a,b)\,R\,(c,d) \Leftrightarrow a*d = b*c$$

Demonstre que R **não** é uma relação de equivalência

↳ verificar propriedades.

Reflexiva: $(\forall a \in A)(aRa)$

$a.b = b.a$, comutatividade multiplicação

portanto, $(a,b)R(a,b)$ e R é reflexiva

Simétrica: $(\forall a,b \in A)(aRb \rightarrow bRa)$

$(a,b),(c,d) \in N^2$

$(a,b)R(c,d)$

$a*d = b*c$

$d*a = c*b$

$c*b = d*a$

$(c,a)\;R\;(a,b)$

R é simétrica

transitiva

$(\forall a,b,c \in A)(aRb \text{ e } bRc \rightarrow aRc)$

$(a,b)R(c,d)$ e $(c,d)R(e,f)$ — def

$a.d = \underbrace{b.c}_{0}$ e $c.f = \underbrace{d.e}_{0}$

Supondo que $(c,d)=0$

Isto nos faz ver que não deve ser transitiva

→ construímos um contraExemplo

Sejam: $(1,2), (0,0)$ $(3,7) \in N^2$

$(1,2)R(0,0) \Leftrightarrow 1.0 = 2.0 \Leftrightarrow 0=0$

$(0,0)R(3,7) \Leftrightarrow 0.7 = 0.3 \Leftrightarrow 0=0$

entretanto. $\sim((1,2)R(3,7))$, pois $1.7 \neq 2.3$

R não é ~~transitiva~~

Portanto, R não é relação de equivalência

pois ñ satisfaz essa última propriedade.