商务决策:模型与应用 Business Decision modelling

第二章 盈亏平衡模型

王树佳 | 深圳大学经济学院 sjwang123@163.com

本章目的

- 1. 建立投资项目盈亏平衡的数学模型
- 2. 建立电子表格模型(模型设计、模型的建立与求解、分析模型、敏感性分析)
- 3. 运用Excel对模型求解
- 4. 应用盈亏平衡模型于实际案例

本章学到的Excel技能

- 1. Excel 公式和函数
- 2. 建立数据表
- 3. 根据数据表作图(散点图)
- 4. 矩阵运算
- 5. 线性方程组求解

第二章 盈亏平衡模型

第一节 盈亏平衡模型的建立 (数学模型) 第二节 EXCEL模型建立和求解 (电子表格模型) 第三节 模型的敏感性分析 (电子表格模型) 第四节 盈亏平衡模型的推广 第五节 思科公司案例

第二章 盈亏平衡模型

第一节 盈亏平衡模型的建立 (数学模型)

第二节 EXCEL模型建立和求解(电子表格模型)

第三节 模型的敏感性分析(电子表格模型)

第四节 盈亏平衡模型的推广

第五节 思科公司案例

第一节 盈亏平衡模型的建立

盈亏平衡分析的目的:

确定产品或服务的数量必须达到多少时,总收益与总成本才能相抵?从而可以确定何时开始盈利。

盈亏平衡分析的用处:

- □ 项目的计划和预算阶段的重要工具 (估算:成本、收益、盈亏平衡点;利润等)
- □ 用于项目运行过程中的监测 (重新估算, 敏感性分析)

一、问题的提出

【例1】盈亏平衡模型

有一家生产电视遥控器的小厂,每天最大 的生产能力为150个,其生产的遥控器售价为 每个20元,而生产每个遥控器的可变成本为15 元。经估算,该厂每天的固定成本为500元。 问题:

该厂的盈亏平衡点(Break-even Point) 在哪里?也就是说,该厂一天要生产多少个遥 控器,才能使收益与成本相抵?

(一) 收益分析

总收益(Total Revenue,简记为TR)。

总收益就是销售一定数量的产品所获得的收入,它等于产品价格乘以销售量。

记每个产品的销售价格为p,销售量为q,则总收益为

$$TR = pq$$

e.g. TR = 20q (线性方程)

e.g. MR = 20

```
平均收益(Average Revenue,简记为AR)
       平均收益等于总收益除以销售量,
       AR = TR/q = pq/q = p
       e.g. AR = 20
边际收益(Marginal Revenue,简记为MR)
   边际收益是指增加一单位产品的销售所增加的收
益,即售出最后一个单位产品所取得的收益
   MR=(总收益TR改变量)/(销售量改变量)
      =\Delta TR/\Delta q
```

(二) 成本分析

固定成本(Fixed Costs, 简记为FC):FC=500 **单位产品可变成本(**Variable Cost): VC=15 总成本 (Total Cost, 简记为TC) 指一个厂商的总固定成本与总可变成本之和 TC = FC + VC *qe.g. TC = 500 + 15q参数意义?

平均成本 (Average Cost, 简记为AC)

平均成本是指一个厂商的总成本除以产量

AC = TC/q

e.g. AC = (500+15q)/q = 15 + 500/q

边际成本 (Marginal Cost, 简记为MC)

边际成本是指增加生产一个单位的产品所引起的总成本的增加值。

$$MC = \Delta TC/\Delta q$$

e.g.
$$MC = 15$$

三、数学模型

总收益: TR = 20q

总成本: TC= 500 + 15q

盈亏平衡: TR = TC

盈亏平衡模型:

TR = 0 + 20q

TC = 500 + 15q

TR = TC

建模关键是:

- 1. 确定变量q (产量、时间等);
- 2. 确定TR、TC与q的函数关系;
- 3. 盈亏平衡: TR=TC

三、数学模型

盈亏平衡模型(线性系统的规范形式)

$$1TR + 0TC - 20q = 0$$

 $0TR + 1TC - 15q = 500$
 $1TR - 1TC + 0q = 0$

矩阵形式
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -20 \\ 0 & 1 & -15 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$
 $x = \begin{pmatrix} TR \\ TC \\ q \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \\ 0 \end{pmatrix}$

盈亏平衡模型的矩阵表示: Ax = h

第二章 盈亏平衡模型

第一节 盈亏平衡模型的建立 (数学模型)

第二节 EXCEL模型建立和求解(电子表格模型)

第三节 模型的敏感性分析(电子表格模型)

第四节 盈亏平衡模型的推广

第五节 思科公司案例

一、建立电子表格模型的几个步骤

第一步:模型设计

模型草稿:工作表(worksheet)

第二步:建立、求解并修改模型

上机操作

第三步:分析模型

对运算结果的理解与实际意义解释

第四步: 敏感性分析

环境变化对模型的影响

(一)设计数据表

公式: 以 "=" 开头

绝对引用单元格:

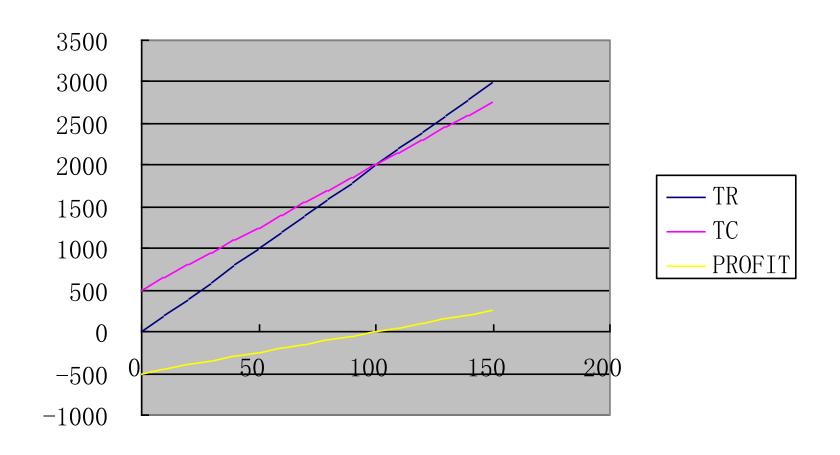
两个"\$"符号夹在中间

相对引用单元格:

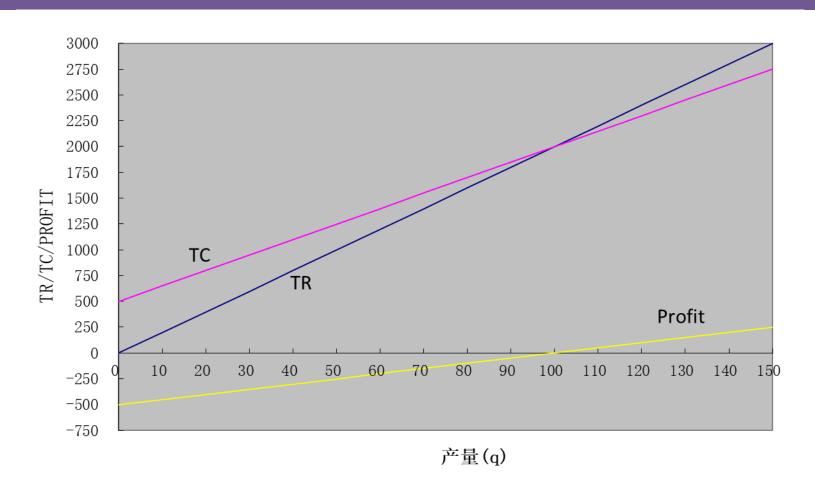
公式随位置变化而变化

	A	В	С	D			
1	Break-ever	Analysis					
2							
3	Price	20					
4	FC	500					
5	VC/UNIT	15					
6							
7	q	TR	TC	PROFIT			
8	0	= \$B\$3 * A 8	=\$B\$4+\$B\$5 * A8	=B8-C8			
9	=A8+10						
10							
11							
12	C	Ċ	Ċ	Ċ			
13	О	О	О	О			
14	P	P	P	P			
15	Y	\mathbf{Y}	Y	Y			
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23		•	,	*			

- (二)设计图形: 六个基本要素
 - 1、图形的类型
 - 2、X轴的选择
 - 3、Y轴的选择
 - 4、图形的标题(总标题、坐标轴标题)
 - 5、图形的标注
 - 6、坐标轴的刻度

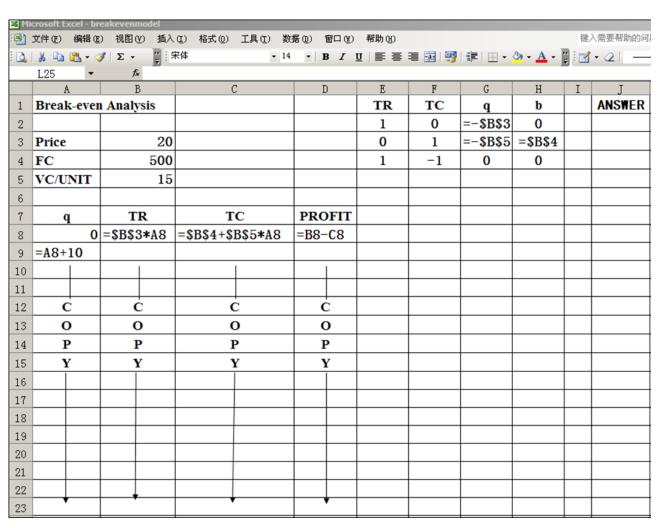


盈亏平衡模型的图形(调整前)



盈亏平衡模型的图形(调整后)

(三) 设计数值解的求解: $x = A^{-1}b$



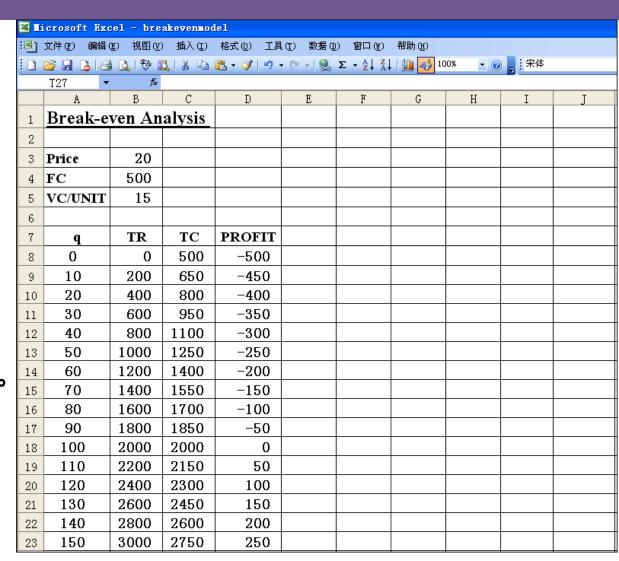
```
电子表格模型的建立包含三部分内容(实际操作):
```

- 1. 构造数据表(按设计表录入);
- 2. 构造图形 (操作);
- 3. 求出数值解(操作)。

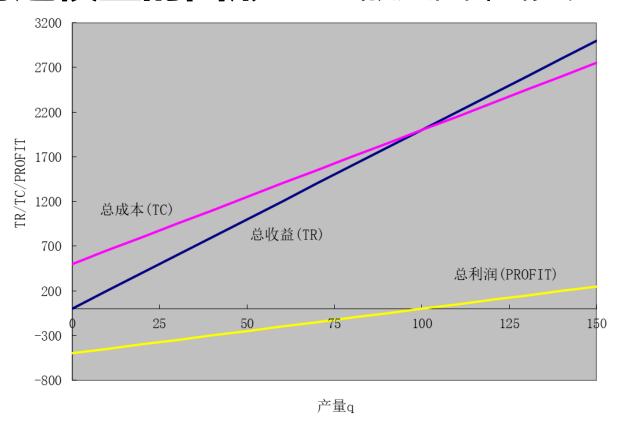
(一)构造数据表

公式复制:

用**左键**选定A9,把光标移至选定单元格的右下角,使空心十字光标变为实心的黑十字型,按住左键不放,往下拖行到单元格A23。



(二) 构造模型的图形: XY散点图; 修改



盈亏平衡分析示意图

(三) 求解模型的数值解

$$x = A^{-1}b$$

两步求解:

先求A的逆矩阵A-1,然后求该逆矩阵与常数矩阵b的乘积A-1b。

△函数 "MINVERSE": "M"代表矩阵 (Matrix)

INVERSE是"逆"的意思

△函数 "MMULT":矩阵的乘法

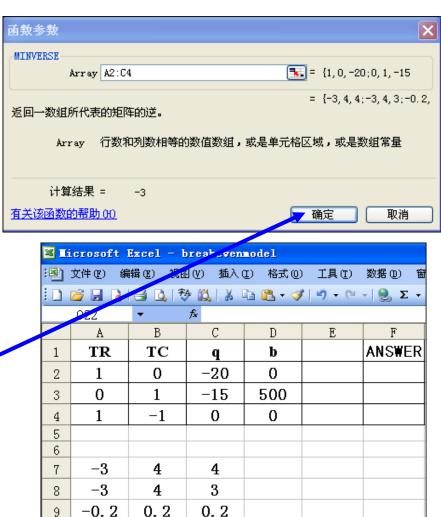
△在EXCEL中输出矩阵:

同时按住CTRL键和Shift键不放,然后按回车键 (Enter)

求逆矩阵



同时按住CTRL键和Shift键不放,然后按回车键或"确定"



求数值解:方法一

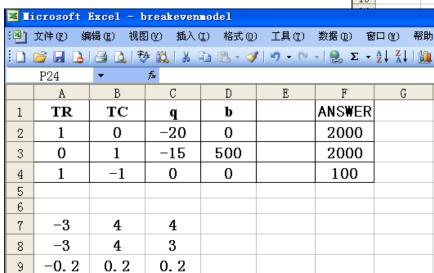
选定区域: F2: F4,

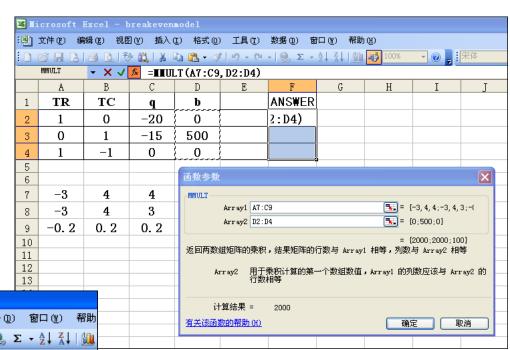
插入函数:

=MMULT(A7:C9,D2:D4)

CTRL+Shift+Enter

结果:





求数值解:

方法二: 定义名称

office2010:

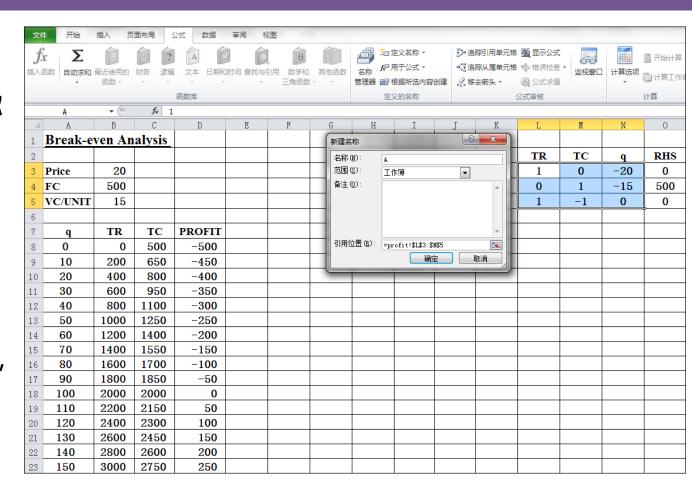
公式-名称管理器

-定义公式:

定义单元格L3:N5

为 "A" ;

定义O3:O5为 "b"



求解:

=mmult(minverse(A),b)

第三步: 分析模型

从数据表、图形和数值解来看,三者的结果是一致的,整个 电子表格模型没有出现异常结果,因此可判断模型结果正确。

盈亏平衡模型的解为: q=100, TR=TC=2000。

结果解释:

该电视遥控器厂一天必须要生产100个遥控器,才能使收益与成本相抵,此时总收益和总成本都是2000元。

第二章 盈亏平衡模型

第一节 盈亏平衡模型的建立 (数学模型) 第二节 EXCEL模型建立和求解(电子表格模型)

第三节 模型的敏感性分析 (电子表格模型)

第四节 盈亏平衡模型的推广 第五节 思科公司案例

第三节 模型的敏感性分析

模型的敏感性分析(Sensitivity Analysis):

由于外部环境的不确定性,模型的输入项是会随时变化的。 当输入条件面临多种可能的变化时,模型是否还合适?其结果会 有何种变化?会受到多大的影响?

- □在盈亏平衡模型中,我们有三个输入项:
 - 价格(P);固定成本(FC);单位产品的可变成本(VC)
- □ 当至少有一项输入项发生改变时,比如价格由原来的20元降低到15元,我们要问:
 - (1) 数据表中哪些数据列会受到影响?会怎样变化?
 - (2) 图形中哪些直线会受到影响?会怎样变化?
 - (3) 线性系统的矩阵表示会不会受到影响?
 - (4) 盈亏平衡点会不会受到影响?

一、定性预测

所谓**定性预测**(Qualitative Prediction),就是当模型的输入发生变化时,预测模型相关变量的变化方向

【**例1-1**】:由于厂房租金的上涨,该厂的固定成本(FC)增加了,假设其它因素(如价格等)都保持不变。这时,

- (1) 总收益直线: 保持不变
- (2) 总成本直线: 向上平移(Parallel Upward Shift)
- (3) 盈亏平衡点:新的盈亏平衡产量水平 (q) 增大

一、定性预测

	模型输入						
敏感性分析	价格(P)		固定成本(FC)		可变成本(VC)		
输入项的变化	向上	向下	向上	向下	向上	向下	
受影响直线	TR		TC		TC		
受影响参数	斜率		截距		斜率		
移动类型	转动		平移		转动		
移动方向	向上	向下	向上	向下	向上	向下	
对盈亏平衡点的影响	向下	向上	向上	向下	向上	向下	

二、定量预测

所谓**定量预测**(Quantitative Prediction),就是当模型的输入 发生变化时,预测模型相关变量变化的数值大小。定量预测既 需要预测变化的方向,也需要预测变化的大小。

【**例1-1**】: 假如遥控器的售价由原来的每个20元增加到每个25元, 其它因素不变, 模型会发生什么变化?

- (1) 总收益直线 (TR) 会向上转动;
- (2) 总成本直线 (TC) 保持不变;
- (3) 利润直线 (PROFIT) 会向上转动;
- (4) 系数矩阵A会变化;
- (5) 线性方程组的解 $x = A^{-1}b$ 会发生改变;
- (6) 盈亏平衡点的产出水平(q)会变小。

二、定量预测

模型设计:

要具有"What-if"特点,即对输入项做任何改变,与之相关的模型结果和变量会立刻自动发生相应的变化。

二、定量预测

假设遥控器的售价由原来的每个20元增加到每个25元, 其它因素不变。

	A	В	С	D	E	F	G	Н	I	J	K
1	原模型						新模型				
2	Price	FC	VC/UNIT				Price1	FC1	VC1		
3	20	500	15				25	500	15		
4											
5	q	TR	TC	PROFIT			TR1	TC1	PROFIT		
6	0	0	500	-500			0	500	-500		
7	10	200	650	-450			250	650	-400		
8	20	400	800	-400			500	800	-300		
9	30	600	950	-350			750	950	-200		
10	40	800	1100	-300			1000	1100	-100		
11	50	1000	1250	-250			1250	1250	0		
12	60	1200	1400	-200			1500	1400	100		
13	70	1400	1550	-150			1750	1550	200		
14	80	1600	1700	-100			2000	1700	300		
15	90	1800	1850	-50			2250	1850	400		
16	100	2000	2000	0			2500	2000	500		
17	110	2200	2150	50			2750	2150	600		
18	120	2400	2300	100			3000	2300	700		
19	130	2600	2450	150			3250	2450	800		
20	140	2800	2600	200			3500	2600	900		
21	150	3000	2750	250			3750	2750	1000		
22											
23	TR	TC	q	b	ANSWER		TR	TC	q	b	ANSWER
24	1	0	-20	0	2000		1	0	-25	0	1250
25	0	1	-15	500	2000		0	1	-15	500	1250
26	1	-1	0	0	100		1	-1	0	0	50

第二章 盈亏平衡模型

第一节 盈亏平衡模型的建立(数学模型) 第二节 EXCEL模型建立和求解(电子表格模型) 第三节 模型的敏感性分析(电子表格模型) 第四节 盈亏平衡模型的推广 第五节 思科公司案例

第四节 盈亏平衡模型的推广

在盈亏平衡模型中, 隐含了那些假设?

假设1:不管生产数量q是多少,销售价格p都不变 (p=20)

假设2:不管生产数量q是多少,单位产品可变成本都不变

(vc=15)

不合理。

在这个假设下,该公司应生产多少数量的产品,可以使得

1. 总收益最大?

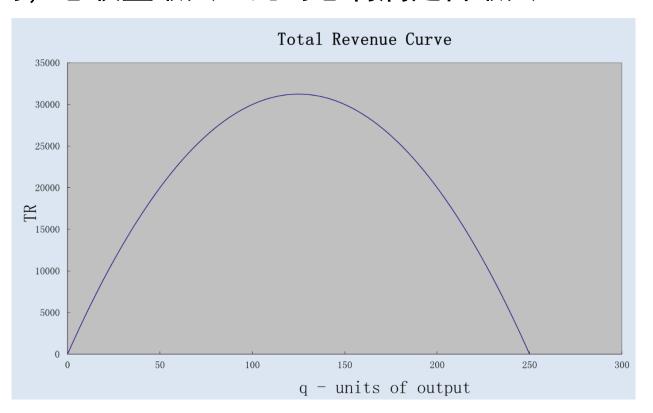
Ans: q = 150

2. 总利润最大?

Ans: q = 150

需求曲线下的总收益

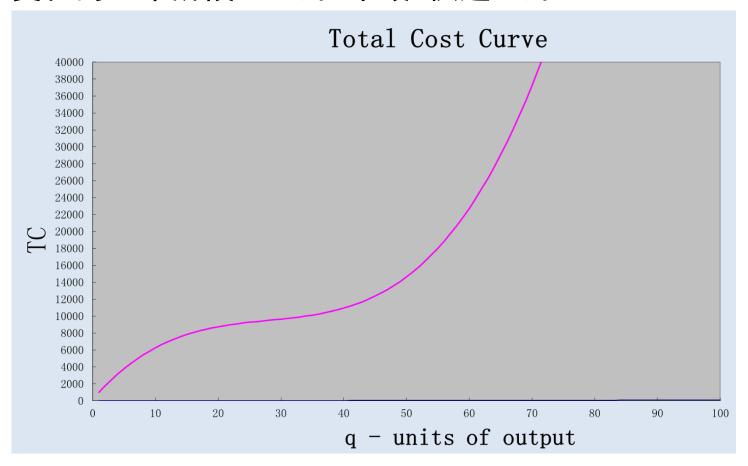
假如产量与价格的关系(需求曲线): p = 500 - 2q, 则: 总收益TR=pq=(500-2q)q=500q-2q² 当q=125时, 总收益最大。此时总利润是否最大?



需求曲线下的总成本

一个合理的总成本曲线为: $TC = q^3/3 - 27q^2 + 801q + 1000$

总成本变化的三个阶段:上升-平缓-快速上升



需求曲线下的总利润

Profit =TR-TC = $(500-2q)q - (q^3/3 - 27q^2 + 801q + 1000)$

何时总利润最大?

方法一: Profit对q求导数, 令导数等于0;

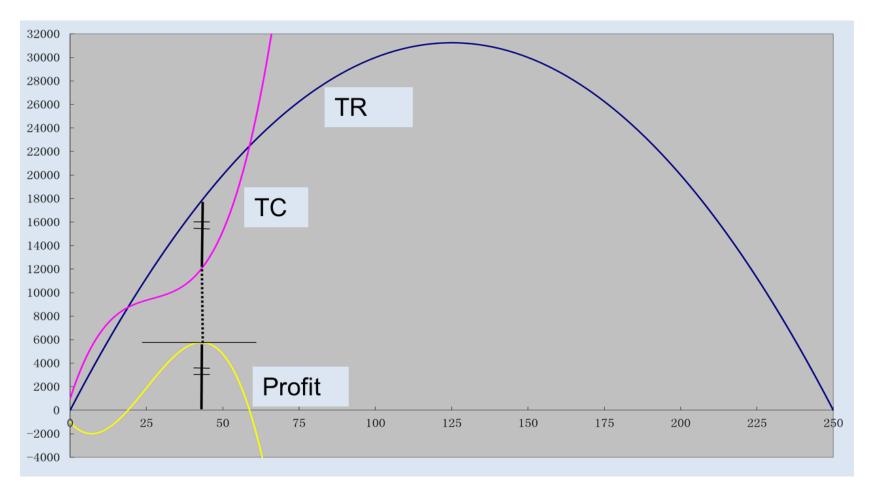
方法二:在Excel中对Profit排序(倒序)。

答案: 当q=43, 此时最大利润 Profit= 5779.67

需求曲线下的盈亏平衡模型

$$TR=500q-2q^2$$
 $TC = q^3/3 -27q^2 +801q +1000$
 $TR=TC$

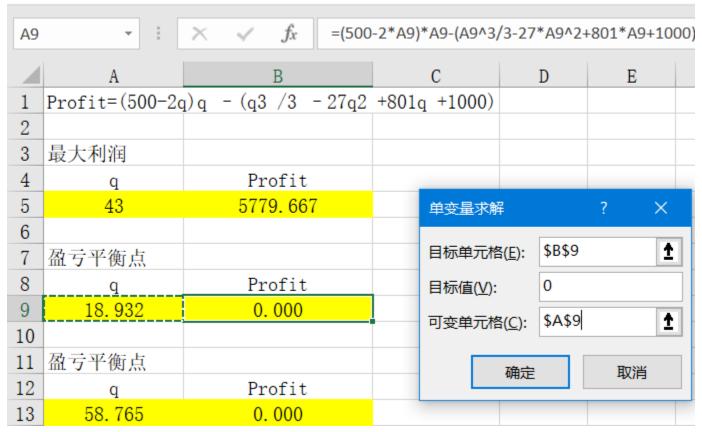
盈亏平衡模型的求解: 图形



盈亏平衡点有两个: 在q=20附近和q=60附近

盈亏平衡模型的求解:数值

利用 模拟分析=>单变量求解



盈亏平衡点有两个: A(18.93,0)和 B(58.76,0)

第二章 盈亏平衡模型

第一节 盈亏平衡模型的建立 (数学模型) 第二节 EXCEL模型建立和求解 (电子表格模型) 第三节 模型的敏感性分析 (电子表格模型) 第四节 盈亏平衡模型的推广 第五节 思科公司案例

Cisco神话

- 思科系统公司成立于1984年。
- 1990年上市以来,年收益从6900万美元上升到2001财年的222.9亿美元。
- 当年互联网上80%以上的骨干路由器均来自思科。
- 美国《财富》杂志推出2001年全美"最受推崇的公司"排行榜中,思科排至第2位。
- 信息产业"最吸引员工的公司"和"全球最有价值的公司"



CEO钱伯斯

两件发家利器

• 滚动式收购

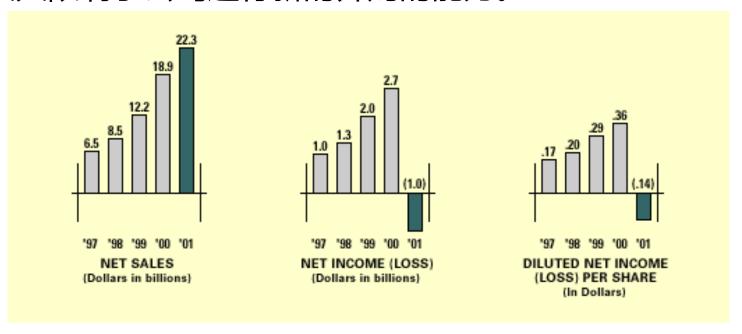
通过收购,思科把众多具有技术或者产品特色的公司招至麾下,从而有效地带动股价攀升,同时,思科又利用股价膨胀带来的资金,收购更多的公司。自1993年以来,思科用这种滚雪球的方式收购了70余家公司,为自己和股东带来了滚滚财源。

• CEM生产方式

和许多人熟悉的OEM(贴牌外包生产)不同,所谓CEM即品牌商将相关技术和工艺标准化之后,交付给CEM伙伴生产,而最终的检测以及二次开发工作则由品牌商来完成。在过去几年的高速发展中,思科一直以"所有库存都在路上"的生产优势所向披靡。

神话破灭

思科2001年出现了上市11年来首次亏损。其市值自1998年11月以来首次跌破1000亿美元,并由2000年3月排名全球公司市值第一的5554亿美元,骤降为996亿美元,缩水80%以上。这使得许多思科员工的股票期权失去价值,并且大大限制了公司进行新的并购的能力。



案例数据

Years Ended	July 27, 2002	July 28, 2001	July 29, 200
NET SALES:			
Product	\$15,669	\$19,559	\$17,002
Service	3,246	2,734	1,926
Total net sales	18,915	22,293	18,928
SALES:			
Product	5,914	10,198	5,970
Service	988	1,023	776
Tota sales	6,902	11,221	6,746
OPERATING EXPENSES:			
Research and development	3,448	3,922	2,704
Sales and marketing	11,166	16,517	10,692
General and administrative	618	778	633
Restructuring costs and other special charges	-	1,170	-
Amortization of goodwill	-	690	154
Amortization of purchased intangible assets	699	365	137
In-process research and development	65	855	1,373
Total operating expenses	15,996	24,297	15,693
OPERATING INCOME (LOSS)	2,919	(2,004)	3,235
Interest and other income (loss), net	(209)	1,130	1,108
INCOME (LOSS) BEFORE PROVISION FOR INCOME TAXES	2,710	(874)	4,343
Provision for income taxes	817	140	1,675
NET INCOME (LOSS)	\$ 1,893	\$ (1,014)	\$ 2,668
Net income (loss) per share—basic	\$ 0.26	\$ (0.14)	\$ 0.39
Net income (loss) per share—diluted	\$ 0.25	\$ (0.14)	\$ 0.36
Shares used in per-share calculation—basic	7,301	7,196	6,917
Shares used in per-share calculation - diluted	7,447	7,196	7,438

2002年数据

总净收入=18915

总销售量=6902

总运营成本=15996 利息和其它收入=-209 扣税=817 总成本=17022

See Notes to Consolidated Financial Statements.

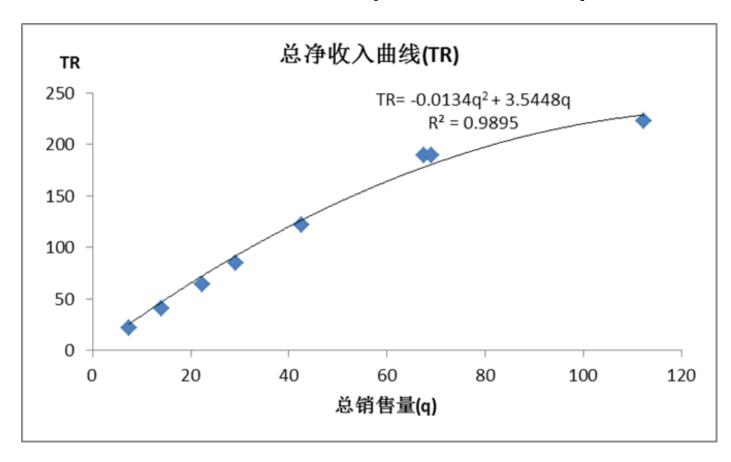
案例数据

针对整理所得数据,如何进行盈亏平衡分析?

年份	总销售量(q)	总净收入(TR)	总成本(TC)	总利润(PROFIT)
1995	7.43	22.33	14.95	7.38
1996	14.1	40.96	26.31	14.65
1997	22.41	64.52	54.05	10.47
1998	29.17	84.89	71.58	13.31
1999	42.59	121.73	101.5	20.23
2000	67.46	189.28	162.6	26.68
2001	112.21	222.93	233.07	-10.14
2002	69.02	189.15	170.22	18.93

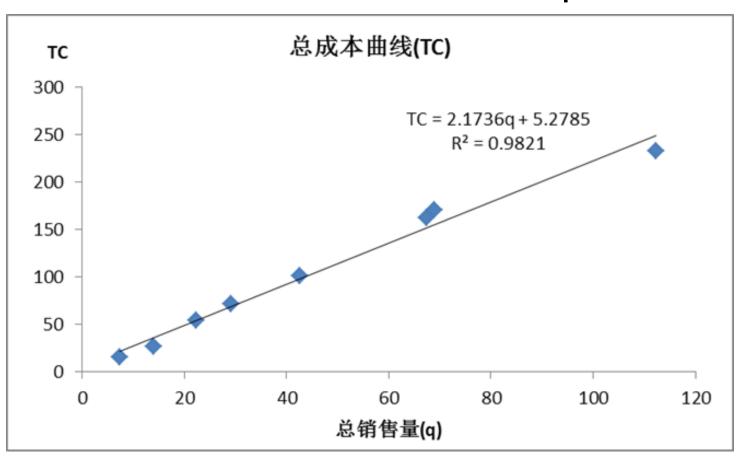
盈亏平衡分析

总收入曲线: TR= -0.0134q² + 3.5448q



盈亏平衡分析

总成本曲线: TC=5.2785 + 2.1736q

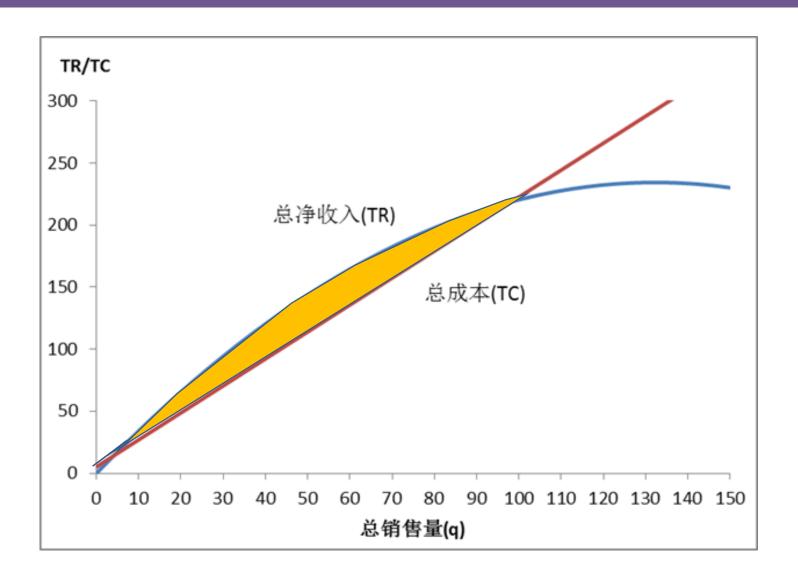


盈亏平衡分析

盈亏平衡模型为:

$$TR = -0.0134 q^2 + 3.5448 q$$
 $TC = 2.1736 q + 5.2785$
 $TR = TC$

盈亏平衡分析:求解



盈亏平衡分析结论

- 有两个盈亏平衡点,分别位于 q_1 =4.01, q_2 =98.32处。
- □ 在区间[4.01, 98.32]时,企业生产可以获利,在 其它区间都是亏损的。
- □ 思科公司的总销售量一年之内由2000年的67.46 上升到2011年的112.21, 突破了98.32这个盈亏平 衡点, 进入了亏损区间。由图形可见, 此时的亏损 额非线性增大!
- □ 思科公司应该坚决采取减少产量,降低成本的经营策略。

利润最大点

那么, 总销售量控制在多少最好?

我们还可以计算出思科公司的最优销售量,使得总利润最大。 PROFIT=TR-TC = $-0.0134q^2 + 1.3712q-5.2785$ 对PROFIT的变量q求导数并令之等于0,可以求出:

• 当q=51.16时,利润PROFIT最大。

案例分析结论

根据以上结果,要拯救思科、扭亏为盈,从生产理论和成本理论的角度来看,应该采取减少产量、降低成本的管理策略。

总而言之,

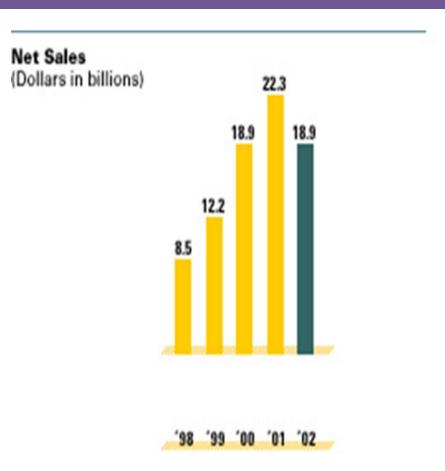
- 在1995-2002这一历史时期,思科公司的总销售量在4.01到98.32之间是可以盈利的,一旦超出这个区间,企业生产不仅不能获利,还会亏损。
- 当总销售量为51.16时,企业的盈利情况最好。

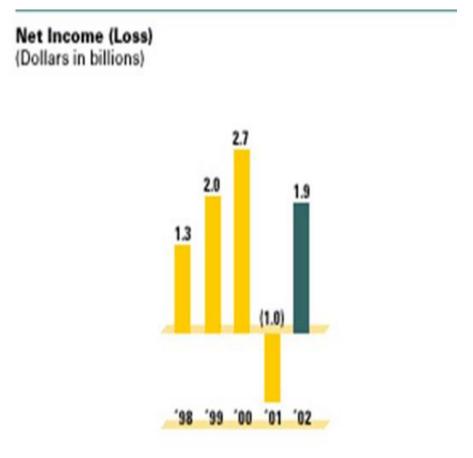
钱伯斯的实际做法

当思科2001年处于艰难时刻,钱伯斯提出的重组计划:

- 1. 将22亿美元存货撇帐,裁减8500员工(占16%)。 此举令矽谷和华尔街错愕。
- 2. 改变过去以产品为中心的事业部制,把公司分为前后两大组织,一个是以销售为主的销售组,一个是以工程、研发为主的工程组,在工程组下面又分为11个新技术部门。
- 3.新结构有两大优势:一是能减少不必要的产品和资源重叠,使企业更贴近客户的需求;二是有助于增进团队精神,企业反应更灵敏,应对更周到。

实际效果





本章小结

- 一、盈亏平衡模型:把总收益(TR)、总成本(TC)表示为产品数量(规模)的函数,然后使得总收益与总成本相等。该模型以线性方程组及矩阵表示,方便计算机求解。
- 二、用EXCEL建立盈亏平衡模型的建模过程。

建模步骤:

第一步:模型设计

第二步:建立模型、求解并修改模型

第三步: 分析模型

第四步: 敏感性分析

主要针对三个方面的问题:构造数据表;利用数据表作图;求解数值解。

三、模型的敏感性分析: 当某一个或多个输入项发生变化时, 模型的相应变量及结果将会发生何种变化。

四、需求曲线下的盈亏平衡分析: TR,TC和Profit均为曲线。

课堂讨论

- 1. 怎样建立盈亏平衡分析的数学模型?
- 2. 如何利用Excel求解该模型?
- 3. 例1的盈亏平衡模型中隐含了哪些假设条件?
- 4. 在商务决策模型中,经常需要对数据取对数。考虑如下模型,试讨论系数b的意义:

$$a)y = a + bx$$

$$b)y = a + b \ln x$$

$$c)\ln y = a + bx$$

$$d)\ln y = a + b \ln x$$

实践课问题

问题一: 科技产品的盈亏平衡分析

某公司只生产一种高科技产品,每年最大生产能力为200件。 该公司每年投入的固定成本为4000万元,生产每件产品的 可变成本为60万元。该产品的销售价格为每件100万元。

- 1. 建立盈亏平衡分析的数学模型;
- 2. 在Excel中建立相应电子表格模型,包括:
 - a) 数据列表(应用Excel公式)
 - b) 示意图 (做散点图)
 - c) 数值解 (矩阵运算, 求逆, 线性方程组求解)

要求:实践课问题在实验室H5-401完成,可以自由组合展开讨论。问题解答不需要提交。

实践课问题

问题二: 需求曲线下的盈亏平衡模型

- 1. 假如产量与价格的关系(需求曲线): p = 500 2q,则
 - a) 总收益(TR)函数是什么?
 - b) 当q等于多少时,总收益最大? 此时总利润是多少?
- 2. 假设总成本函数为: TC = q³/3 -27q² +801q +1000
 - a) 做出成本函数图;
 - b) 该成本函数是否合理?
- 3. 根据1和2建立盈亏平衡模型,并求解(包括相关过程)。

