Análisis de Algoritmos y Estructuras de Datos
CI0116 – Grupo 4

Andrew Umaña Quirós – B37091

Tarea 3

1) $T(n) = T(n-1) + n$ con sol: $T(n) = O(n^2)$

Demostrar

$T(n) \leq cn^2$ para todo $n \geq n_0$

Para $K \geq 1$.

2) $T(K) \leq cK^2$

2) $T(K+1) \leq c(K+1)^2$

2) $T(K+1) = T(K) + (K+1)$

2) $T(K+1) \leq T(K) + (K+1)$

2) $T(K+1) \leq cK^2 + (K+1)$

$\therefore c(K+1)^2 - (cK^2 + (K+1)) \geq c(2K+1) - (K+1)$

Para todo $K \geq 1 = \frac{K+1}{2K+1} \leq 1$, $\therefore c \geq T(1)$
$c \geq 1$

Se cumple.

2) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n$ $\quad$ pdi: $T(n) = O(n \log n)$

Demostrar

$T(n) \leq cn \log n$ para $c > 0$ y $n \geq n_0$

$\Rightarrow T(k) \leq ck \log k$ para $n \leq k < n_0$

Sustituyendo

$T(n) \leq 2\{c(\frac{n}{2}) \log[(\frac{n}{2})]\} + n$

$\Rightarrow T(n) \leq 2(c(\frac{n}{2}) \log(\frac{n}{2})) + n$ y $(\frac{n}{2}) \leq \frac{n}{2}$

$\therefore \Rightarrow cn \log(n) - cn + n$

como $cn \log n - cn + n \leq cn \log n$

si $-cn + n \leq 0$, entonces $n \leq cn$ ó $c \geq 1$

se cumple.

3) $T(n) = 2T(n-1)+1$ con sol: $T(n) = O(2^n)$

Demostrar

$T(n) \leq c2^n - 1$ para $c > 0$ y $n \geq n_0$

con $n = 0$

$c \geq T(0) + 1$

$T(k) \leq c2^k - 1$

$\Rightarrow T(k+1) \leq c2^{k+1} - 1$

$\Rightarrow T(k+1) = 2T(k) + 1 \leq c2^{k+1} - 1$

como $c \geq T(0) + 1$ y $n_0 \geq 0$

$\therefore T(n) \leq c2^n - 1$ para $n \geq 0$

Se cumple.

4) $T(n) = T(\frac{n}{3}) + T(\frac{2n}{3}) + n$ con $T(n) = O(n^1)$

Demostrar

$T(n) \leq cn^1$ para todo $n \geq n_0$

Con $n_0 = 1$

2) $T(n) \leq c(\frac{n}{3})^1 + c(\frac{2n}{3})^1 + n$

$= cn^1(\frac{1}{9} + \frac{4}{9}) + n$

$= cn^1 \cdot \frac{5}{9} + n \leq cn^1$

$n \leq cn^1 \frac{4}{9}$

$c \geq \frac{9}{4n}$

∴

Como $n_0 = 1 \Rightarrow c \geq \frac{9}{4}$

Se cumple.