

Teoria dos Grafos

Lista de exercícios 02

Questão 01. Considere um grafo bipartido $G = (X, Y, E)$. Prove que a cardinalidade máxima de um *matching* em G é igual à cardinalidade mínima de uma cobertura de vértices de G .

Questão 02. Denote por $\chi(G)$ o número cromático de um grafo G . Prove que todo grafo G com m arestas satisfaz:

$$\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}.$$

Questão 03. Sejam G e H dois grafos e f uma bijeção de V_G em V_H tal que $d_G(v) = d_H(f(v))$ para todo v em V_G . É verdade que $G \equiv H$? Justifique.

Questão 04. Certo ou errado? Para mostrar que dois grafos G e H com mesmo número de vértices não são isomorfos basta exibir uma bijeção f de V_G em V_H e um par de vértices u e v em V_G tal que (1) $\{u, v\} \in E_G$ mas $\{f(u), f(v)\} \notin E_H$ ou (2) $\{u, v\} \notin E_G$ mas $\{f(u), f(v)\} \in E_H$. Justifique sua resposta.

Questão 05. São dadas máquinas $1, \dots, n$ e intervalos de tempo I_1, \dots, I_n . Para cada i , um operador deve cuidar da máquina i durante o intervalo I_i . Se $I_i \cap I_j \neq \emptyset$, um mesmo operador não pode cuidar de i e j . Qual o número mínimo de operadores suficiente para operar as máquinas? Apresente um exemplo com $n \geq 10$. Para o exemplo, mostre o grafo que modela o problema.

Questão 06. Prove que toda floresta tem no máximo um *matching* perfeito.