Teoria dos Grafos
Prova 2 - Shape Aluno

André Thiago Borghi Couto[1]

São Mateus - ES, Brasil

---

1. Desenhe um grafo que seja de Euler, mas que não seja hamiltoniano. Explique por que o grafo desenhado não é hamiltoniano.

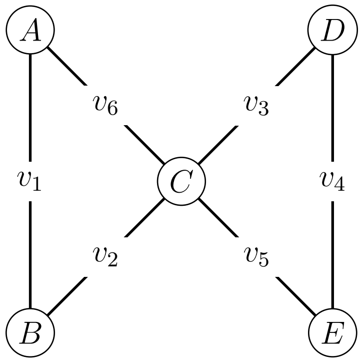

Figura 1: Grafo usado na resposta da questão 1

R: O grafo acima é um grafo de Euler, uma vez que só possui uma componente conexa e o grau de todos os seus vértices é ≥ 2, claramente possuindo pelo menos um ciclo euleriano. Porém este não é Hamiltoniano, uma vez que qualquer tentativa de caminho fechado que for feito terá que possar pelo vértice c diversas vezes, pelo menos 2 vezes quando não for a origem e pelo menos 3, se for escolhido como vértice de partida. Portanto este não respeita a condição para ser um grafo Hamiltoniano de existir um caminho fechado sem repetição de vértices (exceto o de partida), mas respeita o de grafo Euleriano, existindo pelo menos um tour, que representa um caminho fechado sem repetição de arestas.

Email address: `andreww.max@hotmail.com` (André Thiago Borghi Couto)
URL: `github/andrewwmax` (André Thiago Borghi Couto)
[1]Estudante de Engenharia da Computação, na Universidade Federal do Espírito Santo no campus Ceunes

2. Certo ou errado? Para mostrar que dois grafos G e H com mesmo número de vértices não são isomorfos basta exibir uma bijeção f de V_G em V_H e um par de vértices u e v em V_G tal que (1) $u, v \in E_G$ mas $f(u), f(v) \ni E_H$ ou (2)$u, v \ni E_G$ mas $f(u), f(v) \in E_H$. Justifique sua resposta.

R: Errado, estas condições apresentadas apenas descartam o isomorfismo para este mapeamento especifico, nada impede de existir alguma outra bijeção que mantenha todas as adjacências e não adjacências entre os grafos G e H, provando que estes são isomorfos. Logo, para conseguir mostrar que não há isomorfismo entre eles, deve se mostrar que não existe nenhum mapeamento entre todos os possíveis, que consiga provar o isomorfismo entre eles.

3. Prove ou mostre um contra-exemplo: Todo grafo com número de vértices $n \geq 3$ e grau mínimo $\delta(G) \geq 2$ possui um ciclo Hamiltoniano.

R: Falsa, esta condição é necessário para a existência deste ciclo, mas não garante, como segue o contra exemplo abaixo, o qual possui $n = 5 \geq 3$ e $\delta(G) = 2 \geq 2$

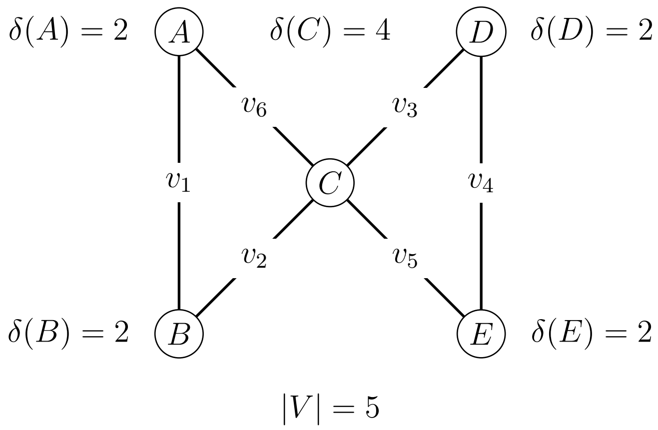

Figura 2: Grafo usado na resposta da questão 3

4. Sobre o algoritmo de Ford-Fulkerson, responda os seguintes itens:

4.1. Qual é o objetivo do algoritmo?

R: Conseguir o Fluxo máximo em um grafo com restição de volume de fluxo por aresta, de modo que não existam gargalos entre a origem e o sumidouro, ou seja, todos os vértices que não são origem ou sumidouro terão fluxo de entrada igual ao de saída e o máximo possível.

4.2. Enumere e descreva cada passo do algoritmo

R: Primeiro: É passado para o algoritmo um grafo orientado, o fluxo máximo de suas arestas e o fluxo atual (podendo começar em 0).

Segundo: O algoritmo cria o grafo residual do grafo orientado, invertendo as arestas com o fluxo atual e criando arestas no sentido antigo das arestas invertidas que terão valor igual ao fluxo máximo - fluxo atual.

Terceiro: Busca a aresta de menor custo no caminho encontrado no grafo residual e adiciona este valor a todas as arestas no caminho, no grafo original, aumentando portanto o fluxo atual destas arestas.

Quinto: Volta ao passo 2, até não existir mais caminhos aumentantes.

4.3. Apresente um exemplo com o passo-a-passo do algoritmo. Seu exemplo deve ter, no mínimo, 7 vértices

R: