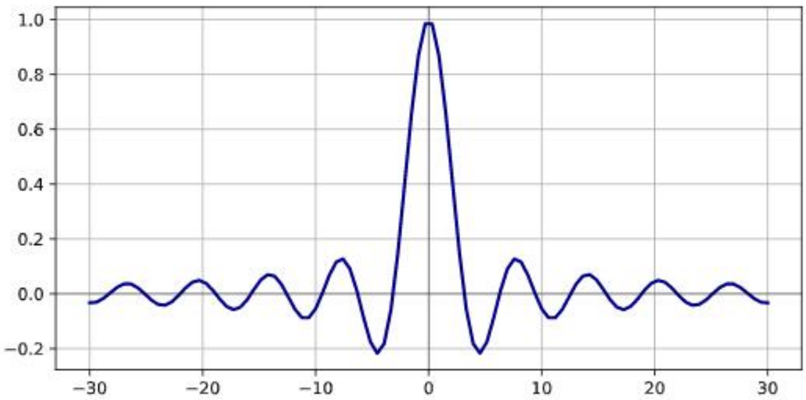
1. Задание

Решите уравнение: ***sin(x)/x = 0***

In [6]:
```
plt.figure(figsize=(8, 4))

x = np.linspace(-30, 30, 100)
y = np.sin(x)/x

plt.plot(x, y, linewidth = 2, linestyle = '-', color = 'darkblue')

ax = plt.gca()
ax.axhline(y=0, linewidth = 0.5, color = 'black')
ax.axvline(x=0, linewidth = 0.5, color = 'black')

ax.grid(True)
```



$$\frac{\sin x}{x} = 0$$

Замена $\frac{1}{x} = t \Rightarrow t \cdot \sin\frac{1}{t} = 0$

1) $t = 0$, и 2) $\sin\frac{1}{t} = 0$

Решений не сущ. т.к. $\frac{1}{x} \neq \varnothing$

$$\frac{1}{t} = (-1)^k \cdot \arcsin \varnothing + \pi k, \; k \in Z$$

$$\frac{1}{t} = (-1)^k \cdot \pi + \pi k, \; k \in Z$$

$$t = \frac{1}{(-1)^k \cdot \pi + \pi k}$$

3) $x = \frac{1}{t} = \frac{1}{1}\{(-1)^k \cdot \pi + \pi k\} = (-1)^k \cdot \pi + \pi k$

Ответ, $x = (-1)^k \cdot \pi + \pi k, \; k \in Z$.

2. Задание

Даны три прямые:

- y=k1*x+b1,
- y=k2*x+b2,
- y=k3*x+b3.

Как узнать, пересекаются они в одной точке или нет?

Прямые, пересекающиеся в одной точке (x0, y0), удовлетворяют уравнению пучка прямых: ***y - y0 = k * (x - x0)***

- y = k * x - k * x0 + y0
- y = k * x + (y0 - k * x0), получили уравнение вида y = kx + b

Обозначим b = y0 - k * x0 и подставим в каждое уравнение:
Соответственно, прямые пересекаются в одной точке, если выполняется система трех равенств:

- b1 = y0 - k1 * x0
- b2 = y0 - k2 * x0
- b3 = y0 - k3 * x0

Прямые, пересекающиеся в одной точке (x0, y0), удовлетворяют уравнению пучка прямых: ***y - y0 = k * (x - x0)***

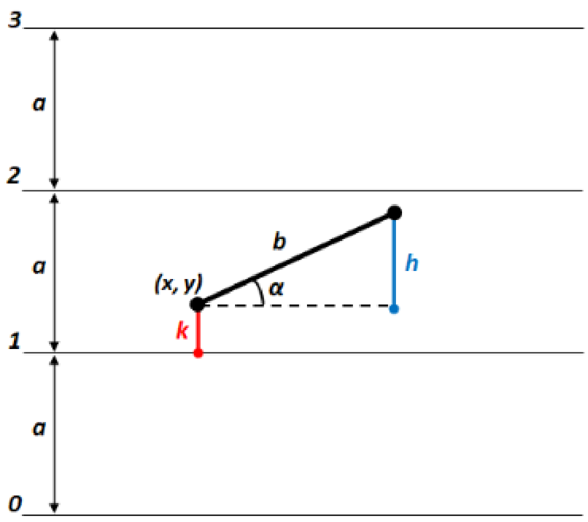
- y = k * x - k * x0 + y0
- y = k * x + (y0 - k * x0), получили уравнение вида y = kx + b

Обозначим b = y0 - k * x0 и подставим в каждое уравнение:
Соответственно, прямые пересекаются в одной точке, если выполняется система трех равенств:

- ***b1 = y0 - k1 * x0***
- ***b2 = y0 - k2 * x0***
- ***b3 = y0 - k3 * x0***

3. Задание

На листе тетради «в линейку» (расстояние между линиями равно "a" лежит игла (длиной "b").
Координаты нижней точки иглы (x,y), игла лежит под углом alfa.
Пересекает ли игла линию или нет?



Игла пересекает линию, если длина двух отрезков ***h + k >= a***

- ***h = b * sin(alpha)***
- ***k = y - a * n***, где ***n = int(y/a)***, целая чать от деления

Т.о. игла пересекает линию (или касается ее), если выполняется неравенство:

$$b * \sin(\alpha) + y - a * int(\frac{y}{a}) \geq a$$

4. Задание (задание делать по желанию)

Решите аналитически и потом численно (в программе) уравнение, зависящее от параметра a:
sin(a*x) = 0
при условии: 0.01<a<0.02, 100<x<500.
Т.е. надо найти решение x как функцию параметра a - построить график x=x(a).
Если численным методом не получается найти все ветви решения x(a), то отыщите хотя бы одну.

Аналитическое решение

$\sin(ax) = 0$
$ax = (-1)^2 \arcsin 0 + \pi k$, где k - целое число
Тогда

$x = \frac{(-1)^k \pi + \pi k}{a}$ или

$x = \frac{\pi}{a}(-1)^k(1 + k)$, где k - целое число

Из условий 0.01 < a < 0.02 и 100 < x < 500, следует k должен быть четным числом 0, 2, 4..., иначе x < 0 Тогда

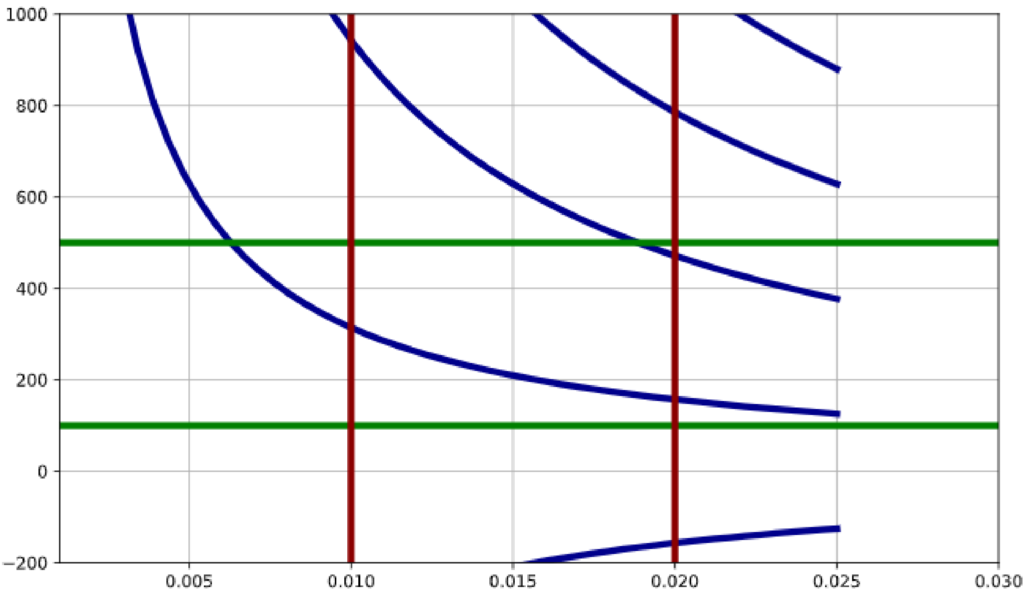
$x = \frac{\pi}{a}(-1)^{2k}(1 + 2k)$, где k - целое число

Не понимаю как правильно оформить численное решение

In [11]:
```
# from scipy.optimize import fsolve

# def equation(a, k):
#     return (np.pi / a) * (-1)**(2*k) * (1 + 2*k)

# for k in range(-5, 5, 1):
#     a = 0.01
#     while (a <= 0.02):
#         a_root = fsolve(equation, a, k)
#         print(f'k = {k}; a = {a}; Корень  = {round(a_root[0], 4)}')
#         a += 0.001
```

In [12]:
```
plt.figure(figsize=(10, 6))

a = np.linspace(0.002, 0.025, 50)

for k in range(-5, 5, 1):
    y = (np.pi / a) * (-1)**(2*k) * (1 + 2*k)
    plt.plot(a, y, linewidth = 4, linestyle = '-', color = 'darkblue')

ax = plt.gca()

ax.axhline(y=100, linewidth = 4, color = 'green')
ax.axhline(y=500, linewidth = 4, color = 'green')
ax.axvline(x=0.01, linewidth = 4, color = 'darkred')
ax.axvline(x=0.02, linewidth = 4, color = 'darkred')
ax.grid(True)

plt.xlim([0.001, 0.03])
plt.ylim([-200, 1000])
```

Out[12]: (-200, 1000)



Задание 17.6.2

Найти угол между прямыми:

$4y - 3x + 12 = 0$

$7y + x - 14 = 0$

$$cos\alpha = \frac{A1A2+B1B2}{\sqrt{A1^2+B1^2}*\sqrt{A2^2+B2^2}}$$

$$cos\alpha = \frac{4*7+(-3)*1}{\sqrt{4^2+(-3)^2}*\sqrt{7^2+1^2}} = \frac{28-3}{\sqrt{16+9}*\sqrt{49+1}} = \frac{25}{\sqrt{25}*\sqrt{50}} = \frac{25}{5*5*\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Тогда

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} => \alpha = 45^0 = \frac{\pi}{4}$$

Задание 17.6.4

Найти угол между прямыми:

$x = \sqrt{2}$

$x = -\sqrt{3}$

Две прямые параллельны оси Y => Угол между ними равен нулю

Выяснить тип кривых второго порядка, порожденных следующими уравнениями:

17.6.5. Уравнение

$y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$

$y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$

$y^2 - 2y = (y^2 - 2y + 1 - 1) = (y-1)^2 - 1$

$(y-1)^2 - 1 - 2x - 5 = 0$

$(y-1)^2 = 2x + 6 = 2(x+3)$

Это парабола со смещением отн. т. $(0;0)$

17.6.6 Уравнение

$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$

$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$

1) $3x^2 + 12x = 3(x^2 + 4x) = 3(x^2 + 2\cdot 2x + 4 - 4) =$

$= 3(x^2 + 4x + 4) - 12 = 3(x+2)^2 - 12$,

2) $5y^2 - 30y = 5(y^2 - 6y) = 5(y^2 - 2\cdot 3y + 9 - 9) =$

$= 5(y-3)^2 - 45$;

3) Подставляем в основное уравнение:

$3(x+2)^2 - 12 + 5(y-3)^2 - 45 + 42 = 0$

$3(x+2)^2 + 5(y-3)^2 = 15 \quad | :15$

$\frac{(x+2)^2}{5} + \frac{(y-3)^2}{3} = 1$,

Это Эллипс со смещением от т$(0;0)$ и центром $(-2;3)$

17.6.7 Уравнение

$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$

$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$

1) $-y^2 + 6y = -1(y^2 - 6y) = -1(y^2 - 6y + 9 - 9) =$
$= -1(y-3)^2 + 9;$

2) Подставим в основное ур-е:

$2x^2 - (y-3)^2 + 9 - 7 = 0$

$2x^2 - (y-3)^2 = -2 \quad |:2$

$\boxed{x^2 - \frac{(y-3)^2}{2} = -1}$

Это Гипербола, повернутая на 90°

17.6.8 Уравнение

$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$

$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$

1) $2x^2 - 28x = 2(x^2 - 14x) = 2(x^2 - 2\cdot 7x + 49 - 49) =$
$= 2(x-7)^2 - 98,$

2) $-3y^2 - 42y = -3(y^2 + 14y) = -3(y^2 + 2\cdot 7y + 49 - 49) =$
$= -3(y+7)^2 + 147,$

3) Подставим в основное ур-е:

$2(x-7)^2 - 98 - 3(y+7)^2 + 147 - 55 = 0$

$2(x-7)^2 - 3(y+7)^2 = 6 \quad |:6$

$\boxed{\frac{(x-7)^2}{3} - \frac{(y+7)^2}{2} = 1}$

Это Гипербола