(5.1) Вычислить $(5E)^{-1}$

По определению

$A \cdot A^{-1} = E \Rightarrow$
и $E \cdot E^{-1} = E$ $\qquad (5E)^{-1} \cdot \frac{1}{5} E = E$

Ответ: $\frac{1}{5} E$.

(5.2) Вычислить определитель!

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$

$= 1(0 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 0) =$

$= -48 - 72 + 84 + 96 - 0 = -120 + 180 = \underline{60}$

Ответ: 60.

(5.3.1) Вычислить матрицу, обратную данной!

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ $\qquad \boxed{A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A_*^T}$

$\det A = 60$, (см. п. 5.2)

Найдем матрицу Миноров

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$a_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = -48$; $a_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 24 = -6$

$a_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 0 = 12$

$a_{21} = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 36 - 42 = -6$; $a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 21 = -12$

$a_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 12 = -6$

$a_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 32 - 0 = 32$; $a_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 8 - 14 = -6$

$a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 8 = -8$

$$M = \begin{vmatrix} -48 & -6 & 12 \\ -6 & -12 & -6 \\ 32 & -6 & -8 \end{vmatrix} \Rightarrow A_* = \begin{vmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{vmatrix}$$

$$A_*^T = \begin{vmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} -24 & 3 & 16 \\ 3 & -6 & 3 \\ 6 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{60}_{30} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -24 & 3 & 16 \\ 3 & -6 & 3 \\ 6 & 3 & -4 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{24}{30} & \frac{3}{30} & \frac{16}{30} \\ \frac{3}{30} & -\frac{6}{30} & \frac{3}{30} \\ \frac{6}{30} & \frac{3}{30} & -\frac{4}{30} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{12}{15} & \frac{1}{10} & \frac{8}{15} \\ \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{10} & -\frac{2}{15} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{12}{15} & 0,1 & \frac{8}{15} \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & -\frac{2}{15} \end{pmatrix}$$

Ответ

или

(5.3.2) Пример матрицы 4×4, ранг
которой равен 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Ранг} = 1.$$

(5.4) Вычислить скалярное произведение
двух векторов.

$\bar{a} = (1, 5) \qquad \bar{b} = (2, 8)$

$\bar{a} \cdot \bar{b} = 1 \cdot 2 + 5 \cdot 8 = 2 + 40 = 42$

Ответ 42

(5.5) Вычислите смешанное произведение
трёх векторов

$\bar{a} = (1, 5, 0); \bar{b} = (2, 8, 7)$ и $\bar{c} = (7, 1.5, 3)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \\ 7 & 1,5 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 1,5 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 1,5 \end{vmatrix} =$$

$= 8 \cdot 3 - 1,5 \cdot 7 - 5(2 \cdot 3 - 7 \cdot 7) = 24 - 10,5 - 30 + 245 =$

$= \underline{228,5}$

Ответ 228,5