

Задача 1.

Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0.8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

Решение

Это биномиальное распределение => применяется формула Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k * p^k * q^{n-k}$$

$$p = 0,8 \Rightarrow q = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$k = 85$$

$$P_{100}(X = 85) = C_{100}^{85} * 0,8^{85} * 0,2^{100-85} = 100! / (85! * (100 - 85)!) * 0,8^{85} * 0,2^{15} = 0,04806...$$

Ответ: $P_{100}(X = 85) = 0,04806.. = 4,81\%$

Задача 2.

Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0.0004. В жилом комплексе после ремонта в один день включили 5000 новых лампочек. а) Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день? б) Какова вероятность, что перегорят ровно две?

Решение

Вероятность наступления события мала, а число наблюдений – тысячи => распределение Пуассона

$$P_m = (\lambda^m / m!) * e^{-\lambda}$$

а) Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день?

$$\lambda = 5000 * 0,0004 = 2 \text{ лампы (в среднем могут перегореть из 5000 ламп)}$$

$$m = 0$$

$$P(0) = (2^0 / 0!) * 2,72^{-2} = 1 * 2,72^{-2} = 0,1352 \text{ или } 13,52\%$$

Ответ: $P(0) = 0,1352$ или $13,52\%$

б) Какова вероятность, что перегорят ровно две?

$$m = 2$$

$$P(2) = (2^2 / 2!) * 2,72^{-2} = 4/2 * 2,72^{-2} = 0,2703 \text{ или } 27,03\%$$

Ответ: $P(2) = 0,2703$ или $27,03\%$

Задача 3.

Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет ровно 70 раз?

Решение

Это биномиальное распределение => применяется формула Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k * p^k * q^{n-k}$$

$$p = 0,5 \Rightarrow q = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$P_{144}(X = 70) = C_{144}^{70} * 0,5^{70} * 0,5^{144-70} = 144! / (70! * (144 - 70)!) * 0,5^{70} * 0,5^{74} = 0,0628... \text{ или } 6,28\%$$

Ответ: $P_{144}(X = 70) = 0,0628.. = 6,28\%$

Задача 4.

В первом ящике находятся 10 мячей, из которых 7 - белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча. Какова вероятность того, что все мячи белые? Какова вероятность того, что ровно два мяча белые? Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

Решение

а) Какова вероятность того, что все мячи белые?

Событие А – из 1-го ящика достают 2 белых мяча

Событие В – из 2-го ящика достают 2 белых мяча

Решаю через условную вероятность

$$P(A) = 7 / 10 * 6 / 9 = 0,4667$$

$$P(B) = 9 / 11 * 8 / 10 = 0,6545$$

$$P(AB) = 0,4667 * 0,6545 = 0,3055 \text{ или } 30,55\%$$

Ответ: $P(AB) = 0,3055$ или $30,55\%$

б) Какова вероятность того, что ровно два мяча белые?

Возможные следующие исходы:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1) 1-й ящик – 0 белых мяча | + 2-й ящик – 2 белых мяча |
| 2) 1-й ящик – 2 белых мячей | + 2-й ящик – 0 белых мяча |
| 3) 1-й ящик – 1 белый мяч | + 2-й ящик – 1 белый мяч |

Для 1-го случая (2 + 0) – решаю через условную вероятность

$$P(A) = 3/10 * 2/9 = 0,0667$$

$$P(B) = 9/11 * 8/10 = 0,6545$$

$$**$P(AB) = 0,0667 * 0,6545 = 0,0436$ или $4,36\%$**$$

Для 2-го случая (0 + 2) – также решаю через условную вероятность

$$P(A) = 7/10 * 6/9 = 0,4667$$

$$P(B) = 2/11 * 1/10 = 0,0182$$

$$P(AB) = 0,4667 * 0,0182 = 0,0085 \text{ или } 0,85\%$$

Для 3-го случая (1 + 1) – решаю через сочетания

$P(A)$ = число благоприятных исходов / общее число исходов

$P(B)$ = число благоприятных исходов / общее число исходов

Для события А

$$\text{Число благоприятных исходов} = C^1_{10} = 10! / (1! * (10 - 1)!) = 10! / 9! = 10$$

$$\text{Общее число исходов} = C^2_{10} = 10! / (2! * (10 - 2)!) = 9 * 10 / 2 = 45$$

$$P(A) = 10/45$$

Для события В

$$\text{Число благоприятных исходов} = C^1_{11} = 11! / (1! * (11 - 1)!) = 11! / 10! = 11$$

$$\text{Общее число исходов} = C^2_{11} = 11! / (2! * (11 - 2)!) = 10 * 11 / 2 = 55$$

$$P(B) = 11/55$$

$$P(AB) = P(A) * P(B) = 10/45 * 11/55 = 0,0444 \text{ или } 4,44\%$$

Тогда общая вероятность $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,0436 + 0,0085 + 0,0444 = 0,0966$ или 9,66%

Ответ: $P = 0,0966$ или 9,66%

в) Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

Решаю через условную вероятность, но для неблагоприятных исходов. Т.е. считаю вероятность того, что ни один мяч не будет белым

$$P(AB) = 1 - P(A^{\text{неблаг}}) * P(B^{\text{неблаг}})$$

$$P(A^{\text{неблаг}}) = 3/10 * 2/9 = 0,0667$$

$$P(B^{\text{неблаг}}) = 2/11 * 1/10 = 0,0182$$

$$P(AB) = 1 - 0,0667 * 0,0182 = 0,0012 \text{ или } 0,12\%$$

Ответ: $P(AB) = 0,0012$ или 0,12%