

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

ESCUELA DE MATEMÁTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA Y CIENCIAS

ACTUARIALES

HERRAMIENTAS PARA CIENCIAS DE DATOS II CA0305

Aplicación del método Backtesting para Reservas Netas del Banco Central de Costa Rica

Proyecto de investigación

Realizado por

Andrey Rodríguez Chacón, B96614

Yerlyn Quirós Jara, B45528

Jimena Chacón Chavarría, B81999

Karolayn Duarte Abarca, B72619

Liz Madríz Rivera, B84555



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat

Escuela de
Matemática

Índice general

1. Introducción	2
1.1. Pregunta central de investigación	2
1.2. Objetivos	3
1.3. Marco Teórico	3
2. Estudio de los datos	7
2.1. Descripción de los datos	7
2.2. Análisis de los datos	10
2.2.1. Método	14
3. Conclusiones	20
Referencias	21

Capítulo 1

Introducción

1.1. Pregunta central de investigación

El cálculo preciso de las reservas de seguros es fundamental para las compañías aseguradoras, ya que garantiza su solvencia y capacidad para cumplir con las obligaciones futuras de pago de siniestros. El backtesting se utiliza como una herramienta para evaluar la efectividad y validez del modelo utilizado por la aseguradora en el cálculo de estas reservas.

Por cuestiones de faltante de información, para la aplicación del algoritmo de Aguilar, P y Avendaño, J (2009), se utilizará la información de los montos de reservas netas del Banco Central de Costa Rica, consultadas en su página oficial, se considera dichas reservas del año 2018 al 2021.

Por lo que, tomando en cuenta lo anterior y el algoritmo mencionado en el artículo de Aguilar, P y Avendaño, J (2009), se ha propuesto la siguiente pregunta de investigación: ¿En términos de precisión y validez, qué tan adecuado es el modelo utilizado por el ente bancario para calcular las reservas netas según los datos de las reservas del Banco Central de Costa Rica, desde el año 2018 al 2021?

Objeto de estudio:

Según lo mencionado en la parte anterior, se ha propuesto el siguiente objeto de estudio: El modelo utilizado por el ente bancario para calcular reservas netas en el período comprendido desde el año 2018 al 2021.

1.2. Objetivos

Objetivo General

Evaluar mediante la aplicación del método *Backtesting* el modelo utilizado por el ente bancario para calcular las reservas del Banco Central de Costa Rica en el periodo 2018-2021.

Objetivos Específicos

1. Explicar el funcionamiento y las características del método *Backtesting*.
2. Aplicar el método *Backtesting* a las reservas del Banco Central de Costa Rica en el periodo 2018-2021.
3. Analizar los resultados obtenidos contra los resultados reales proporcionados por el Banco Central de Costa Rica.

1.3. Marco Teórico

Dentro del estudio, podemos delimitar conceptos matemáticos y técnicos que se utilizan para brindar sustento y respaldo a los resultados obtenidos:

Reservas de seguros: Allianz España (s.f) define las reservas como un recurso separado de los demás gastos de la aseguradora con el fin de utilizarlos en el futuro para compensar la desviación en la siniestralidad de un año dado.

En este proyecto, nos enfocamos en las Reservas Netas del Banco Central de Costa Rica (BCCR).

Reservas netas del BCCR: de acuerdo con el Fondo Monetario Internacional (FMI), mencionado en Etchebarne (2009) las reservas internacionales netas son entendidas como activos externos que están disponibles de inmediato y bajo el control de las autoridades monetarias (en este caso BCCR) para satisfacer las necesidades de la balanza de pagos; intervenir en los mercados cambiarios a fin de influir en el tipo de cambio y para otros fines conexos, como mantener la confianza en la moneda y economía y servir como base para el endeudamiento externo. Estas están compuestas por una diversa gama de activos como monedas y billetes, depósitos, títulos de valor, entre otros. En el Caso de Costa Rica están compuestas principalmente por títulos de valores y depósitos en moneda extranjera.

Backtesting: es una técnica utilizada para evaluar y diagnosticar el rendimiento de un modelo utilizando datos históricos. De esta manera, Romero, A, Solano, F, Velasco, F, y Cruz, H (2021) lo definen como la técnica que consiste en el análisis de un modelo predictivo usando datos históricos, con el fin de validar la exactitud y validez de dicho modelo.

El Backtesting se utiliza en distintas áreas como la financiera y aseguradora, siempre que se cuente con información histórica. En el caso de las aseguradoras, estas lo utilizan para medir el riesgo en el cálculo de sus reservas.

A la hora de aplicar esta metodología, se debe tener presente otros conceptos de suma importancia, como lo son los siguientes.

Nivel de Significancia: es la probabilidad de un error de tipo II, es decir, la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando esta es verdadera. (Romero, A y cols., 2021). De esta manera, la compañía que realice el backtesting definirá este nivel de acuerdo a la información histórica que posee respecto a sus siniestros y otras variables. Permite determinar si el resultado de un estudio es estadísticamente significativo.

Intervalo de Confianza: consiste en un intervalo que permite acotar los elementos que existen cercanos a la media de la muestra. Cortés (2017) lo describe como un rango de números, llamado intervalo, el cual es construido alrededor de la estimación puntual, este se construye de manera que la probabilidad del parámetro de la población se localice en algún lugar dentro del intervalo conocido.

Distribución Binomial: La distribución binomial fue desarrollada por Jakob Bernoulli (Suiza, 1654-1705) y es la principal distribución de probabilidad discreta para variables que sólo pueden tomar dos posibles resultados. Martínez, M y Marí, M (2010) explican que este consiste en realizar un experimento aleatorio una sola vez y observar si cierto suceso ocurre o no, siendo p la probabilidad de que ocurra (éxito) y $q = 1 - p$ de que no ocurra (fracaso), por lo que la variable sólo puede tomar dos posibles valores, el 1 si ocurre y el 0 si no sucede. En este proyecto se puede pensar como un modelo probabilístico que se utiliza para describir el número de éxitos en una secuencia de ensayos independientes y mutuamente excluyentes, donde cada ensayo tiene dos posibles resultados: éxito o fracaso.

Media: La media aritmética o promedio es la medida de tendencia central más usual. Cortés (2017) la define como el cociente de la suma de todos los valores observados y el número total de observaciones. Se debe tener en cuenta que la media de un conjunto de mediciones localiza el centro de la distribución de los datos, más no proporciona por sí misma una descripción adecuado de un conjunto de mediciones.

Desviación Estándar: la desviación estándar de una muestra de mediciones es la raíz cuadrada positiva de la varianza Wackerly, D, Mendenhall, W, y Scheaffer, R (2008). Es una medida de dispersión o variabilidad la cual indica cuánto se alejan los valores individuales de la media de la distribución o del conjunto de datos, así se evalúa la dispersión de los valores alrededor de la media en una distribución de probabilidad. Entre mayor sea este valor, mayor será la variabilidad de los valores individuales y más dispersos estarán alrededor de la media. Por lo contrario, entre más pequeño sea el valor, va a indicar que los valores están más cerca de la media y por ende, hay menos dispersión. En general, se utiliza para dar una visualización

más o menos precisa de la variación del conjunto de datos.

Capítulo 2

Estudio de los datos

2.1. Descripción de los datos

La nueva base de datos corresponde a las Reservas netas del Banco Central de Costa Rica, con las respectivas observaciones divididas por periodos de un mes para cada año del 2016 hasta mediados del 2023, para los fines de esta investigación solo se tomarán en cuenta las observaciones del 2018 al 2021. Las variables que se encuentran en la nueva información de referencia son los siguientes:

Año: variable que indica el periodo de tiempo para el cual se realizó la estimación de la reserva del modelo, dada en años.

Por ejemplo: 2018, 2019, 2020 y 2021.

Mes: variable que indica el periodo de tiempo para el cual se realizó la estimación de la reserva del modelo, dada en meses.

Por ejemplo: Enero, Febrero, Marzo, Abril, etc.

Monto de Reserva Neta: variable numérica que hace referencia a la cantidad de dinero que la

entidad ha reservado para hacer frente a pasivos o contingencias futuras, luego de deducir cualquier reserva o provisión existente. Es de suma importancia, ya que permite evaluar la capacidad de la entidad para cubrir sus obligaciones financieras.

Por ejemplo: 7 786.80, 7 784.10, 7 812.00, 7 898.80, etc.

Se precisa que los montos de Reserva Neta se encuentran en millones de dólares. Además, se obtiene un total de 48 observaciones, la cual se considera una muestra representativa ya que el número de observaciones es mayor a 30.

A continuación, se muestra un extracto de la base de datos.

Mes	Año	Reserva_Neta
Enero	2016	7 786.80
Febrero	2016	7 784.10
Marzo	2016	7 812.00
Abril	2016	7 898.80
Mayo	2016	7 760.40
Junio	2016	7 787.40
Julio	2016	7 960.50
Agosto	2016	8 007.60
Septiembre	2016	7 699.20
Octubre	2016	7 715.30
Noviembre	2016	7 583.00
Diciembre	2016	7 573.80

Metodologías:

Para el proyecto en desarrollo se planea implementar como guía el modelo descrito en Aguilar y Avendaño (2009), para poder determinar si las predicciones de los datos fueron certeros para la base de datos de esta investigación. Como se menciona anteriormente, este artículo hace énfasis

en la aplicación de la técnica Backtesting, descrita en secciones anteriores. Esta técnica se puede implementar de distintas maneras, podemos destacar dos metodologías: Backtesting basado en el Criterio de Kupiec y Backtesting utilizando distribución binomial.

Backtesting basado en el Criterio de Kupiec:

Para esta metodología, se basa en el artículo de Ramírez & Ramírez(2008), los cuales describen que el Criterio de Kupiec consiste en contar el número de veces en que las pérdidas exceden el VAR durante un periodo. Para ello se asume que N es el número de observaciones que exceden las pérdidas y para un nivel de confianza dado $(1-p)$ se prueba si N es estadísticamente diferente de la probabilidad de error p , la cual se considera para el cálculo del VAR.

Si el criterio de Kupiec se cumple, se considera que el modelo de riesgo es adecuado y por ende, está bien calibrado.

Backtesting Binomial:

En el caso del Backtesting Binomial, se tiene como referencia los artículos de Aguilar y Avendaño (2009) y Zahuantitla, Sanabria, Velasco, & Luna (2021). En este caso, se debe de contar con datos históricos de la compañía escogida, definir un intervalo de confianza y un horizonte de riesgo, los cuales serán definidos en el desarrollo de la investigación.

Luego de contar con estos datos, se debe de determinar el número de excepciones, por medio de la distribución binomial. Como lo mencionan Zahuantitla, Sanabria, Velasco, Luna (2021), esto se realiza debido a que se desea obtener el número de éxitos en n eventos. Es decir, visualizar cuantas excepciones se tienen en el horizonte de riesgo ya definido.

Finalmente, se pretende realizar la respectiva comparación entre los datos reales y los simulados. De modo que, se toma como excepción cuando la variable del valor real de las reservas sobrepasada los valores simulados (mínimo y máximo).

Al utilizar esta metodología, los resultados posibles del modelo están en función de las

probabilidades de éxito y fracaso establecidas.

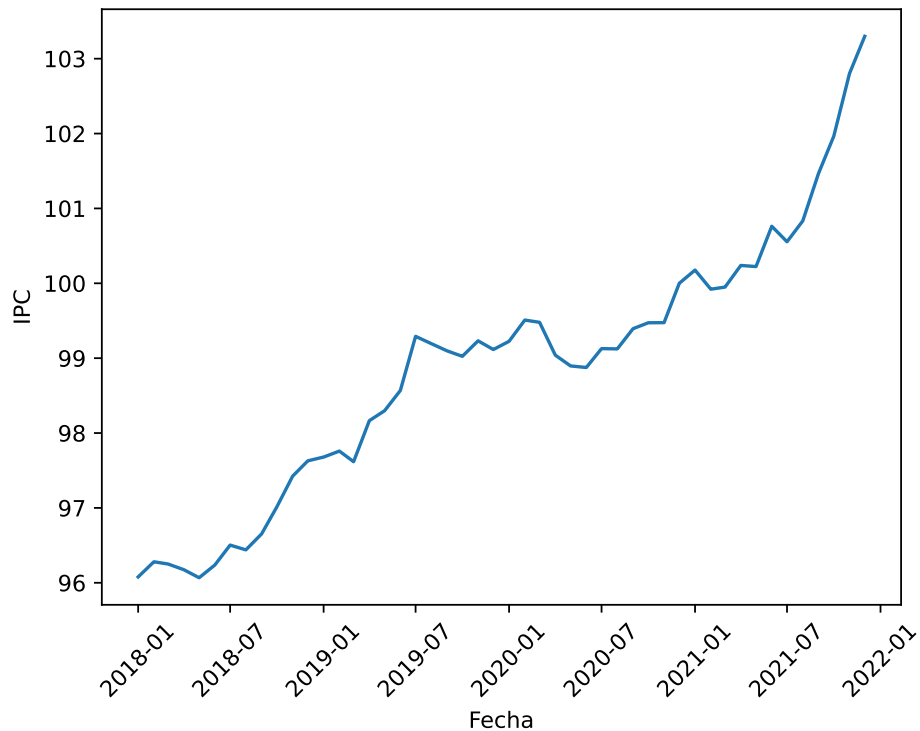
Para llevar a cabo lo anterior se hará uso de distintos paquetes en Python que permitan el manejo, visualización y análisis inferencial de los datos. Entre estas librerías se puede mencionar Numpy, Pandas, Matplotlib, Seaborn, Scikit-learn: Scikit-learn, Backtrader. Cada una de estas ofrece distintas características y funcionalidades que se pueden acoplar al Backtesting para el fin de esta investigación.

2.2. Análisis de los datos

En la figura (2.1), se puede apreciar el índice de precios al consumidor y su comportamiento a lo largo del tiempo en estudio. Este está normalizado basado en los acontecimientos que han trascendido en el periodo estudiado tales como la pandemia.

Figura 2.1 Índice de precios al consumidor en el periodo 2018-2021.

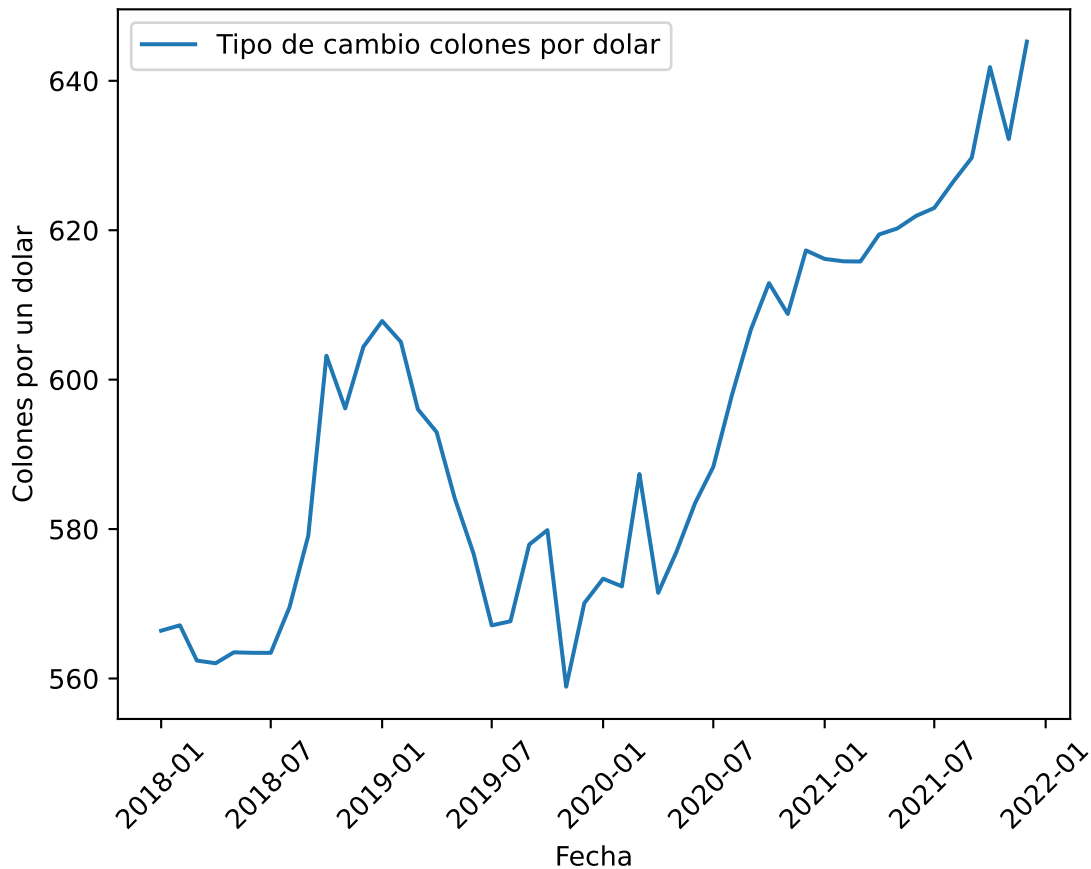
Fuente: elaboración propia con datos del Banco Central de Costa Rica.



Luego, en la figura (2.2) se aprecia como este tuvo un aumento considerable en el segundo semestre del 2018, luego se niveló a lo largo del 2019 y finalmente a cerca del segundo trimestre del 2020, la historia de la pandemia, la cual por diversos motivos esta variable se disparó y tuvo un aumento considerable y constante en los periodos posteriores.

Figura 2.2 Tipo de cambio colones por dolar en el periodo 2018-2021.

Fuente: elaboración propia con datos del BCCR.



A la información estadística se le añade los siguientes conceptos:

- Tipo de Cambio: se selecciona el tipo de cambio colones por dolar fijada por el Banco Central de Costa Rica del último día del mes correspondiente del período del 2018 al 2021.
- Variación Mensual del Índice de Precios al Consumidor: el cual corresponde a la variación

porcentual mensual que refleja el cambio de los precios generales de la Canasta de Consumo del IPC con relación a los respectivos precios del mes anterior; del período de 2018 al 2021.

- Índice mensual de actividad económica (IMAE): que corresponde al índice que mide la evolución de la actividad económica, aproximando el comportamiento mensual del valor agregado de las diferentes industrias incluidas en el cálculo del Producto Interno Bruto; del período de 2018 al 2021.
- Entre la Reserva Neta Estimada del Banco Central de Costa Rica y la variación mensual del Índice de Precios al Consumidor indica que dichas variables tienen una correlación débilmente negativa. Esto quiere decir que a más monto de Reservas Netas se asocia con una variación del IPC mensual menor.
- Entre la Reserva Neta Estimada del Banco Central de Costa Rica y el tipo de cambio de dólar del Banco Central de Costa Rica indica que dichos conceptos presentan una correlación negativa. Esto quiere decir que a más monto de Reservas Netas está fuertemente relacionado con tipos de cambios son más bajos.

De la cual podemos observar lo siguiente:

	Reserva Neta Estimada	Reserva Neta Observada	IPC Var. Mensual	Tipo de Cambio
Reserva Neta Estimada	1	0.07357727	-0.40065943	-0.59375443
Reserva Neta Observada	0.07357727	1	-0.10719992	-0.02559509
IPC Var. Mensual	-0.40065943	-0.10719992	1	0.34201465
Tipo de Cambio	-0.59375443	-0.02559509	0.34201465	1

Cuadro 2.1: Matriz de Correlación

A continuación, una representación visual de los datos expuestos anteriormente:

Figura 2.3 Gráfica de la matriz de correlación.

Fuente: elaboración propia.

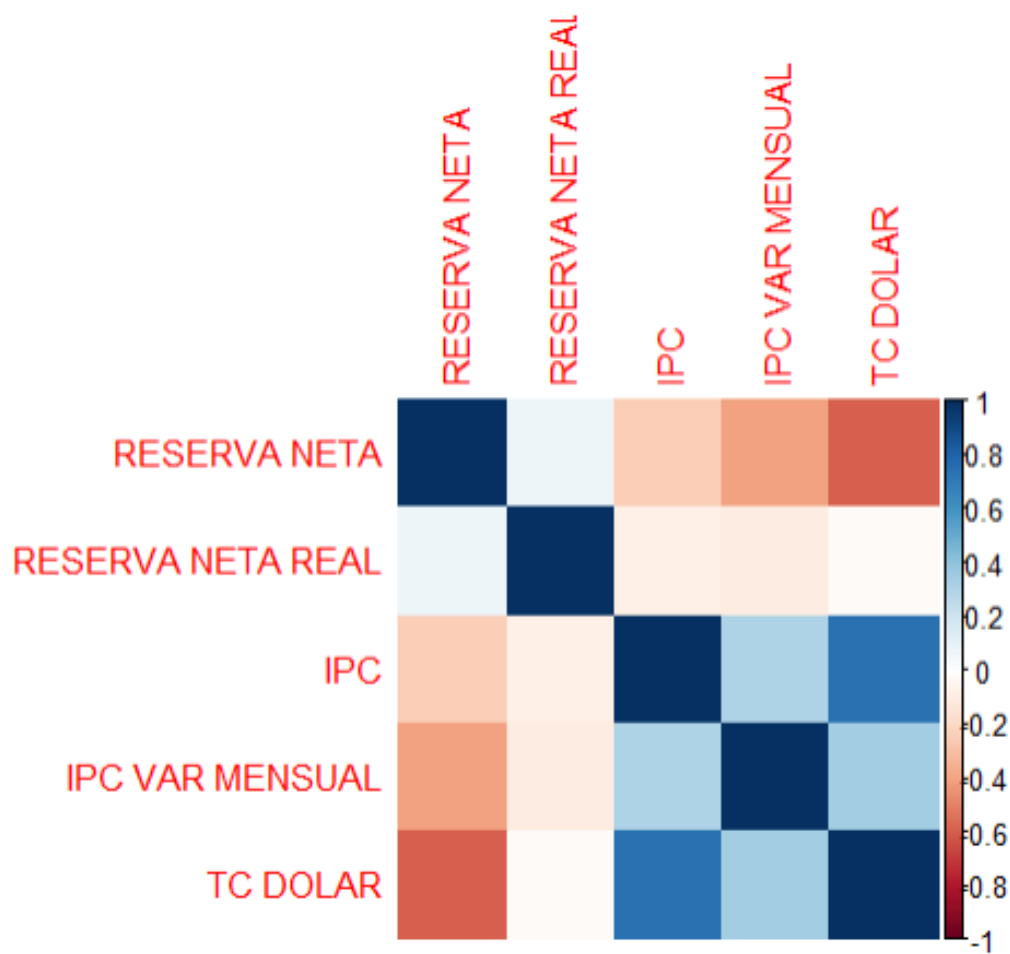
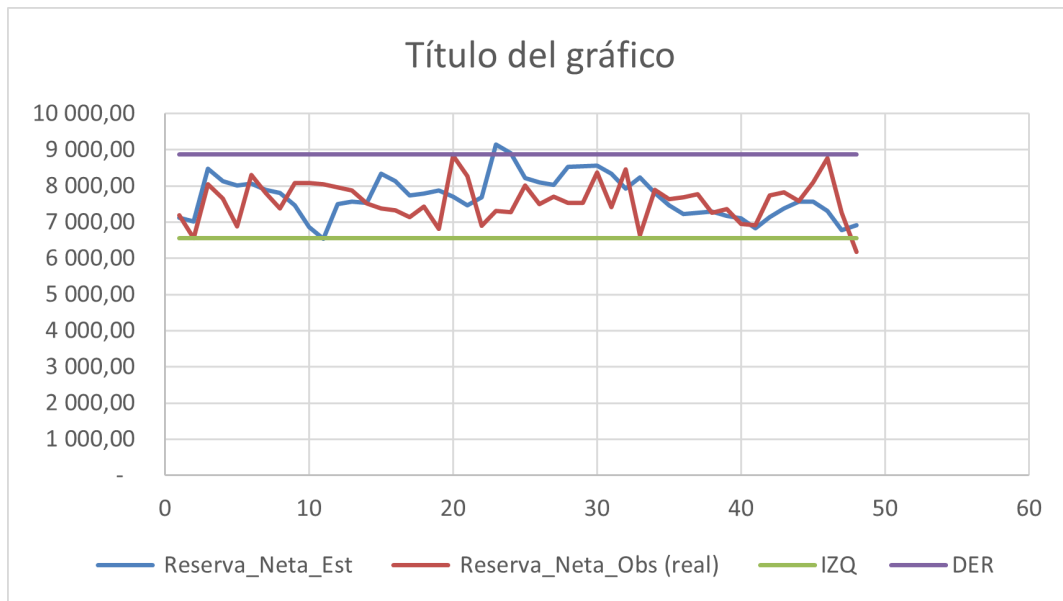


Figura 2.4 Reservas netas estimadas vrs reservas netas observadas.

Fuente: elaboración propia.



2.2.1. Método

Para este análisis se considera la información estadística proporcionada de la base histórica de reservas netas del período de enero 2018 a diciembre 2021; mediante una distribución binomial, se estudiará si los montos de reservas durante dicho periodo muestran un comportamiento uniforme.

Primeramente se utiliza una simulación mediante R Studio para obtener los montos de reservas netas reales, es decir, el monto que efectivamente se tuvo que invertir para afrontar las necesidades de la empresa en cuanto obligaciones.

```
## Base de datos
```

```
datos <- read_excel("BASE.RESERVAS.NETAS.xlsx")
```

```
# Funcion para crear un vector que se distribuya con base a su
# media y desviacion estandar
```

```
vector_nd <- function(datos , columna) {  
  vector_original <- datos[[columna]]  
  media <- mean(vector_original)  
  desviacion_estandar <- sd(vector_original)  
  longitud <- length(vector_original)  
  
  vector_nuevo <- rnorm(n = longitud , mean = 0, sd = 1)  
  vector_nuevo <- vector_nuevo * desviacion_estandar + media  
  
  return(vector_nuevo)  
}  
  
# Se planta una semilla  
set.seed(123)  
  
# Calculo del nuevo vector  
vector_nuevo <- vector_nd(datos , "Reserva_Neta")  
  
# Union del vector y la base de datos  
  
datos <- cbind(datos , Reserva_Neta_Real = vector_nuevo)
```

Una vez terminado el proceso anterior, se procede a calcular la media y desviación estándar de los montos de reserva neta, para establecer como intervalo de confianza I cuya longitud es $\bar{X} \pm 2\sigma$ donde \bar{X} representa la media y σ representa la desviación estándar.

Ahora, se denominan excepciones a los puntos que se encuentran fuera del intervalo I , es decir, $x_i \notin I$ con x_i como el número de observaciones y se contabiliza el número de observaciones que se encuentran dentro y fuera de dicho intervalo, para efectuar esto, se conocerá el número

de excepciones, por lo que, se establece como niveles de tolerancia a partir de una distribución binomial de 48 observaciones, un nivel de confianza del 95 % y un margen de error del 5 %.

N. Exc	Probabilidad	Prob. Acum.
0	0.0852575903	0.0852576
1	0.2153875966	0.3006452
2	0.2664004485	0.5670456
3	0.2149898356	0.7820355
4	0.1272966132	0.9093321
5	0.0589584314	0.9682905
6	0.0222387066	0.9905292
7	0.0070227494	0.9975520
8	0.0018942943	0.9994463
9	0.0004431098	0.9998894
10	0.0000909541	0.9999803
11	0.0000165371	0.9999969
12	0.0000026837	0.9999996

De lo anterior, se establece como parámetros para aceptar el modelo:

- Tolerar un número máximo de cuatro excepciones, es decir, tres valores que se encuentren fuera del intervalo I.

En caso de no cumplirse con lo establecido se rechaza el modelo de reservas propuesto. De esta forma se muestran los resultados obtenidos al momento de validar la información:

CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LOS DATOS

Mes	Año	N	Reserva Neta Est	Reserva Neta Obs (real)	Límite Inf	Límite Sup	Indicador
Enero	2018	1	7 120.10	7 184.84	6 547.91	8 873.49	1
Febrero	2018	2	7 015.90	6 556.15	6 547.91	8 873.49	1
Marzo	2018	3	8 473.90	8 051.10	6 547.91	8 873.49	1
Abril	2018	4	8 128.20	7 645.80	6 547.91	8 873.49	1
Mayo	2018	5	8 010.70	6 880.99	6 547.91	8 873.49	1
Junio	2018	6	8 070.90	8 297.46	6 547.91	8 873.49	1
Julio	2018	7	7 900.40	7 807.52	6 547.91	8 873.49	1
Agosto	2018	8	7 800.00	7 380.24	6 547.91	8 873.49	1
Septiembre	2018	9	7 468.80	8 085.05	6 547.91	8 873.49	1
Octubre	2018	10	6 866.20	8 074.99	6 547.91	8 873.49	1
Noviembre	2018	11	6 537.80	8 041.50	6 547.91	8 873.49	0
Diciembre	2018	12	7 495.00	7 962.77	6 547.91	8 873.49	1
Enero	2019	13	7 571.60	7 882.99	6 547.91	8 873.49	1
Febrero	2019	14	7 525.30	7 518.31	6 547.91	8 873.49	1
Marzo	2019	15	8 336.40	7 373.79	6 547.91	8 873.49	1
Abril	2019	16	8 138.90	7 329.67	6 547.91	8 873.49	1
Mayo	2019	17	7 739.30	7 143.58	6 547.91	8 873.49	1
Junio	2019	18	7 793.20	7 431.85	6 547.91	8 873.49	1
Julio	2019	19	7 877.60	6 805.63	6 547.91	8 873.49	1
Agosto	2019	20	7 707.70	8 839.39	6 547.91	8 873.49	1
Septiembre	2019	21	7 462.50	8 270.31	6 547.91	8 873.49	1
Octubre	2019	22	7 692.70	6 889.89	6 547.91	8 873.49	1
Noviembre	2019	23	9 150.30	7 316.39	6 547.91	8 873.49	0
Diciembre	2019	24	8 912.30	7 278.63	6 547.91	8 873.49	0

CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LOS DATOS

Mes	Año	N	Reserva Neta Est	Reserva Neta Obs (real)	Límite Inf	Límite Sup	Indicador
Enero	2020	25	8 211.40	8 016.86	6 547.91	8 873.49	1
Febrero	2020	26	8 102.10	7 505.61	6 547.91	8 873.49	1
Marzo	2020	27	8 032.90	7 704.99	6 547.91	8 873.49	1
Abril	2020	28	8 530.90	7 538.07	6 547.91	8 873.49	1
Mayo	2020	29	8 552.70	7 529.59	6 547.91	8 873.49	1
Junio	2020	30	8 565.10	8 365.44	6 547.91	8 873.49	1
Julio	2020	31	8 340.20	7 421.28	6 547.91	8 873.49	1
Agosto	2020	32	7 934.10	8 453.00	6 547.91	8 873.49	1
Septiembre	2020	33	8 238.10	6 637.83	6 547.91	8 873.49	1
Octubre	2020	34	7 809.20	7 901.17	6 547.91	8 873.49	1
Noviembre	2020	35	7 457.60	7 628.32	6 547.91	8 873.49	1
Diciembre	2020	36	7 224.70	7 682.85	6 547.91	8 873.49	1
Enero	2021	37	7 266.00	7 779.79	6 547.91	8 873.49	1
Febrero	2021	38	7 296.80	7 257.51	6 547.91	8 873.49	1
Marzo	2021	39	7 169.00	7 357.66	6 547.91	8 873.49	1
Abril	2021	40	7 098.40	6 951.79	6 547.91	8 873.49	1
Mayo	2021	41	6 831.10	6 920.28	6 547.91	8 873.49	1
Junio	2021	42	7 137.10	7 734.72	6 547.91	8 873.49	1
Julio	2021	43	7 375.90	7 820.40	6 547.91	8 873.49	1
Agosto	2021	44	7 564.30	7 586.36	6 547.91	8 873.49	1
Septiembre	2021	45	7 568.30	8 101.12	6 547.91	8 873.49	1
Octubre	2021	46	7 313.10	8 769.00	6 547.91	8 873.49	1
Noviembre	2021	47	6 780.80	7 264.20	6 547.91	8 873.49	1
Diciembre	2021	48	6 918.10	6 187.53	6 547.91	8 873.49	1

A partir de los resultados obtenidos, se puede determinar que el modelo ha sido aceptado, ya que cumple con los parámetros establecidos. Durante el período de estudio, 2018 al 2021, se presentaron tres excepciones en el comportamiento de las reservas netas, dichas excepciones se presentaron en noviembre del 2018, noviembre del 2019 y diciembre del 2019.

El nivel de tolerancia establecido para aceptar el modelo fue establecido en cuatro excepciones. Al encontrar tres excepciones se esperaría que el modelo fuera rechazado; sin embargo, tomando en cuenta el nivel de confianza del 95 % y el 5 % del margen de error, se considera un modelo adecuado y se infiere que el comportamiento de las reservas netas durante el período de estudio muestra, en general, un comportamiento uniforme, a pesar de las tres excepciones observadas.

De esta manera, el análisis de backtesting y la validación del modelo proporcionan una medida de confianza en el proceso con la capacidad del modelo para generar resultados precisos y útiles en futuros escenarios.

Cabe destacar que la identificación de estas tres excepciones, en noviembre de 2018, noviembre de 2019 y diciembre de 2019, pueden ser eventos de estudio de interés, con el fin de investigar las razones detrás de esos comportamientos atípicos respecto a los demás resultados.

Capítulo 3

Conclusiones

1. La disponibilidad de tecnologías y herramientas, tales como python, R e inclusive Excel, hacen que el proceso de Backtesting sea más sencillo y accesible. Ya que, estas herramientas ofrecen funciones y bibliotecas especializadas que permiten realizar cálculos estadísticos y gráficos de una forma más fácil.
2. Respecto al modelo aplicado por la ente bancaria, se pudo observar que mediante el análisis por Backtesting este da resultados positivos y confiables, proporcionando seguridad de que las reservas son adecuadas para cubrir riesgos y siniestros esperados, generando así confiabilidad entre los asegurados y clientes potenciales.

Referencias

- Aguilar, P, y Avendaño, J. (2009). Backtesting de reserva de seguros. *Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros*.
- Allianz España. (s.f). *¿qué son provisiones o reservas económicas?* Descargado 21 mayo 2023, de <https://www.allianz.es/descubre-allianz/mediadores/diccionario-de-seguros/p/que-es-provisiones-o-reservas-economicas.html#:~:text=Las>
- Banco Central de Costa Rica. (s.f). *Indicadores económicos. reservas netas del banco central [cuadro 8]*. Descargado de <https://gee.bccr.fi.cr/indicadoreseconomicos/Cuadros/frmVerCatCuadro.aspx?idioma=1&CodCuadro=%208>
- Cortés, J. (2017). Estadística y probabilidad. *AREANDINA*. Descargado de <https://digitk.areandina.edu.co/handle/areandina/1280>
- Etchebarne, A. (2009). Manual de balanza de pagos y posición de inversión internacional. *Fondo Monetario Internacional*. Descargado de <https://www.imf.org/-/media/Websites/IMF/imported-publications-loe-pdfs/external/spanish/pubs/ft/bop/2007/bopman6s.ashx>
- Martínez, M, y Marí, M. (2010). Distribución binomial. *Universidad Politécnica de Valencia*. Descargado de <https://riunet.upv.es/handle/10251/7936>
- Ramírez, A. (2008). Cálculo del valor en riesgo con el modelo de cadenas markov con simulación monte carlo. *Instituto Tecnológico y De Estudios Superiores de Monterrey*. Descargado de <https://repositorio.tec.mx/handle/11285/572665>
- Romero, A, Solano, F, Velasco, F, y Cruz, H. (2021). Backtesting para reserva de seguros. *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, Puebla, México..* Descargado de <https://www.fcfm.buap.mx/SIEP/2021/Extensos%20Carteles/Extenso%20CristalBack.pdf>
- Wackerly, D, Mendenhall, W, y Scheaffer, R. (2008). Estadística matemática con aplicaciones séptima edición. *Cengage Learning Editores*. Descargado de [https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/\[Wackerly,Mendenhall,Scheaffer\]Estadistica_Matematica_con_Aplicaciones.pdf](https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/[Wackerly,Mendenhall,Scheaffer]Estadistica_Matematica_con_Aplicaciones.pdf)