

# Дискретная математика. Коллоквиум весна 2017.

## Определения

Потом заполню

7 марта 2017 г.

1. 6 Множества называются *равномощными*, если между ними существует *биекция*, или взаимно-однозначное соответствие. Равномощность множеств обозначают значком  $\sim$ .

Свойства равномощности:

- (a) *Симметричность*:  $A \sim B \Rightarrow B \sim A$ .
- (b) *Рефлексивность*:  $\forall A : A \sim A$
- (c) *Транзитивность*:  $A \sim B, B \sim C \Rightarrow A \sim C$

2. 8 Множество  $S$  называют *счетным*, если оно равномощно множеству  $\mathbb{N}$ . Счетные множества обладают некоторыми свойствами:

- (a) Объединение счетных множеств счетно
- (b) Всякое подмножество счетного множества конечно или счетно
- (c) Всякое бесконечное множество содержит счетное подмножество
- (d) Множество  $\mathbb{Q}$  рациональных чисел счетно
- (e) Конечное либо счетное объединение конечных либо счетных множеств конечно либо счетно.
- (f) Декартово произведение счетных множеств  $A \times B$  счетно.
- (g) Число слов в конечном или счетном алфавите счетно.

3. 9

Континуум - мощность множества  $[0,1]$ . Примеры:

- (a) Множество бесконечных последовательностей нулей и единиц
- (b) Множество вещественных чисел
- (c) Квадрат  $[0,1] \times [0,1]$ .

4. 24 Универсальную вычислимую функцию  $U(p, x)$  называют *главной*, если для любой вычислимой функции  $V(q, y)$  существует *транслятор* – вычислимая тотальная функция, такая что

$$\forall q, y : V(q, y) = U(s(q), y)$$

Такие функции также называются *главными нумерациями*.

5. 25 Пусть  $F = \{f \mid f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}$  - множество вычислимых функций. Пусть  $A \subseteq F$  - подмножество функций. Говорят, что функция удовлетворяет некому *свойству*, если она лежит в  $A$ . Пусть  $U(p, x)$  – универсальная функция. Пусть  $P_a = \{p \mid U(p, x) \in A\}$ . Утверждается, что если  $A$  – нетривиально (т.е.  $A \neq \emptyset, \overline{A} \neq \emptyset$ ), то множество  $P_a$  неразрешимо.