Propiedades de ER

- No todos los lenguajes son ER
  hay lenguajes no-regulares.

- ER ⟷ AFD ⟷ AFN ⟷ AFN-ε

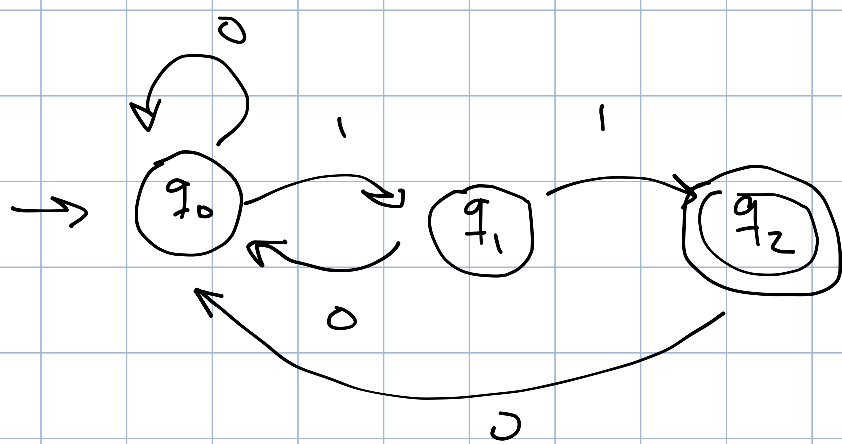
  Lenguaje Regular.

Propiedad de LR ⟶ Principio del Bombeo

- Pumping Lemma (Lema del Bombeo)

LR   A = {string que terminan en 11}

011, 1011, 011111

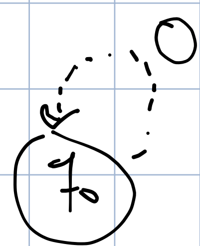


Lema Bombeo: todo string LR puede ser repetido o "bombeado" si son por lo menos de cierto largo p

$p=3$ w

1. 011
2. 1011
3. 01111

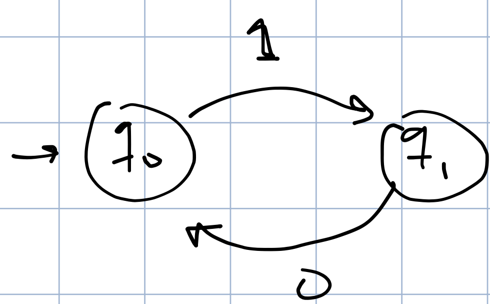
1\. $\underbrace{\underline{0}}_{w}11$



muchas veces

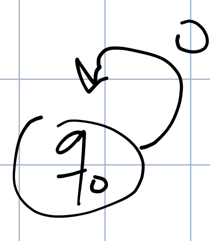
0011
00011 ...

2\. $\underline{10}11$



101011 ✓
10101011 ✓

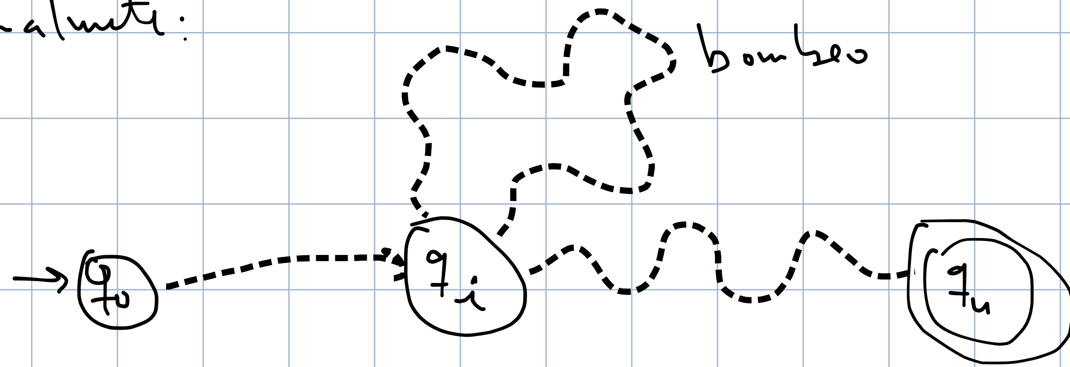
3\. $\underline{0}1111$



01111 ✓
001111 ✓ $\in A$
⋮

en cada uno de ellos hay una sección que puedo "Bombear"

Formalmente:

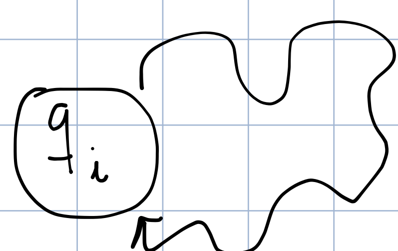


hay un p ~ largo de bombeo tal que si tenemos un string $s \in A$ y $|s| \geq p$, puedo dividir $s = xyz$, satisface,

1. para $i \geq 0$, $xy^iz \in A$
2. $|y| > 0$ no sea vacío ε
3. $|xy| \leq p$

---

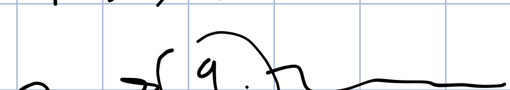
1. xy^iz



y repetir bombeo.

xyz, $y = \cancel{\varepsilon}$ xz

2. $|y| > 0$



$$\varepsilon \leftarrow x\, y^i\, z \rightarrow \varepsilon$$

$\underline{xy}z$

3. $|xy| \le p$

$p = 3$

$\underbrace{0}_{x}\,\underbrace{\cancel{1111}}_{y}$

$|xy| = 5 > p$

todos los LR satisfacen
el lema del bombeo

---

tenen L $B = \{0^n 1^n \mid n \ge 0\}$

0011, 000111, 00001111

Usamos PL para demostrar
asumir que si es LR, aplica
PL

$0^p 1^p$ estas expresiones

1. xy^iz

$$\underset{x}{\varepsilon}\ \underset{y}{\underline{0}}^p\ \underset{z}{1^p} \Rightarrow 000^p 1^p \quad \times$$

$$\underset{x}{0^p}\ \underset{y}{\underline{1}}^p\ \underset{z}{\varepsilon} = 0^p \underbrace{111}\, 1^p \quad \times$$

2. $0^{p}\underset{y}{\varepsilon}1^p \quad \times$

3. $\underset{x}{\varepsilon}\ \underbrace{0^p 1^p}_{y}\ \underset{z}{\varepsilon} = 010101\ldots \quad \times$

$\hookrightarrow |\varepsilon 0^p 1^p| > p$

satisface 3 $|xy| \leq p$

$$0\underbrace{00}\,111$$

Como prueba

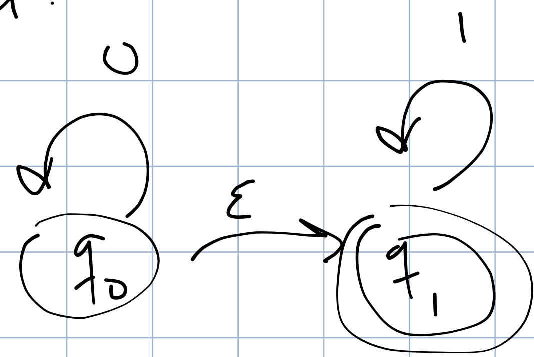
1. asumo que L es regular

2. dado un p (tamaño bombeo)

Se escoge un string

3. mostrar que no satisface el lema.

$0^n 1^n$



$\{0,1\} \in$ palindromos

1001 10101 00100

0110

madam ER

Ej 4.3 (pg 108) Cap 4 pumping lema.

teorema 4.5

Si L es un LR con afabeto Σ, entonces $\bar{L} = \Sigma^* - L$

$\bar{L}$ tambien es LR

Prueba:

$$L = L(A), \quad A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

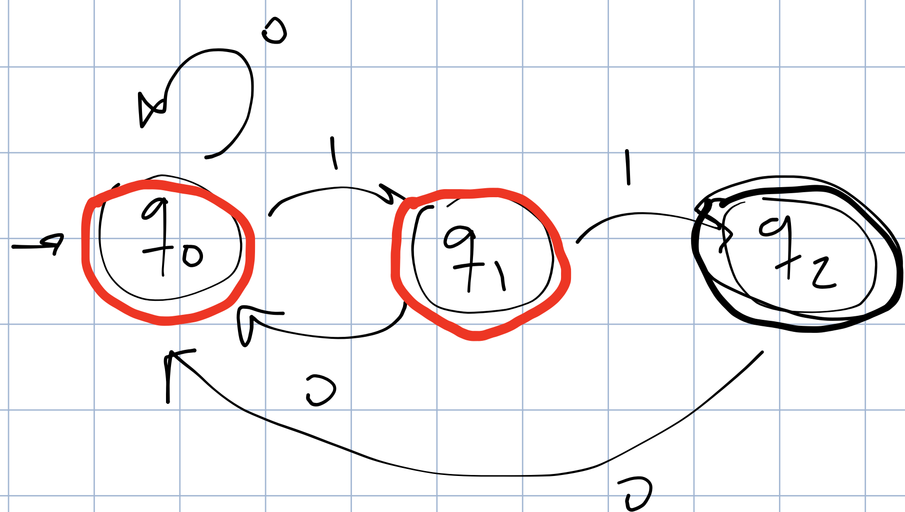
el complento $\overline{L} = L(B)$

$$B = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q-F)$$

es decir B acepta todos los strings que A no acepta

$$w = \hat{\delta}(q_0, w) \in Q-F \qquad w \in L(B)$$

$$\notin F \qquad w \notin L(A)$$



B

A

0

1

01

010

110