Tecnólogico de Costa Rica
Maestría en Computación
Diseño de Experimentos
Apuntes de Clase

Kendall González León
2015087861

Marzo 2, 2023

Índice

Índice de figuras

1. Inferencia estadística y prueba de hipótesis

1.1. Inferencia Estadística

Utilizar pruebas estadísticas para generar alguna **conclusión sobre los datos**, características:

- En medicina se utiliza **ampliamente**.
- Ejemplo: Conocer si un tratamiento se comporta mejor o peor que uno estándar.
- Es importante asegurar que las muestras son representativas de toda la población y han sido seleccionadas de manera **aleatoria**.
- Ejemplo: inferir el tiempo d espera de una persona en emergencias, realizando una encuesta a 10 unidades de emergencias.
- Se hace uso del muestreo que se vió en lecciones anteriores

1.2. Prueba de hipótesis

1.2.1. Hipótesis nula

Dos grupos no son diferentes, no hay correlación entre las variables.

1.2.2. Hipótesis alternativa

Contraria a la hipótesis nula, hay diferencia entre los grupos, correlación entre las variables.

1.2.3. p-value

Asumiendo que la hipótesis nula es verdadera, es la probabilidad de obtener un resultado igual o más extremo a lo obtenido.

Visualización del p-value

Se tiene un moneda que se va a tirar 100 veces.

Hiótesis nula: La moneda es justa, caer en escudo o corona tiene la misma probabilidad.

Hiótesis alternativa: La moneda no es justa.

Se observa que la modela cayó en escudo 95 veces. El *p-value* corresponde a la probabilidad de obtener 95, 96, 97, 08. 99 o 100 veces escudo, o que se obtengan 0, 1, 2, 3, 4, 5 escudo, esto asumiendo que la hipótesis nula es verdadera.

Para obtener los resultados anteriormente mecionados, se puede imaginar que el p-value es bastante pequeño.

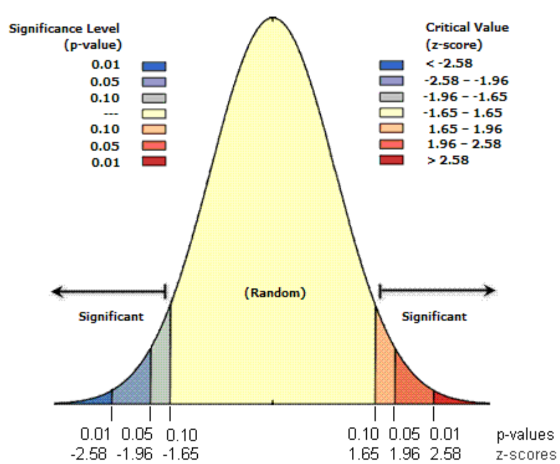


Fig. 1: Visualización del p-value

1.3. Errores en la inferencia

1.3.1. Error de tipo I

Se rechaza la hipótesis nula, siendo esta verdadera. Es un falso positivo.

1.3.2. Error de tipo II

No se rechaza la hipótesis nula, siendo esta falsa. Es un falso negativo.

Nota aclaratorio: Los valores de *p-value* definidos deben establecerse según la criticidad de lo que se esté midiendo, por ejemplo, un $\alpha = 0{,}05$ es menos estricto que un $\alpha = 0{,}001$ o que $\alpha = 0{,}00001$. Ultra high reliability debe manejar valores estrictos 99,999999 %.

2. Experimentos monofactoriales

2.1. Prueba t

Esta es la pruena que podemos utilizar para comparar dos grupos de un factor.

Ejemplo, se crea un algoritmo nuevo que mejora el tiempo de entrenamiento de una red neuronal y lo queremos comparar con la mejor solución conocida hasta el momento.

El factor es "Método de entrenamiento", y los niveles del factor son Algoritmo A (el viejo) y Algoritmo B (el nuevo propuesto).

	Factores
	Método de entrenamiento
Niveles	Algoritmo A
	Algoritmo B

Cuadro 1: Factores y niveles prueba t

2.1.1. Requerimientos

- Los datos de ambas poblaciones deben estar normalmente distribuidas.
- Se puede usar students t-tests cuando las muestras tienen la misma varianza.
- En R, la Welch's t-test se puede utiliozar cuando no tengamos la misma varianza.

2.1.2. Students t-test

Se desarrolla mediante

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p\sqrt{\frac{2}{n}}} \tag{1}$$

Con $\bar{X}$ el promedio del set de datos, n el tamaño de la muestra. Matemáticamente es igual a un anova monofactorial con dos niveles:

$$S_p = \sqrt{\frac{S_{x1}^2 - s_{x2}^2}{2}} \tag{2}$$

Con S siendo las varianzas, para t:

- La diferencia entre promedios se calcula en el numerador. Entre más grande la diferencia más grande el numerador
- El denominador es el error estándar de la diferencia de los promedios. Se vuelve más pequeño si el tamaño de la muestra aumenta. También conocido como desviación estándar combinada.

- El valor t se hace grande si la diferencia entre promedios es grande, si las varianzas disminuyen, os iel tamaño de la muestra incrementa.
- Se calcula la probabilidad de observar t bajo la hipótesis nula utilizando una distribución t.

2.1.3. Distribución T

Distribución de la ubicación del promedio de la muestra relativa al promedio verdadero, dividido entre la desviación estándar de la muestra, multiplicado por $\sqrt{n}$.

Se denomina distancia estándarizada.

Se puede utilizar para constuir un intervalo de confianza sobre el promedio verdadero y verificar la diferencia entre el promedio de dos poblaciones.

Aparece cuando se estima el promedio de la población a partir de la muestra.

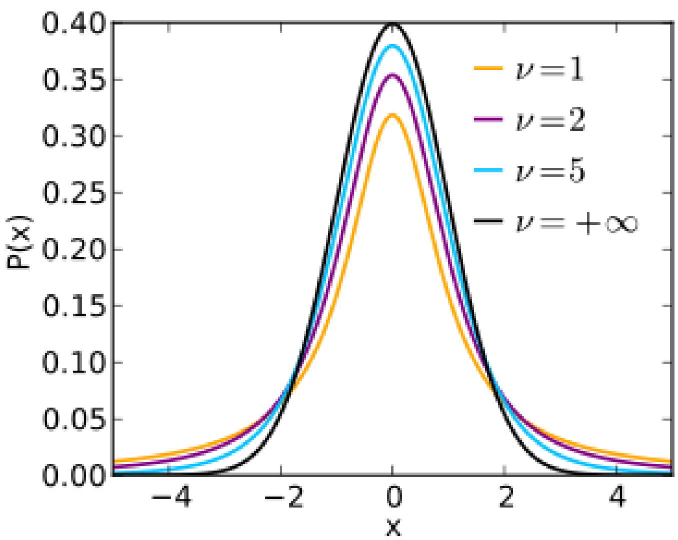


Fig. 2: Distribución de student-t

Cuando se hace un *t-test* se verifica si la prueba estadística es un valor más extrema que el esperado de la distribución t.

Se rechaza la hipótesis nula si se está fuera del valor.

Los grados de libertado están asociados al tamaño de la muestra.

Para tamaños grandes se puede utilizar la distribución Z.

En resumen

- Se calcula el t, si la distancia está afuera del rango de distribución normal, de 2 desvíaciones estándar (95 % de los datos), los grupos son distintos.

Definición: Es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño y la desviación estándar poblacional es desconocida. La desviación de la población se estima a partir de la muestra.

2.2. Paired t-test

Se usa cuando la variable es dependiente, por ejemplo, la eficacia de un medicamento para controlar la presión se mide antes y después en el mismo paciente. Obtener un dato requiere dos mediciones.

2.3. Ejemplo de prueba t en R

Se empotra el resultado del Jupyter Notebook con el ejemplo visto en clase.

t-test

March 9, 2023

1 T-Test

1.1 Preparación

1.1.1 Instalar paquetes

[ ]:
```
if(!require(psych)){install.packages("psych")}
if(!require(FSA)){install.packages("FSA")}
if(!require(lattice)){install.packages("lattice")}
if(!require(lsr)){install.packages("lsr")}
if(!require(rcompanion)){install.packages("rcompanion")}
```

1.1.2 Cargar data

[ ]:
```
Datos = ("Algoritmo     Ejecucion  Tiempo
'Algorimo A'   '1'       12070
'Algorimo A'   '2'       14040
'Algorimo A'   '3'       13580
'Algorimo A'   '4'        9540
'Algorimo A'   '5'       14070
'Algorimo A'   '6'       11520
'Algorimo A'   '7'       13030
'Algorimo A'   '8'       13245
'Algorimo A'   '9'       14215
'Algorimo A'   '10'      15070
'Algorimo A'   '11'      12580
'Algorimo A'   '12'      11540
'Algorimo A'   '13'       9580
'Algorimo A'   '14'      11510
'Algorimo A'   '15'      16070
'Algorimo A'   '16'      13010
'Algorimo A'   '17'      10530
'Algorimo A'   '18'      13030
'Algorimo A'   '19'      17080
'Algorimo A'   '20'      13020
'Algorimo B'   '1'       11070
'Algorimo B'   '2'       12010
'Algorimo B'   '3'       12550
```

```
'Algorimo B'   '4'       10500
'Algorimo B'   '5'       12000
'Algorimo B'   '6'       12520
'Algorimo B'   '7'       13520
'Algorimo B'   '8'       13540
'Algorimo B'   '9'       13255
'Algorimo B'   '10'      15235
'Algorimo B'   '11'      12235
'Algorimo B'   '12'      11285
'Algorimo B'   '13'      10040
'Algorimo B'   '14'      11295
'Algorimo B'   '15'      14080
'Algorimo B'   '16'      12080
'Algorimo B'   '17'      11580
'Algorimo B'   '18'      14070
'Algorimo B'   '19'      15050
'Algorimo B'   '20'      12050
")

Data = read.table(textConnection(Datos), header=TRUE)
```

1.1.3 Mostrar la data cargada

[ ]:
```
library(psych)
headTail(Data)
```

A data.frame: 9×3

	Algoritmo <chr>	Ejecucion <chr>	Tiempo <chr>
1	Algorimo A	1	12070
2	Algorimo A	2	14040
3	Algorimo A	3	13580
4	Algorimo A	4	9540
...	NA	...	...
37	Algorimo B	17	11580
38	Algorimo B	18	14070
39	Algorimo B	19	15050
40	Algorimo B	20	12050

1.1.4 Desplegar de manera compacta

[ ]:
```
str(Data)
```

```
'data.frame':   40 obs. of  3 variables:
 $ Algoritmo: chr  "Algorimo A" "Algorimo A" "Algorimo A" "Algorimo A" …
 $ Ejecucion: int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …
 $ Tiempo   : int  12070 14040 13580 9540 14070 11520 13030 13245 14215 15070
…
```

1.1.5 Resumen de la información completa

[ ]:
```
summary(Data)
```

```
  Algoritmo           Ejecucion          Tiempo
 Length:40          Min.   : 1.00   Min.   : 9540
 Class :character   1st Qu.: 5.75   1st Qu.:11535
 Mode  :character   Median :10.50   Median :12565
                    Mean   :10.50   Mean   :12707
                    3rd Qu.:15.25   3rd Qu.:13695
                    Max.   :20.00   Max.   :17080
```

1.2 Análisis

1.2.1 Resumen

[ ]:
```
library(FSA)

Summarize (Tiempo ~ Algoritmo, data=Data, digits =4)
```

A data.frame: 2 × 9

Algoritmo <chr>	n <dbl>	mean <dbl>	sd <dbl>	min <dbl>	Q1 <dbl>	median <dbl>	Q3 <dbl>	max <dbl>
Algorimo A	20	12916.50	1942.198	9540	11535.00	13025.0	14047.5	17080
Algorimo B	20	12498.25	1422.549	10040	11508.75	12157.5	13525.0	15235

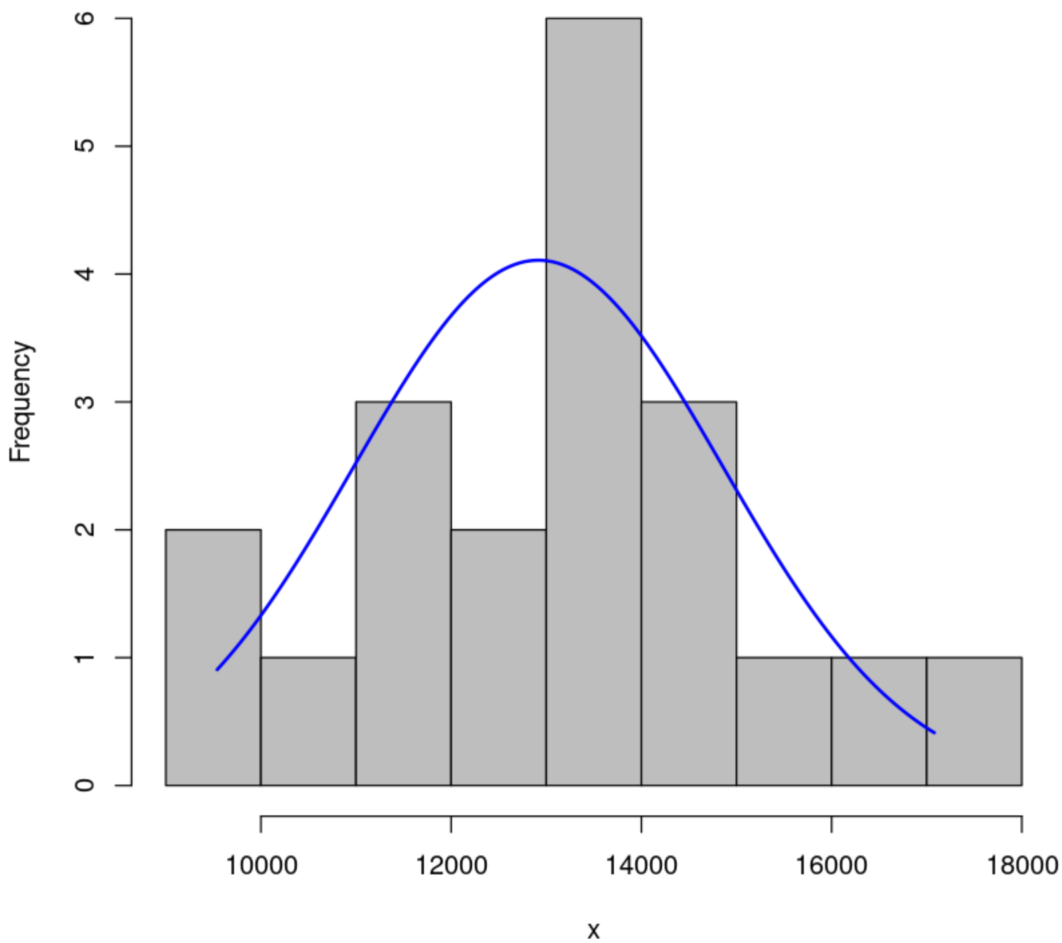
Se puede observar que aunque el promedio del algoritmo B es menor, se posee datos mínimos de A menores al promedio de B, esto indica que la conclusión de que B es mejor A no es necesariamente correcto.

1.2.2 Normalidad de los datos

Se puede observar un comportamiento cercano a la normalidad, es suficiente para hacer el análisis. Se usa el sentido común, dependiendo del tipo de gráfica para concluir si es normal o no.

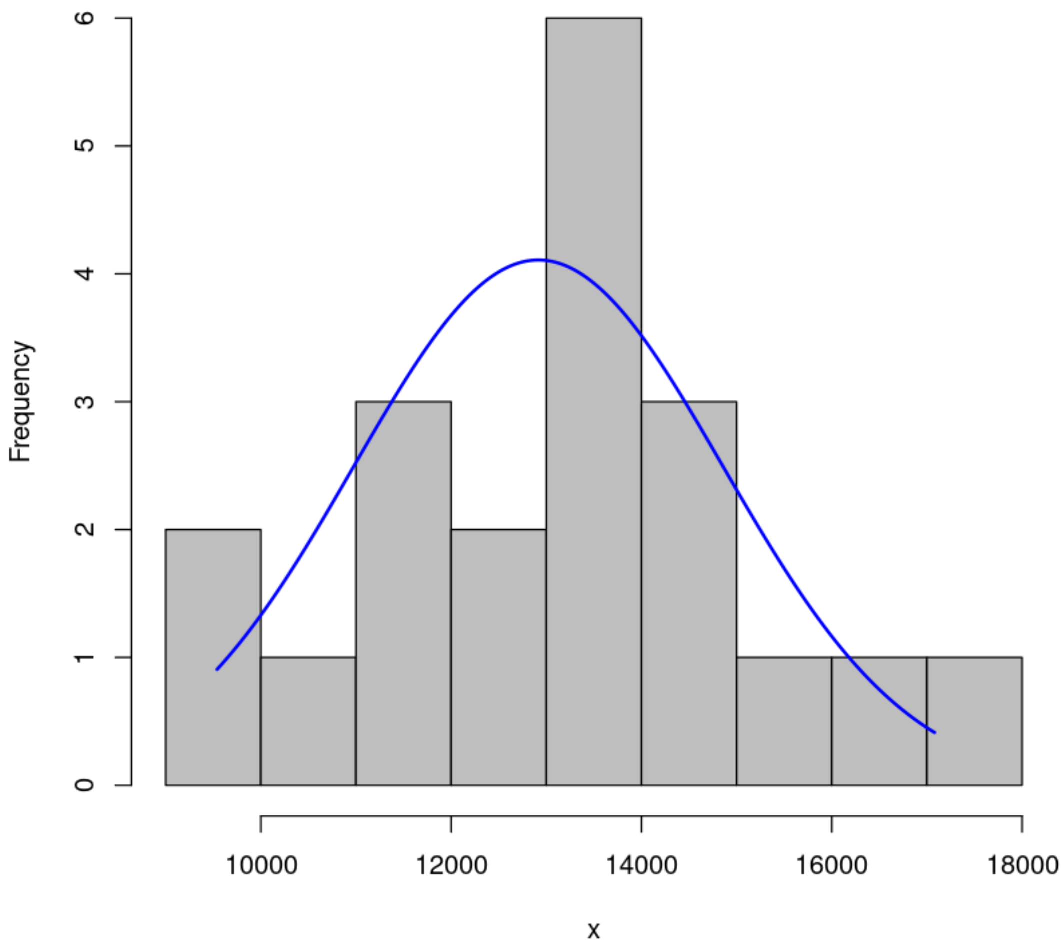
Algoritmo A

[ ]:
```
library(rcompanion)

A = Data$Tiempo[Data$Algoritmo == "Algorimo A"]

plotNormalHistogram(A)
```



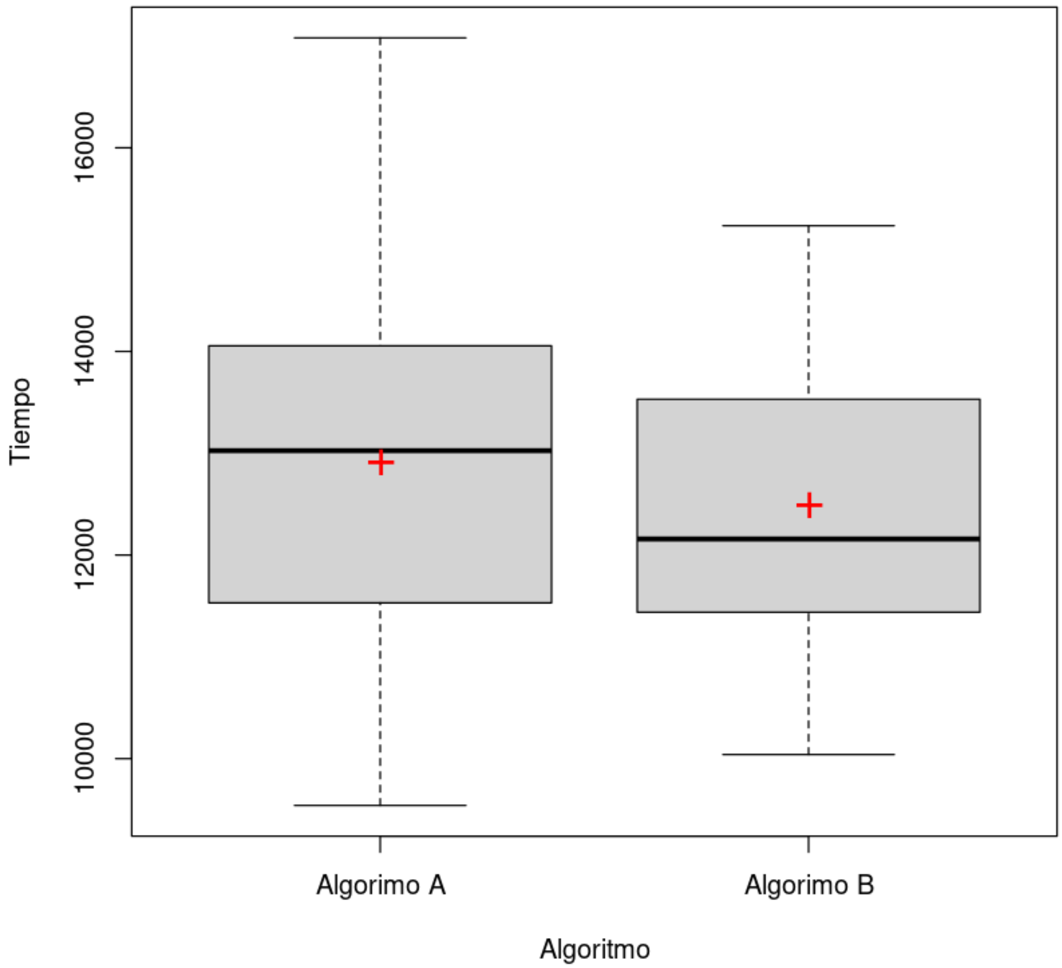
Algoritmo B

[ ]:
```
B = Data$Tiempo[Data$Algoritmo == "Algorimo B"]

plotNormalHistogram(A)
```



1.2.3 Diagrama de Cajas

[ ]:
```
M = tapply(Data$Tiempo, INDEX = Data$Algoritmo, FUN = mean)

boxplot(Tiempo ~ Algoritmo, data =Data)

points (M, col = "red", pch = "+", cex = 2)
```



1.3 Prueba

[ ]:
```
t.test(Tiempo ~ Algoritmo, data = Data)
```

```
        Welch Two Sample t-test

data:  Tiempo by Algoritmo
t = 0.77695, df = 34.83, p-value = 0.4424
alternative hypothesis: true difference in means between group Algorimo A and␣
 ↪group Algorimo B is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -674.7892 1511.2892
```

```
sample estimates:
mean in group Algorimo A mean in group Algorimo B
                12916.50                 12498.25
```

1.4 Conclusiones

Con el valor de p-value = 0.4424:

- El promedio del tiempo de entrenamiento de nuestro algoritmo no es diferente y menor que el tiempo de entrenamiento del otro algoritmo con el cual se comparó.
- Se puiede afirmar que nuestro resultado no es estadísticamente significativo y menor al otro.

2.3.1. Diagrama de Cajas y bigotes

El diagrama de caja y bigotes, también llamado diagrama de caja o boxplot, es un gráfico que representa un conjunto de datos estadísticos de manera visual utilizando los cuartiles.

La principal característica del diagrama de caja y bigotes es que permite visualizar rápidamente la dispersión de una serie de datos, ya que indica los cuartiles, la mediana, los valores extremos y los valores atípicos de los datos.

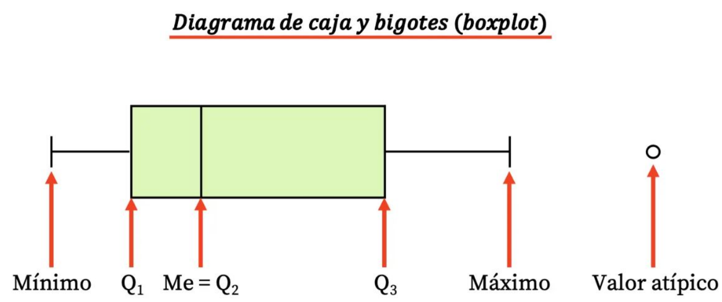


Fig. 3: Diagrama de cajas y bigotes

Así pues, este tipo de diagrama está formado por un caja rectangular y unas líneas (o bigotes) de los cuales destacan los siguientes valores:

- Los límites de la caja indican el primer y el tercer cuartil (Q1 y Q3). Y la línea vertical dentro de la caja es la mediana (equivalente al segundo cuartil Q2).
- Los límites de los bigotes (o brazos) son los valores extremos, es decir, el valor mínimo y el valor máximo de la serie de datos (aunque pueden ser rangos de confianza, o desviaciones estándar).
- Los puntos fuera de los bigotes son los valores atípicos (outliers), o dicho con otras palabras, datos que probablemente se han medido mal y por tanto no deberían tenerse en cuenta en el estudio estadístico.

2.4. Distribución normal

- Generalmente se requiere para las pruebas paramétricas, se requiere que los datos como tal los residuos (diferencia entre las observaciones y el valor predicho por el modelo) sean normales.
- Ejemplo: el modelo indica que el promedio es 20, pero un dato es 23, entonces el residuo es 3.
- Si es un supuesto de la prueba, debe hacerse; las pruebas paramétricas son robustas en cuanto a las violaciones de los supuestos. La *t-test* es razonablemente robusta a violaciones de normalidad para distribuciones simétricas.
- Violaciones evidentemente grandes, invalidan la prueba, es parte de la honestidad del investigador consigo mismo.

2.5. Gráficos quantil-quantil (Q-Q)

- Diagrama de puntos que dibuja las funciones de distribución acumuladas.
- En caso que provengan de una misma distribución, los puntos aparecen alineados.
- Se utiliza para determinar si la muestra sigue una distribución teórica, normalmente la distribución normal.
- Permite identificar si existen outliers.
- Representa un diagrama de puntos que dibuja las funciones de distribución acumuladas.
- Es mejor visualmente que comparar dos histogramas.

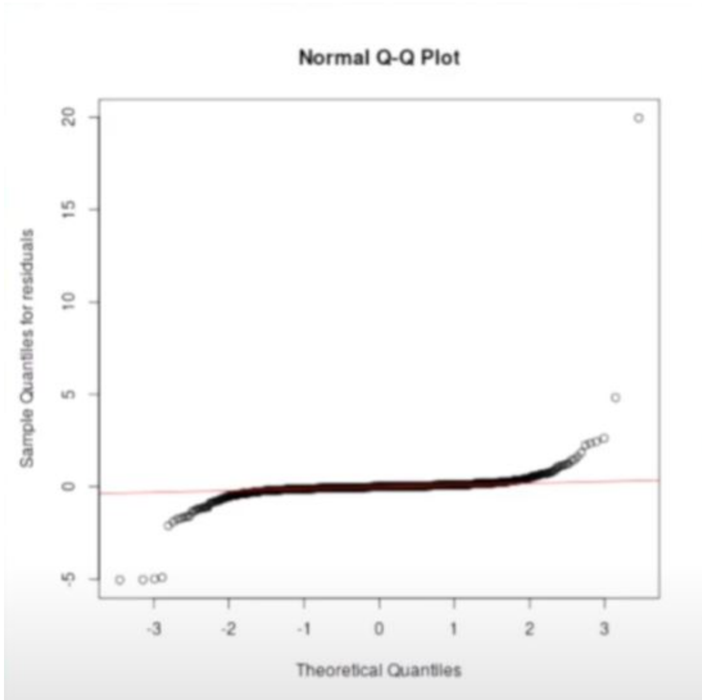


Fig. 4: Diagrama Q-Q

2.6. Outliers

- Notar los outliers del diagrama Q-Q 4.
- Entender los datos.
- Usar el sentido común para entender cuales outliers deben filtrarse.

2.7. Pruebas formales para evaluar la normalidad de los residuos

- Shapiro-Wil, Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov y D'Agostino-Pearson.
- Se debe considerar que los resultados de estas pruebas son dependientes del tamaño de la muestra.
- Si la muestra es grande, pueden indicar que hay una diferencia estadísticamente significativa de una distribución normal, aunque la diferencia sea pequeña.
- Caso contrario, si son pocas muestras, van a indicar que tienen distribución normal.
- Los métodos visuales son buenos para evaluar si se cumplen los supuestos.
- Vale la pena hacer las pruebas formales para evaluar el resultado.

2.8. Anova Monofactorial

- Muy similar a la t-test.
- Ahora se puede comparar más de dos grupos.
- Ejemplo: Se tiene la variable tiempo y se quiere comparar el desempeño del algoritmo A, B, C y D.

2.8.1. Requerimientos

- Se tiene el supuestop de que los residuos son normalmente distribuidos, aunque desviación moderada de la normalidad son toleradas.
- Las observaciones entre grupos son independientes (aleatoriedad). Esto quiere decir que el valor de una observación no es afectado por el valor de otra observación.
- Se require que los grupos tengan homocedasticidad: la misma varianza.

2.8.2. Hipótesis en anova

Hipótesis nula: Los promedios de la variable medida en cada grupo son iguales. **Hipótesis alternativa**: Los promedios de la variable medida en cada grupo no son iguales.
Interpretación:

- Se encontraron diferencias significativas entre los promedios de los grupos.
- Se permite hacer interpretaciones *post-hoc* entre grupos de interés. El promedio de la variable X para el grupo K es diferente que la del grupo I.

2.8.3. Ejemplo anova monofactorial

Se vuelve al experimento para evaluar algoritmos en la red neuronal.

	Factores
	Método de entrenamiento
3*Niveles	Algoritmo A
	Algoritmo B
	Algoritmo C

Cuadro 2: Factores y niveles anova monofactorial

Se empotra el resultado del Jupyter Notebook con el ejemplo visto en clase.

monofactorial

March 9, 2023

1 Anova Monofactorial

1.1 Preparación

1.1.1 Instalar paquetes

[ ]:
```
if(!require(psych)){install.packages("psych")}
if(!require(FSA)){install.packages("FSA")}
if(!require(Rmisc)){install.packages("Rmisc")}
if(!require(ggplot2)){install.packages("ggplot2")}
if(!require(car)){install.packages("car")}
if(!require(multcompView)){install.packages("multcompView")}
if(!require(multcomp)){install.packages("multcomp")}
if(!require(lsmeans)){install.packages("lsmeans")}
if(!require(rcompanion)){install.packages("rcompanion")}
```

1.1.2 Cargar data

[ ]:
```
Datos = ("Algoritmo       Ejecucion  Tiempo
'Algoritmo A'      '1'    12060
'Algoritmo A'      '2'    14089
'Algoritmo A'      '3'    13502
'Algoritmo A'      '4'     9574
'Algoritmo A'      '5'    14056
'Algoritmo A'      '6'    11569
'Algoritmo A'      '7'    13047
'Algoritmo A'      '8'    13275
'Algoritmo A'      '9'    14257
'Algoritmo A'      '10'   15075
'Algoritmo A'      '11'   12506
'Algoritmo A'      '12'   11557
'Algoritmo A'      '13'    9548
'Algoritmo A'      '14'   11514
'Algoritmo A'      '15'   16015
'Algoritmo A'      '16'   13004
'Algoritmo A'      '17'   10510
'Algoritmo A'      '18'   13040
'Algoritmo A'      '19'   17098
```

```
'Algoritmo A'      '20'   13080
'Algoritmo B'      '1'    11080
'Algoritmo B'      '2'    12089
'Algoritmo B'      '3'    12538
'Algoritmo B'      '4'    10571
'Algoritmo B'      '5'    12010
'Algoritmo B'      '6'    12598
'Algoritmo B'      '7'    13543
'Algoritmo B'      '8'    13547
'Algoritmo B'      '9'    13217
'Algoritmo B'      '10'   15297
'Algoritmo B'      '11'   12210
'Algoritmo B'      '12'   11299
'Algoritmo B'      '13'   10067
'Algoritmo B'      '14'   11279
'Algoritmo B'      '15'   14006
'Algoritmo B'      '16'   12099
'Algoritmo B'      '17'   11581
'Algoritmo B'      '18'   14012
'Algoritmo B'      '19'   15069
'Algoritmo B'      '20'   12000
'Algoritmo C'      '1'     9081
'Algoritmo C'      '2'    11012
'Algoritmo C'      '3'    11529
'Algoritmo C'      '4'     9569
'Algoritmo C'      '5'    11092
'Algoritmo C'      '6'    11524
'Algoritmo C'      '7'    12522
'Algoritmo C'      '8'    12588
'Algoritmo C'      '9'    12241
'Algoritmo C'      '10'   13257
'Algoritmo C'      '11'   11294
'Algoritmo C'      '12'   10226
'Algoritmo C'      '13'    9591
'Algoritmo C'      '14'    9224
'Algoritmo C'      '15'   12033
'Algoritmo C'      '16'   11063
'Algoritmo C'      '17'    9537
'Algoritmo C'      '18'   13014
'Algoritmo C'      '19'   14033
'Algoritmo C'      '20'   11093
")

Data = read.table(textConnection(Datos), header=TRUE)
```

1.1.3 Ordernar datos

```
[ ]: Data$Algoritmo = factor(Data$Algoritmo, levels = unique(Data$Algoritmo))
```

1.2 Análisis

1.2.1 Verificación

```
[ ]: library(psych)
     headTail(Data)
     str(Data)
     summary(Data)
     #rm(Data)
```

A data.frame: 9 × 3

	Algoritmo <fct>	Ejecucion <chr>	Tiempo <chr>
1	Algoritmo A	1	12060
2	Algoritmo A	2	14089
3	Algoritmo A	3	13502
4	Algoritmo A	4	9574
...	NA	...	...
57	Algoritmo C	17	9537
58	Algoritmo C	18	13014
59	Algoritmo C	19	14033
60	Algoritmo C	20	11093

```
'data.frame':	60 obs. of  3 variables:
 $ Algoritmo: Factor w/ 3 levels "Algoritmo A",..: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 …
 $ Ejecucion: int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …
 $ Tiempo   : int  12060 14089 13502 9574 14056 11569 13047 13275 14257 15075
…
```

```
       Algoritmo    Ejecucion         Tiempo
 Algoritmo A:20   Min.   : 1.00   Min.   : 9081
 Algoritmo B:20   1st Qu.: 5.75   1st Qu.:11093
 Algoritmo C:20   Median :10.50   Median :12094
                  Mean   :10.50   Mean   :12234
                  3rd Qu.:15.25   3rd Qu.:13262
                  Max.   :20.00   Max.   :17098
```

1.2.2 Resumen

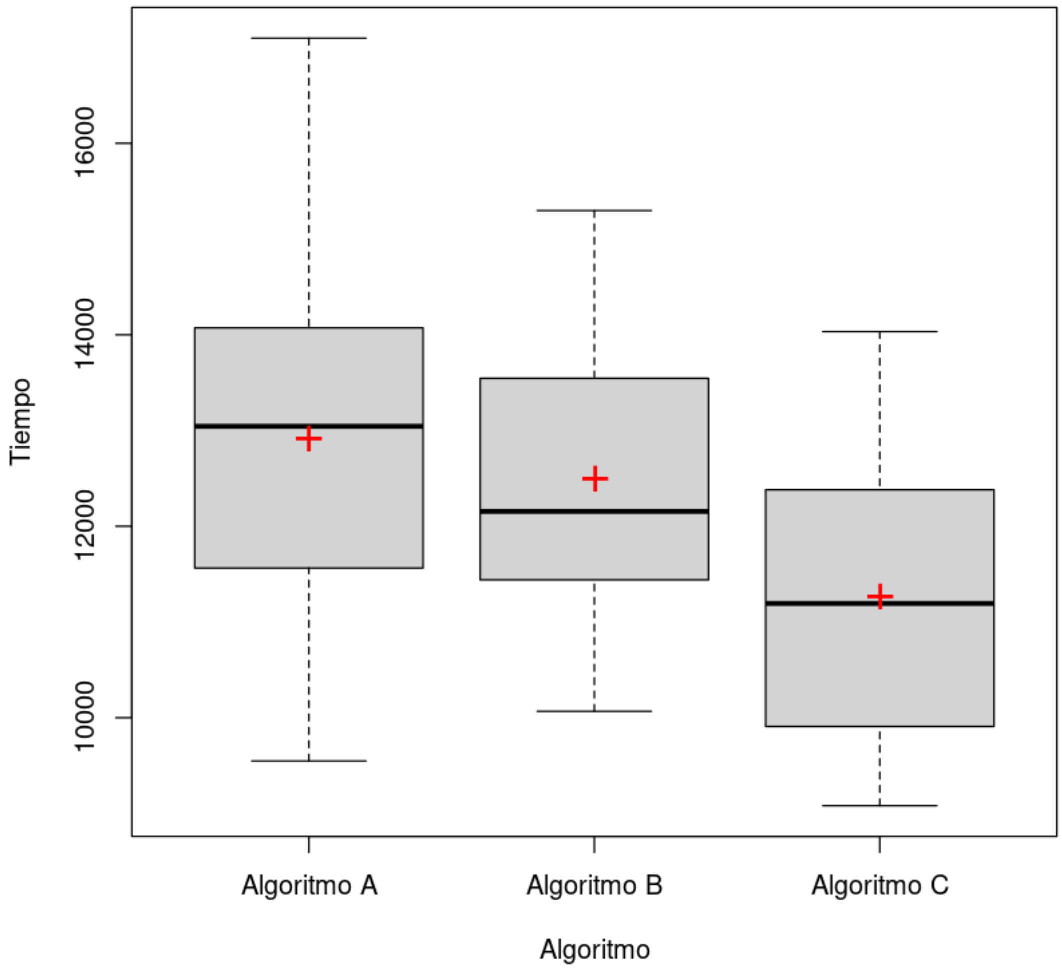
```
[ ]: Summarize(Tiempo ~ Algoritmo, data = Data, digits = 3)
```

A data.frame: 3 × 9

Algoritmo <fct>	n <dbl>	mean <dbl>	sd <dbl>	min <dbl>	Q1 <dbl>	median <dbl>	Q3 <dbl>	max <dbl>
Algoritmo A	20	12918.80	1941.192	9548	11566.00	13043.5	14064.25	170[illegible]
Algoritmo B	20	12505.60	1414.667	10067	11510.50	12154.5	13544.00	152[illegible]
Algoritmo C	20	11276.15	1424.242	9081	10067.25	11193.5	12311.25	140[illegible]

1.2.3 Gráfico de cajas

[ ]:
```
M = tapply(Data$Tiempo, INDEX = Data$Algoritmo, FUN = mean)

boxplot(Tiempo ~ Algoritmo, data = Data)

points(M, col="red", pch="+", cex=2)
```



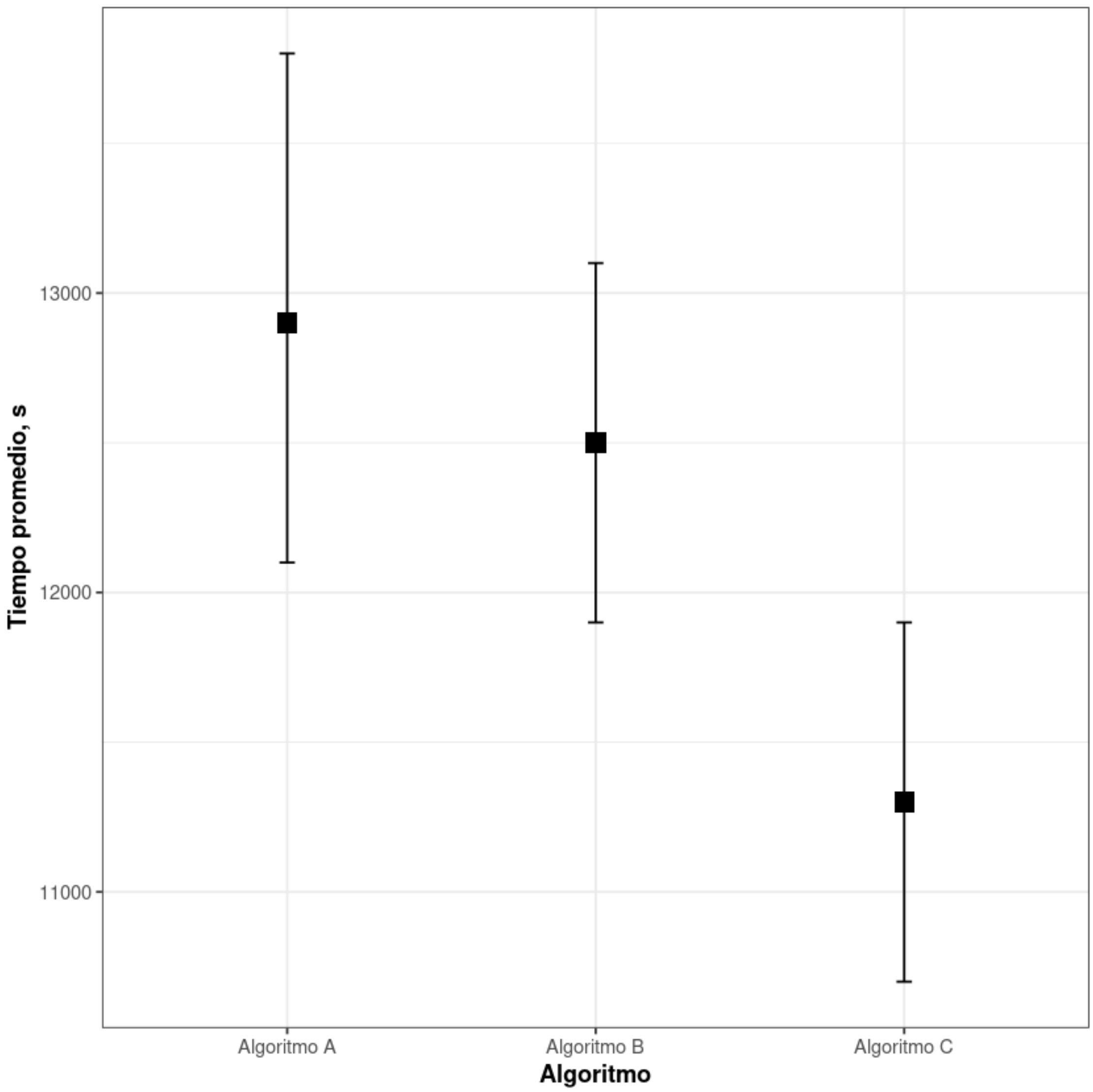
1.2.4 Gráfico de promedios e intervalos de confianza

[ ]:
```
Sum = groupwiseMean(Tiempo ~ Algoritmo, data  = Data, conf = 0.95, digits = 3,␣
↪traditional = FALSE, percentile = TRUE)

Sum
```

A data.frame: 3 × 6

Algoritmo <fct>	n <int>	Mean <dbl>	Conf.level <dbl>	Percentile.lower <dbl>	Percentile.upper <dbl>
Algoritmo A	20	12900	0.95	12100	13800
Algoritmo B	20	12500	0.95	11900	13100
Algoritmo C	20	11300	0.95	10700	11900

[ ]:
```
library(ggplot2)

ggplot(Sum,
            aes(x = Algoritmo, y = Mean)) +

geom_errorbar(aes(ymin = Percentile.lower, ymax = Percentile.upper), width = 0.
↪05, linewidth = 0.5) +
geom_point(shape = 15, size = 4) +
theme_bw() +
theme(axis.title = element_text(face = "bold")) +
ylab("Tiempo promedio, s")
```



Los intervalos de confianza

- Se utilizan para indicar que tran precisa puede ser una estadística calculada.
- Está asociado al error de muestreo (diferencia entre el promedio de la población y la muestra).
- Si se infiere sobre el promedio de una población, es buena práctica darlo con intervalo de confianza.
- Dicho intervalo dice que tan preciso puede ser la inferencia.
- El rango expresa en dónde puede estar el promedio de la población.

1.2.5 Modelo lineal

[ ]:
```
model = lm(Tiempo ~ Algoritmo, data = Data)

summary(model)
```

```
Call:
lm(formula = Tiempo ~ Algoritmo, data = Data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-3370.8 -1211.6    25.1  1065.4  4179.2 

Coefficients:
                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)           12918.8      360.5  35.835  < 2e-16 ***
AlgoritmoAlgoritmo B   -413.2      509.8  -0.810  0.42105    
AlgoritmoAlgoritmo C  -1642.7      509.8  -3.222  0.00211 ** 
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 1612 on 57 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1647,	Adjusted R-squared:  0.1353 
F-statistic: 5.618 on 2 and 57 DF,  p-value: 0.005932
```

Caracteristicas

- Utilizados para una gran variedad de análisis estadísticos.
- Concepto: Una variable dependiente es predicha por un conjunto de variables independientes a través de una relación lineal.
- Todos los modelos lineales tienen supuestos sobre los datos.
- El modelo es compuesto de una composición lineal de los efectos.
- Modelos lineales generales: regresión lineal, regresión lineal múltiple, análisis de varianza.
- De lo mostrado el p-value y r-squared, son ocasionalmente utilizados para reportar resultados del anova.

2.8.4. Intervalos de confianza

¿Qué afecta el ancho del intervalo de confianza?

1. La variación entre la población de interés. Entre mayor la variación, más grande el intervalo de confianza.
2. Tamaño de la muestra: Entre más grande la muestra, se reduce el tamaño del intervalo de confianza.

Características:

- Los utilizamos para medir incertidumbre en una variable muestreada.
- Tener presente que no son lo mismo que el rango de datos.
- Dos desviaciones estándar: nivel de confianza del 95 %.
- Tres desviaciones estándar: nivel de confianza del 99 %.

Análisis con intervalos de confianza: Si los intervalos de confianza de dos grupos no se traslapan, podemos afirtmar que los dos grupos son estadísticamente diferentes. No hace falta ejecutar la prueba para mostrarlo.

Nivel de confianza: Es la probabilidad de que la estimación de la ubicación de un parámetro estadístico (por ejemplo, promedio) de una muestra sea verdadero también para la población.

Queda pendiente la ejecución del anova para experimento de R cuadrado

3. Efectos del Espaciamiento en el Aprendizaje

El compañero Miguel Chaves, realiza su presentación del paper.