Resumen de la clase de semana 10 (20/04/2023)
Curso: Diseño de experimentos

Estudiante: Gabriel Gutiérrez Arguedas

Índice

1. Presentaciones de papers

La clase inició con las presentaciones por parte de los estudiantes de los siguientes papers:

- Inmunological memory to SARS COV 2. Link a la presentación: `https://youtu.be/WG94mO8oSWQ`
- Inmunological memory to SARS COV 2 (se presentó dos veces en la clase por diferentes estudiantes=. Link a la presentación: `https://youtu.be/CJoP2NbbXTQ`

2. Introducción a la clase

La introducción de la clase inicia con la introducción al tema de experimentos multifactoriales fracccionarios. Se comenta que una de las utilidades de este tipo de diseños es que es de utilidad como metodología exploratoria donde se ejecutan experimentos más batatos en los que se puede perder pinformación pero se gana en tiempo y costo.

3. Diseños multifactoriales fraccionales

La materia cubierta en el curso hasta antes de la clase de semana 13 trabaja bajo el supuesto de que los experimentos se pueden llevar a cabo de forma completa para analizar los factores que se consideren pertinentes para la variable de respuesta. Asimismo, los experimentos han contado con la oportunidad de realizar replicaciones. Esto es prácticamente admitir que no se cuenta con la limitante del tiempo y del presupuesto.

Sin embargo en la vida real hay ocasiones en los que un experimento completo no se puede costear, o se quiere realizar experimentos preliminares exploratorios, los diseños fraccionales son una buena metodología para ejecutar el experimento. El tamaño del diseño fraccional está dado por la expresión 2^{k-p}, donde k corresponde al número de factores y p a cómo se reduce el experimento. Se plantea el siguiente ejemplo:

$$2^{3-1} = 4.k = 3, p = 1$$

En este ejemplo, la cantidad de experimentos totales a realizar según el número de factores es $2^3 = 8$ pero al reducir el factor en 1 se obtiene lo que se denomina $\frac{1}{2}2^k$, ya que el número de experimentos se redujo a la mitad. Se obtiene entonces 2 posibles mitades que ofrecen la misma información donde se puede seleccionar si ejecutar una u otra. Así se tiene un diseño que permite evaluar muchas combinaciones (en cuanto a información) sin la necesidad de aplicar un experimento grande.

Nota: Recordar que los diseños fraccionales factoriales se deben realizar con factores que posean dos niveles. La razón es que se puede dividir el experimeno minimizando la cantidad de información que se pierde.

Otra características importantes de los diseños fraccionales es que permite explorar un gran número de factores bajo el supuesto de que sólo algunos de ellos son verdaderamente importantes. Esto es de utilidad en la realización de una tesis, ya que se quiere llegar a identificar los factores pertinentes, ya que de lo contrario podría resultar en que la cantidad de experimentos crezca. El cuadro 1 muestra un ejemplo de esta afirmación; el tamaño del experimento para este case sería $2 * 3 * 3 * 4 = 72$. La cantidad de experimentos para una sola réplica se incrementa de forma significativa.

A	B	C	D
2	2	2	2
	3	3	3
			4

Cuadro 1: Ejemplo de cómo puede llegar a crecer el número de experimentos.

Si se puede llegar, a través de un experimento previo, a eliminar un factor completamente como se muestra en el cuadro 2,la cantidad de experimentos cambiaría a $2 * 3 * 3 * = 18$. Se reduce el tamaño del experimento se reduce y se ahorra tiempo en las réplicas.

A	B	C
2	2	2
	3	3

Cuadro 2: Ejemplo de cómo puede llegar a crecer el número de experimentos eliminando un factor.

En resumen de estos 2 ejemplos, los diseños fraccionales funcionan para indentificar/explorar un experimento pequeño para obtener los factores que son realmente últiles, o en casos en que la cantidad de muestras es limitada. No se debe dejar de tomar en cuenta que realizar esta reducción conlleva a que haya pérdida de información.

De igual manera, se pueden utilizar durante la realización de una tesis o en las primeras etapas de un proyecto, siempre teniendo presente su riesgo asociado (perder información), así como que no se recomienda esta clase de diseño para factores que tienen más de 3 niveles.

4. Applicación de diseños factoriales

Una de las raciones (prácticas) por la cual se aplican diseños fraccionales es la limitante de presupuesto, se toma como ejemplo la pregunta realizada en que si en el área de química hay experimentos muy costosos ya que hay reactivos cuyo valor asciende a millones de colones. En este escenario, se plantea el caso donde todas las posibles combinaciones es 8, pero se decide ejecutar un experimento fraccional para mandar a evaluar 2 muestras fuera del país (lo cual conlleva un costo alto) para observar el resultado. Cuando llegan los resultados, resultó que la muestra estaba contaminada y que no se puede concluir nada del experimento. El hecho de haber aplicado un experimento fraccional fue una ventaja, ya que se perdió sólo el dinero de realizar una evaluación en lugar del costo del experimento completo. También se puede utilizar cuando no alcance el presupuesto para realizar repeticiones o ni siquira el experimento completo.

Asimismo, es una estrategia válida realizar un experimento fraccional por partes y cuando se tenga la información completa, llegar a conclusión. Posee la ventaja de que el Anova permite analizar escenarios de esta clase.

Nota: Se recuerda que el análisis de varianza se puede efectuar con una sola repetición para cada uno de los escenarios, o incluso cuando no hay ni una repetición para cada uno de los escenarios. Por la manera en que el Anova funciona, lo que ocurre cuando no hay repeticiones es que se incrementa el erro tipo II, que puede llevar a una conclusión incorrecta.

Para estimar varianza se requiere, idealmente, tener al menos 2 datos con el experimento completo. Si bien es cierto que es una mala estimación, todavía se permite estimar varianza. Con un sólo dato no es posible hacerlo. Sin embargo, realizar experimentos fraccionales son un excelente guía para realizar investigaciones futuras.

En el escenario ideal para los experimentos:

- Las repeticiones son infinitas, por lo que se puede llegar al promedio real de la población.
- Las repeticiones dependen del contexto o de la literatura.
  - En un paper médico se realizaron 150 pruebas para un solo escenario en pruebas médicas.
  - Dependiendo de la literatura, se pueden encontrar distinto valores que son la cantidad adecuada de repeticones: 200, 100, 50, 38, 29. No está estandarizado.
- En el caso para los científicos de la computación, de entre 15 a 5 repeticones es un número razonable para una tesis.

En escenarios no ideales:

- Se realizan de entre 4 a 2 repeticiones.
- Si no queda de otra, se realiza 1 repetición.
- En el peor de los casos se realiza $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, etc, de repeticiones.

Nuevamente, recordar que esta clase de diseño tiene su valor; son sumamente útiles en experimentos exploratorios y para identificar los factores que realmente son importantes para el experimento. Se debe tener claro el contexto de cuándo aplicarlos.

5. Diseño fracccional

5.1. Ejemplo del diseño fraccional

Se plantea el ejemplo donde se tiene tres factores A, B y C. Estos factores se tiene que definir cuidadosamente; idealmente, los factores que se coloquen hacia más a la izquierda van a ser los que generan el mayor impacto en la variable de respuesta. Esto se sabe con conocimiento previo. En la tarea 2 el principal factor bajo estudio era la arquitectura, por eso estaba ubicado más a la izquierda. Cuando se plantean los diseños fracciones es como un conteo binario. El cuadro 3 muestra un ejemplo de cómo contar en binario.

Binario			Decimal
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7

Cuadro 3: Ejemplo de conteo binario.

En este caso, los factores que se representan con 0 y 1 no necesariamente indica presente o no presente; para el factor A, por ejemplo, puede ser 30^o o 40^o y para el B puede ser CPU o GPU ya que son 2 posibles estados del nivel.

Si se considera que se tiene 3 factores 2^k y utilizando la referencia del conteo binario del cuadro 3, se obtiene el cuadro 4 donde se cambian los 0 por el signo de menos y el 1 por el signo +, sin embargo, el presupuesto sólo alcanza para 4 experimentos. La preguntas es el cómo escoger cuales experimentos se realizan. Escoger por mitades es una mala estrategia, así como escoger por gustos personales ya que ocasiona solapamiento y se pierde información.

A	B	C
-	-	-
-	-	+
-	+	-
-	+	+
+	-	-
+	-	+
+	+	-
+	+	+

Cuadro 4: Todas las posibles combinaciones de presente y no presente para los factores A, B y C.

La estrategia para seleccionar los experimentos es definir C en función de los factores más importantes: C = AB. El cuadro 5 muestra el resultado de la nueva combinación fraccional para limitar la cantidad de información que se pierde.

A	B	C = AB
-	-	+
-	+	-
+	-	-
+	+	+

Cuadro 5: Combinaciones usando C = AB.

Algo importante de notar es que al ser A y B los factores más importantes, todas sus posibles combinaciones están en el diseño fraccional. Si se quiere evaluar la otra mitad se toma C = -AB, es decir, se invierte. Dependiento de las razones prácticas, se escoge una mitad u otra ya que ambas opciones tienen la misma pérdida de información.

Luego se agrega al cuadro 4 la intersección con el modelo lineal y se obtiene el cuadro 6; el cómo se asignan las letras está en función del conocimiento previo del experimento.

Ejecución	1	A	B	C
1	+	-	-	-
2	+	-	-	+
3	+	-	+	-
4	+	-	+	+
5	+	+	-	-
6	+	+	-	+
7	+	+	+	-
8	+	+	+	+

Cuadro 6: Todas las posibles combinaciones de presente y no presente para los factores A, B y C y su intersección con el modelo lineal.

¿Por qué es importante el orden?

- De los 2 primeros factores se van a escribir todas sus posibles combinaciones (A y B en el caso del ejemplo).
- El factor C se elige como una multiplicatoria de los otros 2 factores, ya que de ante mano se sabía que podría ser un factor de bajo impacto.

Para representar lo anterior de otra manera, se puede extender la matriz de diseño con la interacciones, que es lo que se muestra en el cuadro 7, que contiene la interacción con el modelo lineal, todas las posibles combinaciones de factores y todas sus posibles interacciones. Se puede obtener el mismo resultado considerando el signo de la interacción de mayor nivel dependiento de cuál mitad se quiera explorar.

Ejecución	1	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	+	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	+	+	-	-	+
3	+	-	+	-	-	+	-	+
4	+	-	+	+	-	-	+	-
5	+	+	-	-	-	-	+	+
6	+	+	-	+	-	+	-	-
7	+	+	+	-	+	-	-	-
8	+	+	+	+	+	+	+	+

Cuadro 7: Todas las posibles combinaciones de presente y no presente para los factores A, B y C, su intersección con el modelo lineal y las interacciones entre factores.

El diseño factorial completo permite determinar:

- La intersección con el modelo lineal.
- Los efectos principales.
- La interacciones de 2 factores, así como las de 3 factores (se puede extender para N factores).

5.2. Selección de la fracción a ejecutar

Escogiendo cuales experimentos realizar según el signo se obtiene el cuadro 8, serían el 2, 3, 5 y 8.

Ejecución	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	+	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	+	+	-	-	+
3	+	-	+	-	-	+	-	+
4	+	-	+	+	-	-	+	-
5	+	+	-	-	-	-	+	+
6	+	+	-	+	-	+	-	-
7	+	+	+	-	+	-	-	-
8	+	+	+	+	+	+	+	+

Cuadro 8: Escogiendo experimentos según el signo.

Aquí se aprecia el efecto de la información que se pierde; tomando las ejecuciones 2 y 3 se puede observar que A y BC tienen los mismos signos, por lo que se puede decir que A = BC, B = AC o C = A ya que tienen los mismo signos. En un análisis de varianza se puede descubir si el factor o sus interacciones son significativos; cuando se usa diseño fraccional para hacer el experimento más barato pero se pierde información se debe a que si BC es significativo existe la posibilidad que no se BC sino A lo que es significativo y viceversa. Es un solapamiento, se deja de distinguir qué causa el efecto. El término en inglés es *aliasing* y así también en la literatura. El mismo efecto de no poder distinguir que causa el efecto aplica para B y C, pero en teoría se hace un diseño en donde los factores principales se asocian a interacciones de más niveles (incluye más letras). Las interacciones de niveles altos generalmente no son significativas. Tomando un ejemplo donde A = BCDE es significativo, la teoría dice que es poco probable que sea significativo, por lo que en realidad ese impacto viene de A; lo que suele generar más impacto en la variable de respuesta es el factor como tal y no la interacción de factores de varios niveles.

A partir del diseño anterior, se puede observar:

- Se tiene 2 mitades en el diseño (de igual signo); no es tan importante cual se ejecute ya que ambas tienen la misma cantidad de información.
- Puede tomarse una decisión dependiendo de si una fracción es más difícil de ejecutar que la otra, o que una fracción contenga un caso de nuestro interés.
- La información de ambos casos es estadísticamente equivalente. Una vez que está definido el experimento, las pruebas se ejecutan de forma aleatoria.

5.3. Solapamiento o efecto alising

El cuadro 9 permite apreciar de mejor manera el efecto aliasing. El efecto del solapamiento es que los factores principales con las interacciones que tengan el mismo signo va a estar solapados; no es posible distinguir uno del otro. Para minimizar el solapamiento, o dicho de otra manera, extraer la mayor cantidad de información, se solapa la intersección del modelo lineal con la interacción de mayor nivel.

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	1
-	-	+	+	-	-	+	+
-	+	-	-	+	-	+	+
+	-	-	-	-	+	+	+
+	+	+	+	+	+	+	+

Cuadro 9: Efecto aliasing en el diseño fraccional.

Nota: De acuerdo al traductor *Linguee*, alising se traduce como solape, o de forma menos común como solapamiento. En el siguiente link puede corroborar el resultado `https://www.linguee.com/english-spanish/translation/aliasing.html`

Entonces:

- Dos elementos del modelo se solapan si sus filas son iguales. Por ejemplo:
  - A con BC.
  - B con AC.
  - C con AB.
- No es posible diferenciar los elementos solpados (aliasing); si son significativos no se sabe si es uno u otro pero se puede sospechar que lo más impacta la variable de respuesta es el factor y no la interacción de más nivel.
- Esto implica el riesgo de que se pierde información.
- En la literatura se conocen como factores confundidos, no se pueden diferenciar.
- **Ejecutar menos experimentos se paga perdiendo información con los factores confundidos**.

5.4. Generador que minimiza el solapamiento

En la sección 5.1 se defininió C = AB que se utilizó para elaborar los cuadros 7 y 8. En la literatura esto se conoce como factor generador, si se quisiera explorar la otra mitad del experimentos por razones práctica sólo se invierte del generador.

Ejecución	1	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	+	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	+	+	-	-	+
3	+	-	+	-	-	+	-	+
4	+	-	+	+	-	-	+	-
5	+	+	-	-	-	-	+	+
6	+	+	-	+	-	+	-	-
7	+	+	+	-	+	-	-	-
8	+	+	+	+	+	+	+	+

Cuadro 10: Resultado de invertir el signo al generador (C = -AB).

5.5. Generadores y relaciones de difinición

Los generadores se crean tomando en cuenta lo siguiente:

- Para k factores se escriben los primeros $k-1$ factores.
  - Si se tienen los factores A, B, C y D, se toman A, B y C.
- Entonces el k-ésimo factor se encuentra como una multiplicatoria de los factores anteriores; se puede sospechar que es el factor que tiene menos impacto que la variable de respuesta.
  - Se tendría D = ABC, siguiento los factores propuestos, es la relación generadora.
- El cuadro 11 muestra que la cantidad de menos (-) y más (+) debe ser balanceada; si no esto no es así hay un error.

A	B	C	D
-	-	-	-
-	-	+	+
-	+	-	+
-	+	+	-
+	-	-	+
+	-	+	-
+	+	-	-
+	+	+	+

Cuadro 11: Resultado del factor generador para los factores A, B, C y D del ejemplo propuesto.

Para la intersección con el modelo lineal se toma en cuenta lo siguiente:

- Hasta el momento, en todos los cuadros la columna l de la intersección está como presente. La intersección forma parte del modelo lineal y siempre está presente; es una constante.
- Recordando el modelo lineal:
  - V.R. $= l + \beta_1 A + \beta_2 B + \beta_3 C + \beta_4 AB + \beta_5 AC + \beta_6 BC + \beta_7 ABC$
  - El valor de l se obtiene cuando ABC = 0.
- Para el escenario se escogió previamente, se iguala l a la intersección de mayor nivel.

¿Cómo se escogen las mitades? Tomando de referencia el cuadro 9, los métodos son:

1. Por factor generador, C = AB.
2. Como el signo de la interacción de mayor nivel.
3. La intersección igualada a la interacción de mayor nivel.

Puede utilizarse cualquiera de los 3 métodos para escoger una de las fracciones. Como resultado la intersección va a estar solapada o confundida con la interacción de mayor nivel, a esto se le conoce como relación de definición y es lo que permite definir las fracciones a las cuales se le puede sacar la mayor cantidad de información.

5.6. Relación entre la intserccción y el aliasing

Se plantea el siguiente ejemplo:

- Se tiene 4 factores, que implica tener 16 experimentos, y presupúesto para 8 de ellos.
  - Se haría D = ABC o D = -ABC.
  - Se tendría una relación de definición l = ABCD.
    - Si se necesita idenficar con qué A está solapado, se toma la relación de definición y se elimina A, indicando que está solapado con B, C y D. Para los otros casos se tendría B = ACD, C = ABD y D = ABC. Permite identificar solapamientos de hasta segundo nivel sin necesidad de hacer toda la tabla.
    - Es una mejor manera para indetificar cuáles factores están confundidos.

5.7. Análisis del diseño fraccional y factores confundidos

Se retoma el cuadro 7 para el siguiente ejemplo.

En un experimento fraccional exploratorio se sospecha que C es el factor menos importante (ver cuadro 4. Entonces:

- Con C = AB
  - ¿Por qué no quitar C si al fin y al cabo se confunde?
  - Se ejecuta un Anova donde:
    - A = 0.53
    - B = 0.96
    - C = 0.00000001
  - La sospecha de que C era el factor que impactaba poco la variable de respuesta. A través de un experimento previo y barato se descubre que C es un factor significativo y que vale la pena explorarlo. Esta clase de resultados ayudan a tomar las decisiones correctas para el experimento completo que se va a ejecutar. Es una de las ventajas de esta clase de diseño.
  - Para explorar C a mayor profundidad se debe ejecutar el experimento con todos los casos que no se contemploraron (C = -AB). Al ejecutar la otra mitad se completan los escenarios de C y se tiene un resultado de mayor valor. La propiedad de proyección de los experimentos fraccionales dice que lo que se exploró del primer escenario va a mapear al escenario completo. Al descubrir que C es un factor significativo, un mejor diseño en el experimento final sería con el orden CAB.

5.8. Supuesto de aleatoriedad en diseños fraccionales

Si se tiene 8 experimentos y se ejecuta una mitad, y luego la otra mitad, y que se puede ejecutar como un conjunto de datos completos para analizarlos con Anova. En este escenario existe un conflicto con el supuesto de aleatoriedad; siendo completamente justo y la aleatoriedad completamente adecuada, todas las combinaciones debieron sacarse de forma aleatoria para escoger el orden. Al dividir el experimento hay combinaciones de aleatoriedad que no existen. Si bien es cierto que esto genera error, este es pequeño ya que cada una de las mitades sí son aleatorias.

5.9. Propiedades del diseño fraccional

- Sólo unos cuantos factores son importantes en un modelo (escacez de los efectos).
- Un sistema, o su respuesta, es dominado por factores principales e interacciones de 2 niveles.
- Ocasionalmente se observan interacciones de 3 niveles.
- Encontrar combinaciones de más de 3 niveles que sean significativas es extraño.
    - Pueden ocurrir escenarios como el de la tarea 2, en el que todos los factores son significativos, pero esto no es lo común.

Para el principio de escacez se tiene:

- Lo que impacta la variable de respuesta son los factores principale e interacciones de 2 niveles.
    - A nivel de solapamiento esto significa, por ejemplo, que es preferible que A = BCD que A = AC ya que en este último puede ser tanto A como la interacción BD lo que genere el efecto en la variable de respuesta, en cambio con A = BCD es muy probable que el efecto se deba a A.
- Típicamente describen de manera satisfactoria la gran mayoría de variabilidad en la respuesta de nuestro modelo estadístico.
- El objetivo es identificar los factores claves y las interacciones que causan mayor efecto en nuestra variable de respuesta.
- Esto es clave para determinar qué se ignora en un diseño fraccional para que no se haga demasiado grande.

Para la propiedad de proyección se tiene:

- Se tiene 3 factores A, B y C y se determina que A no es significativo.
    - En este caso el diseño "proyecta.ª un diseño completo para factores B y C.
- Esto permite estimar todos los términos de modelo con B y C del diseño completo.

5.10. Resultados del diseño fraccional

Si se tiene éxito en el diseño fraccional:

- Se pueden ejecutar experimentos secuenciales.
    - Por ejemplo, se tiene $\frac{1}{4}2^k$, $\frac{1}{4}2^k$, $\frac{1}{4}2^k$ y $\frac{1}{4}2^k$, se puede probar con la primera fracción y si no da el resultado esperado, se puede ejecutar la siguiente fracción con la sospecha de que tiene la información que se está buscando.
    - También es válido seleccionar una fracción con conocimiento previo.
- Es recomendado ejecutar nuevas pruebas con base al conocimiento previo.
- Lo que se encuentra en estos experimentos se debe completar con nuestro conocimiento.

6. Diseños fraccionales en R

6.1. Biblioteca

```r
if(!require(FrF2)){install.packages("FrF2")}
```

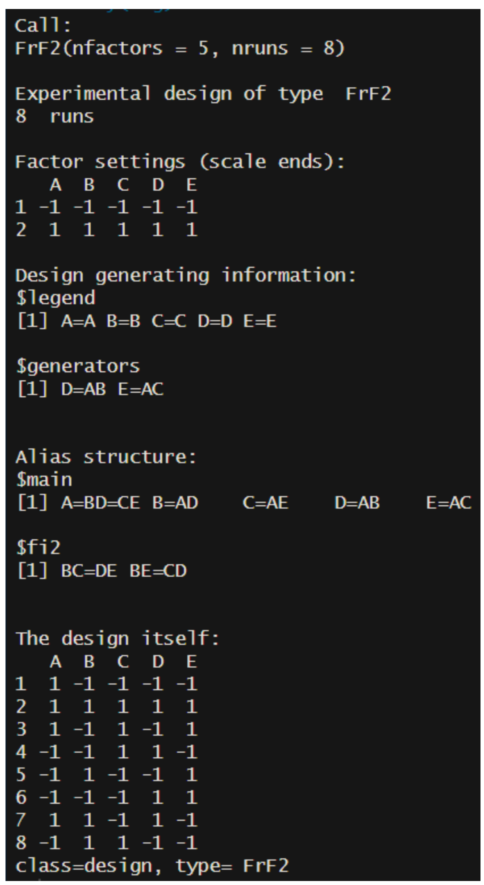
6.2. Procedimiento

1. Si se considera que se tiene 5 factores y se necesita ejecutar 8 experimentos:

```r
library(FrF2)

dsg <- FrF2(nfactors = 5, nruns = 8)
summary(dsg)
```

- **Parámetros**: Número de ejecuciones, número de factores.
- Devuelve el diseño con la resolución más alta que sea posible.
- Con 5 factores (A, B, C, D y E) y 8 experimentos, el total de experimentos es de 32. La fracción es $\frac{1}{4}2^k$.



```
Call:
FrF2(nfactors = 5, nruns = 8)

Experimental design of type  FrF2
8  runs

Factor settings (scale ends):
   A  B  C  D  E
1 -1 -1 -1 -1 -1
2  1  1  1  1  1

Design generating information:
$legend
[1] A=A B=B C=C D=D E=E

$generators
[1] D=AB E=AC


Alias structure:
$main
[1] A=BD=CE B=AD    C=AE    D=AB    E=AC

$fi2
[1] BC=DE  BE=CD


The design itself:
   A  B  C  D  E
1  1 -1 -1 -1 -1
2  1  1  1  1  1
3  1 -1  1 -1  1
4 -1 -1  1  1 -1
5 -1  1 -1 -1  1
6 -1 -1 -1  1  1
7  1  1 -1  1 -1
8 -1  1  1 -1 -1
class=design, type= FrF2
```

Figura 1: Resultado de utilizar la función FrF2 con nruns en R.

De la figura 1 se observa que se van a necesitar 2 factores generadores.

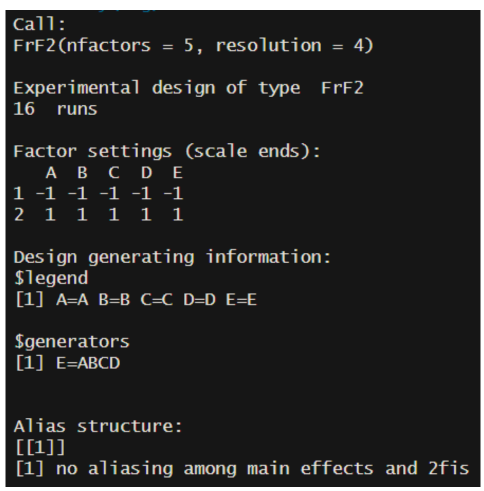
2. Información brindada por R:

   - Número de ejecuciones.
   - Design Generators: Se puede interpretar cómo se obtuvo el valor de los signos para D y E, y con quienes se solapan (Alias structure).
   - Los factores principales están solapados con interacciones de 2 factores.
   - Las interacciones de 2 factores están solapadas con otras interacciones de 2 factores.

3. Otra manera:

```r
dsg <- FrF2(nfactors = 5, resolution = 4)
summary(dsg)
```

   - Esto se aplica en caso de no estar satisfecho con el diseño que se tiene por los solapamientos.
   - **Resolution**: Corresponde a la cantidad de factores de los cuales se considerarán todas sus combinacionas, tal y como se muestra en la figura 2. Es una forma de decir que se van a considerar 4 factores principales. Con nfactors = 5, resolution = 4 se está indicando $\frac{1}{2}2^k$.



```
Call:
FrF2(nfactors = 5, resolution = 4)

Experimental design of type  FrF2
16  runs

Factor settings (scale ends):
   A  B  C  D  E
1 -1 -1 -1 -1 -1
2  1  1  1  1  1

Design generating information:
$legend
[1] A=A B=B C=C D=D E=E

$generators
[1] E=ABCD


Alias structure:
[[1]]
[1] no aliasing among main effects and 2fis
```

Figura 2: Resultado de utilizar la función FrF2 con resolution en R.

   - **Nota:** Ya en este caso no existe solapamiento entre los efectos principales y las interacciones de 2 niveles. FrF2 posee varios parámetros que se pueden ajustar, como por ejemplo el de los generadores en caso de que se necesite analizar un caso específico.
   - El resultado del diseño se puede observar en la figura 3

```
The design itself:
    A  B  C  D  E
1    1 -1 -1 -1 -1
2   -1  1  1  1 -1
3   -1 -1 -1  1 -1
4    1  1  1 -1 -1
5   -1  1 -1  1  1
6    1  1 -1 -1  1
7    1  1  1  1  1
8    1  1 -1  1 -1
9   -1  1  1 -1  1
10 -1 -1 -1 -1  1
11  1 -1  1 -1  1
12 -1  1 -1 -1 -1
13  1 -1  1  1 -1
14 -1 -1  1 -1 -1
15 -1 -1  1  1  1
16  1 -1 -1  1  1
class=design, type= FrF2
```

Figura 3: Resultado del diseño.

7. Tabla del diseño fraccional

En la figura 4 se puede observar la tabla del diseño fraccional.

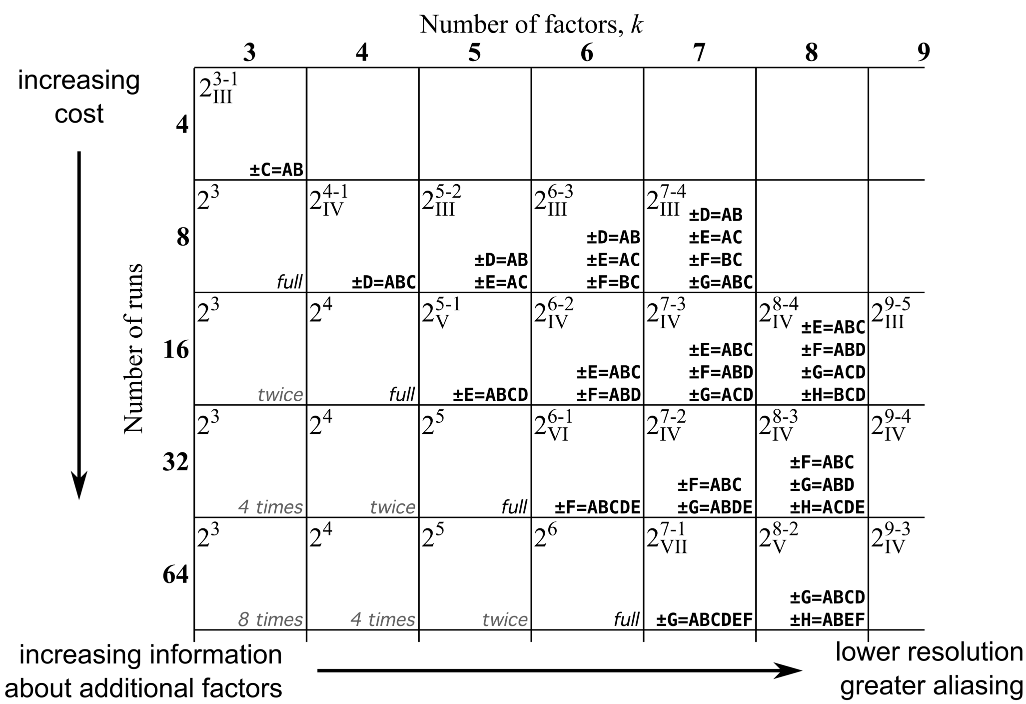


Figura 4: Tabla del diseño fraccional.