Instituto Tecnológico de Costa Rica **Escuela de Computación** Maestria en Ciencias de la Computacion **Curso: Aprendizaje automático** Profesor: Ph. D. Saúl Calderón Ramírez	QUIZ 2 Entrega:15 de Mayo 2022, a través del TEC digital Debe subir un *pdf* con la respuesta. Valor: 100 pts. Puntos Obtenidos: ____________ Nota: ________________
Nombre del (la) estudiante: **Andrey Arguedas Espinoza** Carné: **2020426569**	

1. **(100 pts)** La distancia de Mahalanobis entre dos vectores $\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w} \in \mathbb{R}^n$ viene dada por:

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{\left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)^T \Sigma^{-1} \left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)}$$

donde $\Sigma\mathbb{R}^{n\times n}$ es la matriz de covarianza. Demuestre que si la matriz tiene covarianzas nulas, y varianzas de $\frac{1}{a^2}$, la distancia de Mahalanobis $d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right)$ equivale a la distancia Euclidiana entre ambos vectores $\overrightarrow{x}$ y $\overrightarrow{w}$, multiplicada por a. Es decir, demuestre que, dadas tales condiciones:

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{\left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)^T \Sigma^{-1} \left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{\left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)^T \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^2} \end{array}\right]^{-1} \left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{\left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)^T [\begin{array}{cc} a^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{array}] \left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{[x1 - w1, x2 - w2][\begin{array}{cc} a^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{array}] \left(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right)} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{[\begin{array}{cc} \frac{x1-w1}{a^2} & \frac{x2-w2}{a^2} \end{array}][\begin{array}{c} x1 - w1 \\ x2 - w2 \end{array}]} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{\frac{(x1-w1)^2}{a^2} + \frac{(x2-w2)^2}{a^2}} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \sqrt{\frac{1}{a^2}\ (x1 - w1)^2\ + (x2 - w2)^2} = a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{w}\right) = \frac{1}{a^2} * (x1 - w1)^2 + (x2 - w2)^2 = \left(a\left\|\overrightarrow{x} - \overrightarrow{w}\right\|_2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{w}\right)=\sqrt{(x1-w1)^2+(x2-w2)^2}=\frac{1}{a^2}*a\left\|\overrightarrow{x}-\overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{w}\right)=\sqrt{(x1-w1)^2+(x2-w2)^2}=a\left\|\overrightarrow{x}-\overrightarrow{w}\right\|_2$$

$$d_M\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{w}\right)=a\left\|\overrightarrow{x}-\overrightarrow{w}\right\|_2=a\left\|\overrightarrow{x}-\overrightarrow{w}\right\|_2$$