Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Computación

Maestria en Ciencias de la Computacion
Curso: Aprendizaje automático

Profesor: Ph. D. Saúl Calderón Ramírez

QUIZ 0
Entrega: 5 de Junio 2022, a través del TEC digital
Debe subir un *pdf* con la respuesta.

Valor: 100 pts.
Puntos Obtenidos: ____________

Nota: ________________

Nombre del (la) estudiante: **Andrey Arguedas Espinoza**

Carné: **2020426569**

1. **(100 pts)** Para un modelo de regresion polinomial con pesado local, con funcion de error:

$$E\left(\vec{w}\right)=\frac{1}{2}\left\Vert \overrightarrow{\theta}^{T}\left(X\,\vec{w}-\vec{t}\right)\right\Vert ^{2}$$

Donde el arreglo de pesos $X\in\mathbb{R}^{n\times d}$ es el conjunto de datos de entrenamiento con n observaciones y d dimensiones, $\vec{t}\in\mathbb{R}^{n}$ es el arreglo de n etiquetas, $\overrightarrow{w}\in\mathbb{R}^{d}$ el conjunto de parametros del modelo, y $\overrightarrow{\theta}\in\mathbb{R}^{n}$ el conjunto de pesos por cada observacion, el cual da un peso mayor a los vecinos mas inmediatos de la observacion x_{i} usada como entrada para realizar la prediccion del modelo. Por ejemplo, si se usa una ventana Gaussiana, entonces:

$$\theta_{i}=\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^{2}}}e^{-\left(\frac{x_{i}-x}{\tau}\right)^{2}}$$

(a) Calcule, usando minimos cuadrados, la ecuacion de $\overrightarrow{w}$ optimo.

$$E\left(\vec{w}\right)=\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{\theta}^{T}\left(X\,\vec{w}-\vec{t}\right)*\overrightarrow{\theta}^{T}\left(X\,\vec{w}-\vec{t}\right)\right]$$

$$E\left(\vec{w}\right)=\frac{1}{2}\left[\left(\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w}-\overrightarrow{\theta}\vec{t}\right)*\left(\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w}-\overrightarrow{\theta}\vec{t}\right)\right]$$

$$E\left(\vec{w}\right)=\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w}*\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w}-\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w}*\overrightarrow{\theta}\vec{t}-\overrightarrow{\theta}\vec{t}*\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w}+\overrightarrow{\theta}\vec{t}*\overrightarrow{\theta}\vec{t}\right]$$

$$E\left(\vec{w}\right)=\frac{1}{2}\left[(\overrightarrow{\theta}X\,\vec{w})^{2}-(\overrightarrow{\theta}\vec{t})^{2}\right]$$

$$E\left(\vec{w}\right)=\frac{1}{2}\left[(\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^{2}}}e^{-\left(\frac{x_{i}-x}{\tau}\right)^{2}}*X\,\vec{w})^{2}-(\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^{2}}}e^{-\left(\frac{x_{i}-x}{\tau}\right)^{2}}*\vec{t})^{2}\right]$$

$$E\left(\vec{w}\right) = \frac{1}{2}\left[(\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^2}} e^{-\left(\frac{x_i - x}{\tau}\right)^2} * X\,\vec{w})^2 - (\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^2}} e^{-\left(\frac{x_i - x}{\tau}\right)^2} * \vec{t})^2 \right]$$

$$E\left(\vec{w}\right) = 2 * \frac{X\,e^{-\left(\frac{x_i - x}{\tau}\right)^2}}{\sqrt{2\pi\tau}} * \frac{d}{dw}[w] + \frac{d}{dw}[w] * 2(-\frac{\vec{t}e^{-\left(\frac{x_i - x}{\tau^2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi\tau}})$$

$$E\left(\vec{w}\right) = 2 * \frac{X\,e^{-\left(\frac{x_i - x}{\tau^2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi\tau}}$$