Instituto Tecnológico de Costa Rica **Escuela de Computación** Maestria en Ciencias de la Computacion **Curso: Aprendizaje automático** Profesor: M. Sc. Saúl Calderón Ramírez	QUIZ 1 Entrega:27 de Marzo 2022, a través del TEC digital Debe subir un *pdf* con la respuesta. Valor: 100 pts. Puntos Obtenidos: ____________ Nota: ________________
Nombre del (la) estudiante: **Andrey Arguedas Espinoza** Carné: **2020426569**	

1. **(100 pts)** Suponga que, usted desea ajustar una función de densidad de distribución a un conjunto de datos que se refiere al tiempo en atender un paciente en un hospital (en minutos) (eje x), el cual se observa graficado en la Figura 1

   Su objetivo es predicir la probabilidad con la que el paciente será atendido. Para ello, su equipo de cientificos de datos observa que el histograma de frecuencias puede ajustarse muy bien a un modelo paramétrico exponencial.

$$p\left(x|\lambda\right)=p\left(x\right)=\lambda e^{-\lambda x}$$

   Como se observa, el modelo exponencial cuenta con un solo parámetro a estimar, en este caso λ. **Demuestre como se puede obtener el λ óptimo**, maximizando la verosimlitud de tal modelo, para la serie de valores (conjunto de datos) $\overrightarrow{z}$:

$$p\left(\overrightarrow{z}|\lambda\right)=p\left(z_1,z_2,\ldots z_n|\lambda\right)=\prod_{i=1}^{n}\lambda e^{-\lambda z_i}$$

   Para ello utilice las herramientas del cálculo diferencial. Muestre todos los pasos intermedios para lograr la ecuacion de λ que maximice la verosimilitud.

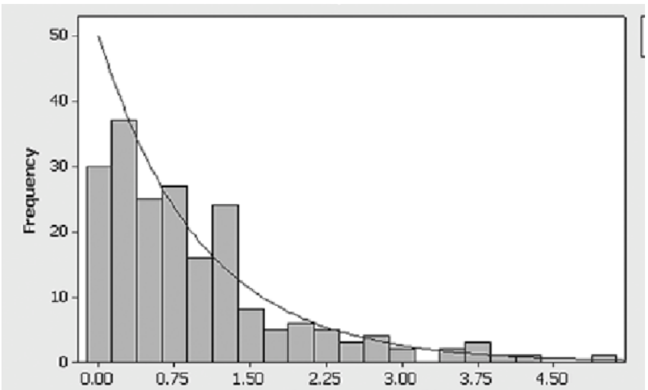

Figure 1: Histograma de datos a ajustar para una distribución exponencial.

   (a) **RESPUESTA**
   Los pasos a seguir para poder el λ óptimo son los siguinetes :

   - **Utilizar los Logaritmos Naturales para transformar simplificar la multiplicatoria**

- **Derivar respecto a λ igualando a 0 para poder maximizar correctamente**

Paso 1: Transformación y simplificació mediante Logaritmos naturales :

$$p\,(\overrightarrow{z}|\lambda) = p\,(z_1, z_2, \dots z_n|\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda e^{-\lambda z_i}$$

$$ln\,(V(\overrightarrow{z}|\lambda)) = ln(\prod_{i=1}^{n} V(\lambda e^{-\lambda z_i}))$$

$$ln\,(V(\overrightarrow{z}|\lambda)) = \sum_{i=1}^{n} ln(\lambda e^{-\lambda z_i})$$

$$ln\,(V(\overrightarrow{z}|\lambda)) = \sum_{i=1}^{n} ln(\lambda) + ln(e^{-\lambda z_i})$$

$$ln\,(V(\overrightarrow{z}|\lambda)) = \sum_{i=1}^{n} ln(\lambda) + (-\lambda z_i)$$

$$ln\,(V(\overrightarrow{z}|\lambda)) = ln(\lambda) + \sum_{i=1}^{n} (-\lambda z_i)$$

Paso 2 : Calcular derivada parcial respecto a lambda.

$$\frac{d}{d\lambda}[ln(\lambda) + \sum_{i=1}^{n}(-\lambda z_i)] = 0$$

$$\frac{d}{d\lambda}[\frac{1}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n}(-\lambda z_i)] = 0$$

$$\frac{d}{d\lambda}[\frac{1}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n}(-\lambda n z_i)] = 0$$

$$\frac{1}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n}(-\lambda n z_i) = 0$$

$$\frac{1}{n} + \sum_{i=1}^{n}(-z_i) = \lambda$$

EL λ óptimo que maximiza la función de verosimilitud es :

$$\frac{1}{n} + \sum_{i=1}^{n}(-z_i) = \lambda$$