

# **ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

**по дисциплине**

## **Системный анализ и машинное моделирование**

Для студентов четвертого курса  
специальности I-40 01 01  
«Программное обеспечение информационных  
технологий»

Минск 2006

Автор – Мельник Николай Иосифович, старший преподаватель кафедры «Программное обеспечение информационных технологий» Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

# **ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

## **по курсу «Системный анализ и машинное моделирование»**

### **Темы лабораторных работ**

1. Построение и исследование программного датчика равномерно-распределенных случайных чисел. (4 часа)
2. Построение программных датчиков последовательностей случайных чисел с заданными законами распределения. (4 часа)
3. Разработка, отладка и исследование программной модели дискретно-стохастической СМО. (4 часа)
4. Разработка, отладка и исследование программной модели непрерывно-стохастической СМО. (4 часа)

### **Варианты заданий для лабораторных работ**

#### **Работа № 1**

- 1) Разработать программный датчик равномерно-распределенных случайных чисел из интервала от 0 до 1 с использованием алгоритма Лемера;
- 2) По полученной выборке построить гистограмму, определить значения математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения;
- 3) Оценить равномерность по косвенным признакам;
- 4) Найти величину периода и длину участка апериодичности;
- 5) Варьируя параметрами алгоритма, добиться максимальной длины периода.

#### **Работа № 2**

- 1) Разработать программный датчик последовательности случайных чисел с заданным законом распределения:
  - равномерное распределение в заданном интервале;
  - нормальное распределение;
  - показательное распределение;
  - гамма-распределение;
  - треугольное-распределение;

– распределение Симпсона и т.д.

2) По полученной выборке построить гистограмму, определить значения математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения;

### Работа № 3

Для СМО заданной конфигурации построить имитационную модель и исследовать ее (разработать алгоритм и написать имитирующую программу, предусматривающую сбор и статистическую обработку данных для получения оценок заданных характеристик СМО). Распределение интервалов времени между заявками во входном потоке и интервалов времени обслуживания – геометрическое с соответствующим параметром ( $\rho$ ,  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ). Если  $\rho$  не задано, то входной поток – регулярный (с указанным в обозначении источника числом тактов между заявками).

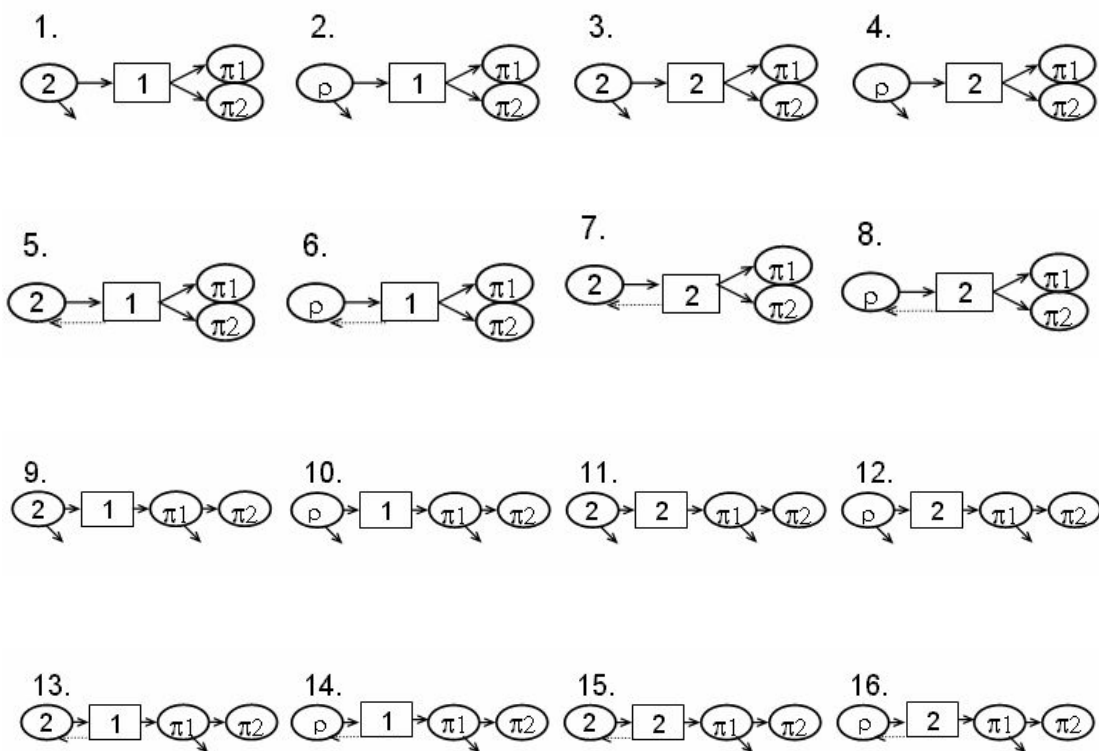
$P_{\text{отк}}$  – вероятность отказа;  $P_{\text{бл}}$  – вероятность блокировки;

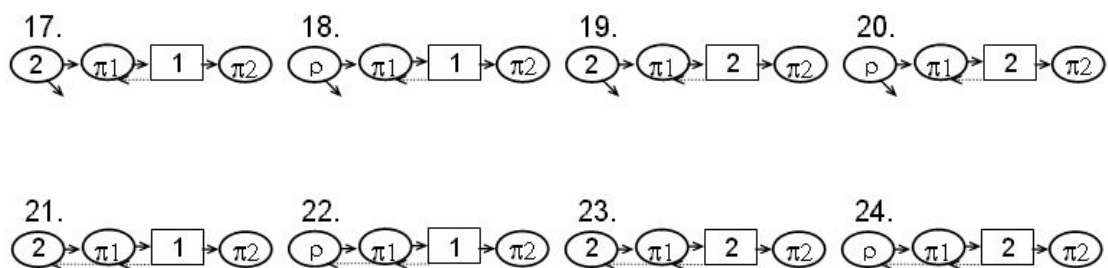
$L_{\text{оч}}$  – средняя длина очереди;  $Q$  – относительная пропускная способность;

$A$  – абсолютная пропускная способность.







### Варианты заданий

#### а) вариант структуры СМО





На схеме условно обозначены:

-  Источник с фиксированным временем ожидания выдачи заявки
-  Источник с вероятностью просеивания (не выдачи заявки)  $\rho$
-  Канал с вероятностью просеивания (не обслуживания заявки)  $\pi$
-  Источник/канал с дисциплиной отбрасывания заявки
-  Источник/канал с дисциплиной блокировки
-  Накопитель на N заявок

а) вариант цели исследования СМО

№	$\rho$	$\pi_1$	$\pi_2$	Цель исследования
1	-	0,8	0,6	$P_{отк}$
2	0,5	0,6	0,8	$P_{отк}$
3	-	0,6	0,5	$L_{оч}$
4	0,5	0,5	0,6	$L_{оч}$
5	-	0,75	0,6	$P_{бл}$
6	0,75	0,85	0,9	$P_{бл}$
7	-	0,75	0,6	$L_{оч}$
8	0,75	0,8	0,5	$L_{оч}$
9	-	0,4	0,4	Q
10	0,5	0,45	0,35	Q
11	-	0,4	0,4	A
12	0,5	0,4	0,4	A
13	-	0,55	0,5	$P_{бл}$
14	0,7	0,65	0,5	$P_{бл}$
15	-	0,48	0,5	$L_{оч}$

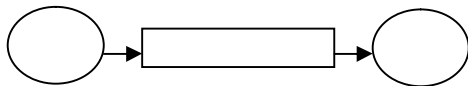
16	0,5	0,48	0,5	$L_{оч}$
17	-	VAR	0,5	Зависимость $P_{отк}$ от $\pi_1$ , $\pi_1=0,2(0,2)0,8$
18	0,5	VAR	0,4	Зависимость $P_{отк}$ от $\pi_1$ , $\pi_1=0,2(0,2)0,8$
19	-	0,3	VAR	Зависимость $L_{оч}$ от $\pi_2$ , $\pi_2=0,2(0,2)0,8$
20	0,5	0,35	VAR	Зависимость $L_{оч}$ от $\pi_2$ , $\pi_2=0,2(0,2)0,8$
21	-	0,4	VAR	Зависимость $P_{бл}$ источника от $\pi_2$ , $\pi_2=0,2(0,2)0,8$
22	0,75	0,7	VAR	Зависимость $P_{бл}$ источника от $\pi_2$ , $\pi_2=0,2(0,2)0,8$
23	-	0,4	0,5	A
24	0,75	0,7	0,65	$P_{бл1}, P_{бл2}$

#### Работа № 4

Построить имитационную модель непрерывно-стохастической СМО и исследовать ее (разработать алгоритм и написать имитирующую программу, предусматривающую сбор и статистическую обработку данных для получения оценок заданных характеристик СМО).

#### Варианты заданий

1) Одноканальная СМО с неограниченной очередью. Интенсивность источника  $\lambda = 2.5$ , интенсивность обработки заявок каждым каналом  $\mu = 3$ .



а) Исследовать значения средней длины очереди, среднего времени ожидания в очереди при показательном и равномерном ( $a = 0.05$ ,  $b = 0.75$ ) распределении интервалов входного потока.

Поток обслуживания – простейший.

б) Исследовать значения средней длины очереди, среднего времени ожидания в очереди, среднего времени пребывания заявки в системе при следующих дисциплинах обслуживания заявок из очереди:

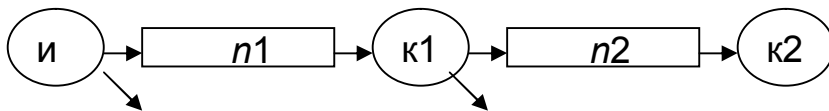
FIFO;

первыми обслуживаются заявки, требующие меньшего времени обслуживания.

Потоки – простейшие.

2) СМО с отказами состоит из двух последовательных фаз. Количество мест ожидания первой фазы  $n_1$ , второй –  $n_2$ . интенсивность обработки заявок

каждого канала  $\mu_1 = \mu_2 = 5$ .

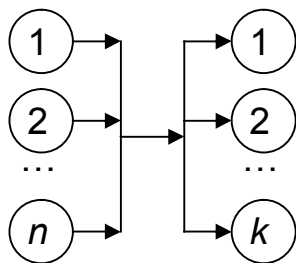


Варианты:

а) Построить зависимости  $P_{отк}$ ,  $P_{отк1}$ ,  $P_{отк2}$  при изменении  $\lambda$  от 1 до 6 с шагом 0.5. Входной поток и потоки обслуживания – простейшие,  $n1=2$ ,  $n2=2$ .

б) Построить зависимости  $P_{отк}$ ,  $P_{отк1}$ ,  $P_{отк2}$  при изменении  $n1$  от 1 до 6. Входной поток и потоки обслуживания – простейшие,  $n2 = 2$ ,  $\lambda = 4.5$ .

3) СМО с ожиданием ответа. Каждый источник может выдать заявку с интенсивностью  $\lambda$ , после чего ожидает окончания ее обработки одним из каналов.



Определить среднее число ожидающих ответа источников, среднее время ожидания ответа и абсолютную пропускную способность (интенсивность на выходе системы). Входные потоки и потоки обслуживания – простейшие, интенсивность каждого источника  $\lambda = 2.5$ , интенсивность обработки заявок каждого канала  $\mu$ ,  $n = 6$ .

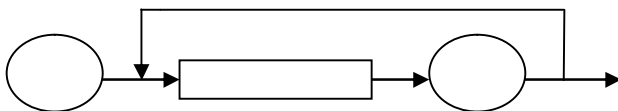
Варианты:

а)  $k=3$ ,  $\mu=6$

б)  $k=2$ ,  $\mu=9$

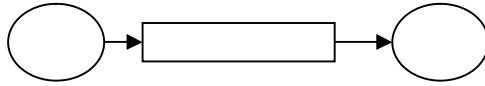
в)  $k=1$ ,  $\mu=18$

4) Одноканальная СМО с неограниченной очередью и дообслуживанием.



Если время обслуживания превышает значение  $T$ , то заявка возвращается в очередь и затем проходит дообслуживание в течение оставшегося времени. Исследовать значения средней длины очереди и среднего времени ожидания в очереди. Входной поток и потоки обслуживания – простейшие с интенсивностями  $\lambda = 2.0$ ,  $\mu = 2.5$ ,  $T = 0.4$ .

### 5) СМО с отказами



На вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Время обслуживания – показательное с параметром  $\mu$ . Работающий (обслуживающий заявки канал) может выходить из строя (отказывать). Поток отказов – простейший с параметром  $\nu$ . Ремонт начинается мгновенно после отказа. Время ремонта – показательное с параметром  $\gamma$ . Количество мест ожидания  $n = 3$ .

Найти:

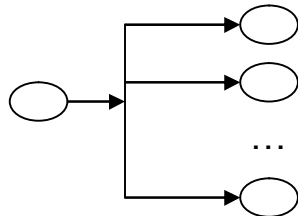
вероятности состояний канала (канал свободен, занят, ремонтируется)  
абсолютную и относительную пропускную способность системы.

$\lambda = 0.5$ ,  $\mu = 1$ ,  $\nu = 0.01$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $n = 5$ .

Варианты:

- а) Канал может выходить из строя только при обслуживании заявок;
- б) Канал может выходить из строя и в неработающем состоянии;
- в) Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя теряется;
- г) Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя становится в очередь, если в ней есть места и обслуживается заново.

### 6) Многоканальная СМО со “взаимопомощью.”



Если в свободную систему поступает заявка, то ее обслуживают совместно все каналы. Если во время обслуживания заявки поступает еще одна, то часть каналов переключается на ее обслуживание и т.д., пока все каналы не окажутся занятыми. Интенсивность совместного обслуживания заявки  $n$  каналами  $n\mu$ . Каналы распределяются равномерно между заявками. На вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda = 7$ . Время обслуживания – показательное с параметром  $\mu = 1$ ,  $n = 8$ .

Найти абсолютную и относительную пропускную способность системы.

7) На вход  $n$ -канальной СМО с отказами поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda = 6$  заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки 0.8 часа. Каждая обслуженная заявка приносит доход 4 у.е.



Содержание одного канала обходится 2 у.е./час. Определить экономически целесообразное количество каналов.

8) На вход 2х-канальной СМО с отказами поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda = 4$  заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки 0.8 часа. Каждая обслуженная заявка приносит доход 4у.е. Содержание одного канала обходится 2 у.е./час. Определить, что экономически целесообразнее – увеличение числа каналов до 3, или введение мест ожидания, если содержание одного места обходится в 0.3 у.е./час.

9) Одноканальная СМО с неограниченной очередью и “разогревом.”

На вход СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda=1.5$ . Время обслуживания – показательное с параметром  $\mu = 2$ . Перед обслуживанием заявки свободный до того канал должен “разогреться”. Определить средние времена пребывания заявок в системе и в очереди, среднее количество заявок в системе и в очереди. Если обслуживание начинается сразу после окончания обслуживания предыдущей заявки, то “разогрев” не нужен.

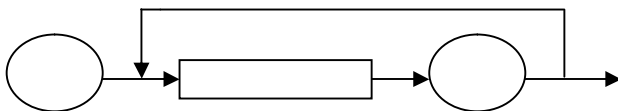
Варианты:

а) время “разогрева” показательное со средним значением  $T_p = 0.4$

б) время “разогрева” фиксированное  $T_p = 0.4$

г) время “разогрева”  $T_p = 0.2 T_{ок}$ , если  $T_{ок} < 6$ , иначе  $T_p = 0.3$ , где  $T_{ок}$  – время, прошедшее после окончания обслуживания последней заявки.

10) Одноканальная СМО с неограниченной очередью и повторным обслуживанием



Заявка, прошедшая обслуживание, может быть возвращена в очередь на повторное обслуживание с вероятностью  $p = 0.1$ . Исследовать значения средней длины очереди, среднего времени ожидания в очереди, среднего времени пребывания заявки в системе. Входной поток и потоки обслуживаний – простейшие с интенсивностями  $\lambda=2.0$ ,  $\mu=2.5$ .

Варианты:

а) время повторного обслуживания показательное со средним значением  $T_{обсл} = 0.2$ ;

б) заявка повторно обслуживается как впервые поступившая;

в) заявка может повторно обслуживаться неограниченное число раз;

Определить среднее число проходов заявки обслуживания;

г) заявка может повторно обслуживаться только 1 раз. В случае второй

“выбраковки” она покидает систему необслуженной. Определить вероятность необслуживания заявки.

11) Система массового обслуживания представляет собой стоянку такси, на которую поступает поток пассажиров с интенсивностью  $\lambda$  и поток машин с интенсивностью  $\mu$ . Пассажиры образуют очередь, которая уменьшается на 1, когда к стоянке подходит машина. В случае, когда на стоянке нет пассажиров, в очередь становятся машины. Число мест  $n$  для машин на стоянке ограничено.

Варианты:

а) Все потоки простейшие,  $\lambda = 12.0$ ,  $\mu = 15.0$  (заявок в час),  $n = 10$ . Очередь пассажиров не ограничена, посадка производится мгновенно. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин.

б) Все потоки простейшие,  $\lambda = 12.0$ ,  $\mu = 12.0$  (заявок в час),  $n = 10$ . Очередь пассажиров ограничена ( $l = 20$ ), посадка производится мгновенно. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин, вероятность для пассажира уехать на такси.

в) Все потоки простейшие,  $\lambda = 15.0$ ,  $\mu = 10.0$  (заявок в час),  $n = 10$ . Очередь пассажиров ограничена следующими факторами: пассажир покидает очередь, если через 20 минут после начала ожидания количество пассажиров перед ним больше  $L$ . Посадка производится мгновенно. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин, вероятность для пассажира уехать на такси для  $L = 5$ ,  $L = 10$ ,  $L = 15$ .

г) Все потоки простейшие,  $\lambda = 15.0$ ,  $\mu = 10.0$  (заявок в час),  $n = 10$ . Очередь пассажиров ограничена следующими факторами: пассажир покидает очередь, если через  $S$  минут после начала ожидания количество пассажиров перед ним больше 3 человек. Посадка производится в течении 2 минут. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин, вероятность для пассажира уехать на такси, если  $S$  равномерно распределено в диапазоне от 5 до 20.

12) Автозаправочная станция (АЗС) имеет  $n$  колонок; площадка возле нее допускает одновременное ожидание не более  $m$  автомашин. Поток автомашин, пребывающих на АЗС простейший с интенсивностью  $\lambda$ . Время обслуживания показательное со средним значением  $t_{\text{обсл}}$ .

Варианты:

а)  $\lambda = 1$  маш/мин,  $t_{\text{обсл}} = 2$  мин.

Найти вероятности отказа и среднее значение длины очереди при  $n = 2$  для значений  $m$  от 3 до 7;

б)  $\lambda=1$  маш/мин,  $t_{\text{обсл}} = 3$  мин,  $n = 3$ . Определить экономически обоснованное число мест ожидания, если заправка одной машины приносит доход 5 у.е, а аренда одного места ожидания стоит 20 у.е./час.

13) На железнодорожную сортировочную горку подается простейший поток составов с интенсивностью  $\lambda=2$  состава в час. Время обслуживания состава на горке имеет показательное распределение со средним значением  $t_{\text{обсл.}}=20$  мин. В парке прибытия горки могут находиться не более трех составов (включая обслуживаемый). Остальные вынуждены ожидать на внешних путях. За один час ожидания на внешних путях станция платит штраф 1000 руб. Определить срок окупаемости увеличения количества мест в парке прибытия горки до 4, если это увеличение потребует затрат в размере 1 млн. рублей.

14) Одноканальная СМО – ЭВМ, на которую поступает поток заявок (требований на расчеты) со средним интервалом между заявками  $t_{\text{вх}}$

Время обслуживания распределено по закону Эрланга 3-го порядка с математическим ожиданием  $t_{\text{обсл.}}$ . Определить

среднее число заявок в очереди;

среднее число заявок в СМО;

-среднее время пребывания заявок в очереди;

-среднее время пребывания заявок в СМО;

Варианты:

а) входной поток простейший,  $t_{\text{вх}}=10$  минут;  $t_{\text{обсл}}=8$  минут;

б) входной поток – поток Эрланга 4-го порядка,  $t_{\text{вх}}=10$  минут;  $t_{\text{обсл}}=8$  минут;

15) Имеется  $n$ -канальная СМО с неограниченной очередью. Входной поток и поток обслуживаний - простейшие с интенсивностями  $\lambda$  и  $\mu$  соответственно.

Время пребывания в очереди ограничено случайным сроком, распределенным по показательному закону с математическим ожиданием  $t_{\text{ож.}}$ .

Определить

среднее число заявок в очереди;

-среднее время пребывания заявок в очереди (отдельно – для получивших обслуживание и ушедших из очереди до обслуживания);

среднее число занятых каналов.

Варианты:

а)  $n=2$ ,  $\lambda = 3$  заявки/час,  $\mu=1$  заявка/час,  $t_{\text{ож}}=0,5$  часа.

б)  $n=3$ ,  $\lambda = 4$  заявки/час, время обслуживания заявки постоянно и равно 1 часу,  $t_{\text{ож}}=0,5$  часа

16) Два наладчика обслуживают 6 станков. Станок требует наладки в среднем через каждые 0,5 часа. Наладка занимает у рабочего в среднем 10 минут. Все потоки событий – простейшие. Определить, как изменятся следующие показатели:

среднее число занятых рабочих;  
абсолютная пропускная способность;  
среднее число неисправных станков,  
если рабочие будут наладывать станки совместно, затрачивая при этом на наладку одного станка в среднем 5 минут.

17) Одноканальная СМО с приоритетным обслуживанием и неограниченной очередью.

На вход СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda = 10$ . Поток обслуживаний показательный с интенсивностью  $\mu = 12$ . Вероятность появления во входном потоке заявки, требующей приоритетного обслуживания  $P_{\text{пр}} = 0,1$ .

Определить среднюю длину очереди  $L_{\text{оч}}$ , среднее время ожидания в очереди для беспriorитетных  $W_{\text{оч}}$  и приоритетных  $W_{\text{оч.пр}}$  заявок.

Варианты:

а) заявка, требующая приоритетного обслуживания становится в начало очереди ;

б) заявка, требующая приоритетного обслуживания прерывает обслуживание заявки в канале (если обслуживаемая заявка беспriorитетна) и сразу попадает на обслуживание; если обслуживаемая заявка имеет приоритет, то новая заявка, требующая приоритетного обслуживания становится в начало очереди ; заявка, выполнение которой было прервано, ставится в начало очереди и после освобождения канала дообслуживается в течении оставшегося времени.

18) Многоканальная СМО ( $n=3$ ) с приоритетным обслуживанием и неограниченной очередью.

На вход СМО поступает поток беспriorитетных заявок (приоритет 0) с интенсивностью  $\lambda_0=7$  и два потока заявок с приоритетами 1 ( $\lambda_1=1,5$ ) и 2 ( $\lambda_2=1$ ). Интенсивность обслуживания заявок каналами -  $\mu_1=2$ ,  $\mu_2=4$ ,  $\mu_3=5$ .

Все потоки простейшие.

Заявки с приоритетом 2 должны обслуживаться только каналом 3, заявки с приоритетом 1 могут обслуживаться каналами 2 и 3, если 3-й канал не занят обслуживанием заявок с приоритетом 2, заявки с приоритетом 0 – каналом 1 и каналами 2 и 3, если они не заняты обслуживанием заявок с более высоким приоритетом.

Поступающие заявки занимают место в очереди в соответствии с их приоритетами. В случае, если заявка застает «свой» канал занятым заявкой с более низким приоритетом, то обслуживаемая заявка перемещается либо

в соответствующий ей канал с прерыванием обслуживания в нем менее приоритетной заявки, либо в очередь как вновь поступившая.

Определить среднее время пребывания в системе  $t_c$ , среднее время пребывания в очереди  $t_{оч}$  для заявок с разными приоритетами, среднюю длину очереди  $L_{оч}$ .

19) Одноканальная СМО с неограниченной очередью. Входной поток простейший с интенсивностью 2 заяв/час. Найти среднюю длину очереди и среднее время ожидания в очереди, если поток обслуживания имеет

- а) показательное распределение времени обслуживания,  $\mu=2,5$  заяв/час;
- б) равномерное распределение времени обслуживания,  $a=0,2$  час,  $b=0,6$  час;
- в) нормальное распределение времени обслуживания,  $m=0,4$  час,  $\sigma=0,1$  час;
- г) время обслуживания фиксировано,  $t_{обсл}=0,4$  час;
- д) время обслуживания распределено по закону Эрланга

$$f_4(t) = \frac{\mu(\mu t)^3}{3!} e^{-\mu}, \mu=9 \text{ заяв/час.}$$

20) Многоканальная СМО с отказами М/М/п. Входной поток простейший с интенсивностью 2 заяв/час,  $n=3$ .

Найти:

абсолютную пропускную способность;

среднее число занятых каналов;

вероятность отказа, если поток обслуживания имеет:

- а) показательное распределение времени обслуживания,  $\mu=0,7$  заяв/час;
- б) равномерное распределение времени обслуживания,  $a=1,5$  час,  $b=2,0$  час;
- в) нормальное распределение времени обслуживания,  $m=1,7$  час,  $\sigma=0,5$  час;
- г) время обслуживания фиксировано,  $t_{обсл}=1,75$  час;
- д) время обслуживания распределено по закону Эрланга

$$f_3(t) = \frac{\mu(\mu t)^2}{2!} e^{-\mu}, \quad \mu=3 \text{ заяв/час.}$$

21) На промышленном предприятии для контроля за качеством готовой продукции разрабатывается новая система, которая будет включать некоторое количество испытательных стендов и помещения для хранения поступающих на контроль изделий. Вследствие ограниченной площади помещения одновременно в очереди может ожидать не более чем  $m$  изделий. Если поступающее на контроль изделие застаёт ситуацию, что все места для ожидания заняты, то оно отгружается, не проходя контроль. Исследование моментов поступления изделий на контроль показали, что они случайны и распределены по закону Пуассона с параметром  $\lambda$  изд/ч. Время, затрачиваемое на контроль одного изделия, также случайное со средним значением  $\mu$  изд/ч. Определить при

заданных значениях  $m = 3$  изд.,  $\lambda = 2$  изд/ч,  $\mu=1$  изд/ч минимальное число испытательных стендов, чтобы было проконтролировано не менее 95% всей выпускаемой продукции.

## **ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ**

1. Конспект лекций по курсу «Системный анализ и машинное моделирование».
2. Новиков В.И., Зарембовская И.А., Крицкий С.В. Методическое пособие «Методы и программно-аппаратные средства моделирования систем» по курсу «Системный анализ и машинное моделирование». – Мн.: Ротапринт МРТИ, 1991.