Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 2 / 1 / 2

Выполнил:
студент 106 группы
Баширов А. Э.

Преподаватели:
Корухова Л. С.
Манушин Д. В.

Москва
2024

Содержание

Постановка задачи

Задача состоит в вычислении площади плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми. Точность вычисления $\varepsilon = 10^{-3}$. Кривые заданы следующими функциями:

$$f_1 = 3 \cdot \left(\frac{0.5}{x+1} + 1\right) \qquad f_2 = 2.5x - 9.5 \qquad f_3 = \frac{5}{x}$$

Площадь вычисляется как сумма площадей под графиками функций на соответствующих отрезках, ограниченных точками пересечения графиков функций.

Для нахождения площади под графиком на заданном отрезке используем метод трапеций.

Для поиска точек пересечения графиков функций $f(x)$ и $g(x)$ требуется рассмотреть промежуточную функцию $F(x) = f(x) - g(x)$ и найти её корень на выбранном отрезке методом деления отрезков пополам. Отрезки, на которых мы ищем корень, определены заранее вручную при анализе исходных функций.

Математическое обоснование

Для того, чтобы при подсчёте ответа значение было вычисленно с точность $\varepsilon = 10^{-3}$ требуется, чтобы отдельные интегралы функций были вычислены с точностью, на один знак большей, чтобы избежать погрешности вычислений с плавающей точкой, поэтому $\varepsilon_2 = 10^{-4}$.
Так как интегралы необходимо вычислить с точностью до четвертого знака, то $\varepsilon_1 = 10^{-5}$.
Построив графики заданных функций в Desmos, легко заметить, что после x = 6 точек пересечения точно не будет, а точки < 0 нас не интересуют из условия.

При численном интегрировании условием окончания вычисления интегральных сумм является неравенство $h|I_{2n} - I_n| < \varepsilon_2$, где I_n и I_{2n} — старая и новая интегральные суммы. Это следует из правила Рунге: $h|I_{2n} - I_n| \cong I_n - I$, где $h = \frac{1}{3}$ — константа для метода трапеций, а I — искомое значение интергала.

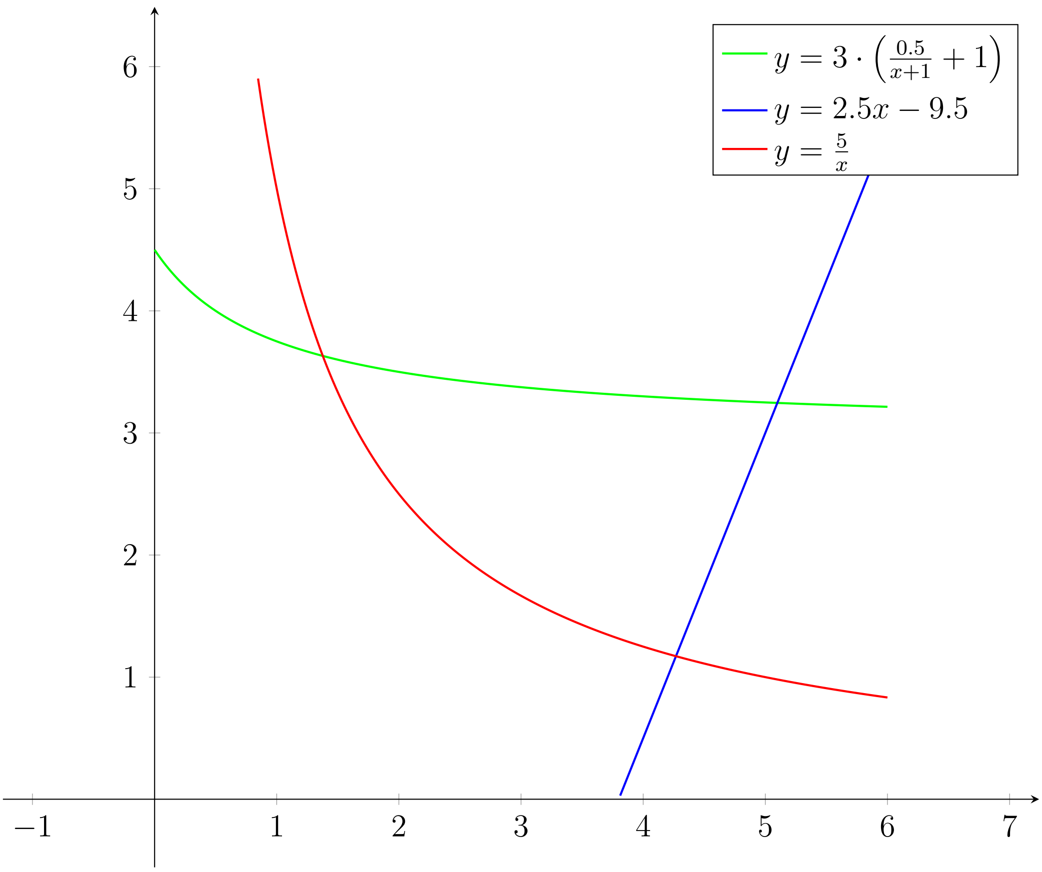


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

Координаты точек пересечения, посчитанные методом деления отрезков:

Кривые	x	y
1 и 2	1.377	3.631
2 и 3	4.268	1.171
1 и 3	5.098	3.246

Таблица 1: Координаты точек пересечения

Площадь полученной фигуры $= 5.088$.

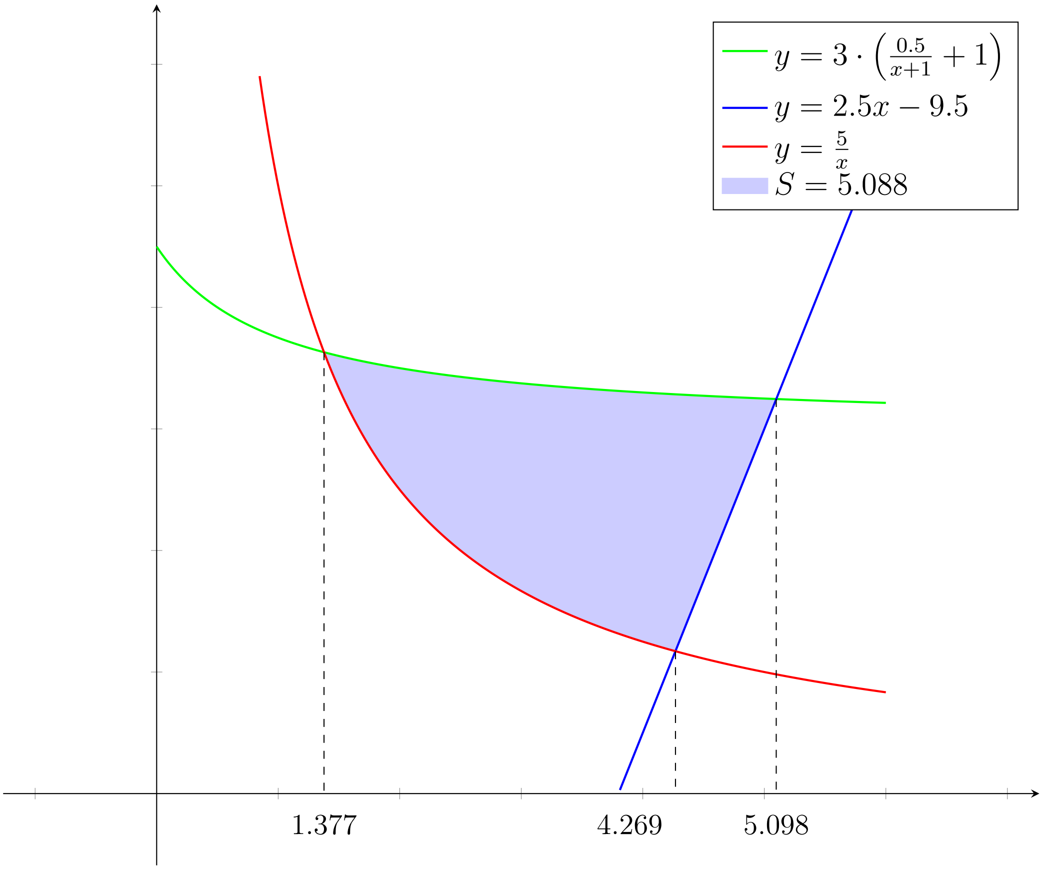


Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

Программа состоит из файлов *source.c* и *functions.asm*, каждый из которых содержит следующие модули:

source.c: содержит функции *root* и *integral*, а также основную функцию *main*, набор математических функций для отладки и функции для печати ответа для всех аргументов командной строки:

*double root(double L, double R, double (*func1) (double), double (*func2) (double), double eps1)* - функция нахождения точки пересечения двух графиков функций методом деления отрезка пополам. Принимает указатели на две функции, а также границы отрезка, на котором производится поиск и точность, с которой будет найден корень. Возвращает найденное значение корня с точностью *eps1*.

*double integral(double x1, double x2, double (*func) (double), double eps2)* - функция вычисления интеграла методом трапеции на отрезке $[a, b]$ с точностью *eps2*. Принимает указатель на границы отрезка интегрирования, функцию и точность, с которой происходит интегрирование. Функция возвращает значение интеграла на отрезке.

Глобальная переменная *int num_of_iterations* считает число иттераций при вычислении корня. Значения $\varepsilon_1 = 0.00001$ и $\varepsilon_2 = 0.0001$

functions.asm — содержит реализации функций f_1, f_2, f_3 из задания.

Программа запускается из консоли и поддерживает следующие флаги:

- *-help* — выводит информацию о командах и функциях.

- *-roots* — выводит абсциссы точек пересечения функций из задания.

- *-integrals* — выводит значения интегралов функций из задания на промежутках, ограниченных соответствующими точками пересечения.

- *-answer* — выводит ответ на задачу.

- *-iters* — считает число итераций при вычислении точек пересечения для каждой пары функций.

- *-test-roots <номер первой функции> <номер второй функции> <левая граница отрезка> <правая граница отрезка>* — находит точку пересечения двух выбранных функций на выбранном интервале.

- *-test-integrals <номер функции> <левая граница отрезка> <правая граница отрезка>* — находит интеграл выбранной функции на выбранном отрезке.

Если вводится неправильный ключ, то программа сообщит об этом.

Сборка программы (Make-файл)

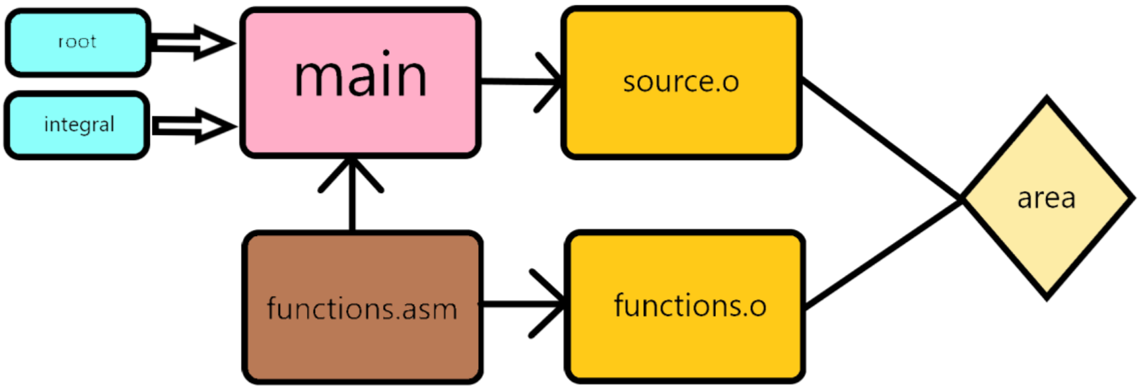
текст Make-файла

```
all: integral

source.o : source.c
        gcc -m32 -c -o source.o source.c
functions.o : functions.asm
        nasm -f elf32 -o functions.o functions.asm
integral: source.o functions.o
        gcc -o integral source.o functions.o -m32 -lm

clean :
        rm -rf source.o functions.o
```

Схема работы компановщика:



Отладка программы, тестирование функций

Отладка *root*:
Функция root тестировалась на функциях попроще:

функция №1	функция №2	ответ программы	аналитический ответ
$y = 9 - (x-3)^2$	$y = x - 3$	0.45862	$\frac{7-\sqrt{37}}{2} = 0.45861873...$
$y = x - 3$	$y = 3 - x$	3.00000	3
$y = 3 - x$	$9 - (x-3)^2$	5.54138	$\frac{5+\sqrt{37}}{2} = 5.54138126...$

Отладка *integral*:
Посчитаем определенный интеграл функции f на интервале $[a, b]$ и сравним с полученным аналитически.

функция f	интеграл	a	b	ответ программы	аналитический ответ
$y = x^2$	x^3	0	1	0.0833	$\frac{1}{12}$
$y = x$	x^2	0	1	0.1666	$\frac{1}{6}$
$y = x^4$	x	0	1	0.3000	0.3

Программа на Си и на Ассемблере

Исходные тексты программы приложены к этому отчету.

Анализ допущенных ошибок

1. iters выводило количество итераций для двух функций, задаваемых пользователем, теперь iters выводит количество итераций, требуемых для вычисления корней между f1 и f2, f2 и f3, f1 и f3

Список литературы

[1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.

[2] «Задания практикума на ЭВМ» Трифонов Н.П., Пильщиков В.Н