

Практические задания к уроку 2 Тема «Элементарная алгебра»

1. Задание

Напишите уравнение параболы, проходящей через три точки (х,у):
(1,2), (3,10), (5,1)

Решение:

Уравнение параболы в общем виде будет иметь следующий вид:
 $y=ax^2+bx+c$

Всё что нужно сделать, это найти значения а, b и с. Составим систему уравнений для заданных точек

$$\begin{aligned}a(1)^2 + b(1) + c &= 2 \\ a(3)^2 + b(3) + c &= 10 \\ a(5)^2 + b(5) + c &= 1\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}a + b + c &= 2 \\ 9a + 3b + c &= 10 \\ 25a + 5b + c &= 1\end{aligned}$$

Дальше используем метод товарища Крамера

Находим определитель матрицы для левой части системы уравнений (первый раз распишу подробно).

Т.к. данная матрица является матрицей 3-го порядка, используем метод треугольника и не усложняем себе жизнь.

$$A = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix} = 1 \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 25 + 1 \cdot 9 \cdot 5 - 1 \cdot 3 \cdot 25 - 1 \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot 9 \cdot 1 = 3 + 25 + 45 - 75 - 5 - 9 = -16$$

Заменяем столбец с множителями искомого неизвестного на левый столбец уравнений и находим определитель получившейся матрицы, затем делим найденный определитель на определитель матрицы из множителей уравнений и получаем значение соответствующего неизвестного.

$$a = \det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 10 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix} / -16 = 34 / -16 = -17/8$$

$$b = \det \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 9 & 10 & 1 \\ 25 & 1 & 1 \end{bmatrix} / -16 = -200 / -16 = 25/2$$

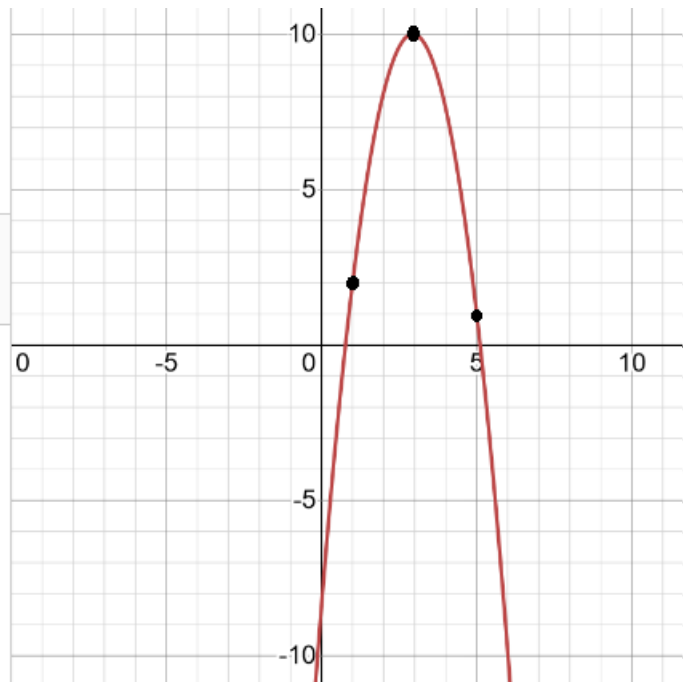
$$c = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 9 & 3 & 10 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix} / -16 = 134 / -16 = -67/8$$

Подставляем значения a, b и c формулу параболы.

Ответ: $y = -17x^2/8 + 25x/2 - 67/8$

$$y = -\frac{17x^2}{8} + \frac{25x}{2} - \frac{67}{8}$$

Введите задачу...



точки (x,y): (1,2), (3,10), (5,1)

2. Задание

Известно, что свежий огурец на 99% состоит из воды. Месяц назад взвесили мешок со свежими огурцами. Получилось, что мешок весил ровно 100 кг. Мешок убрали, а через месяц снова взвесили. Огурцы за это время усохли, и теперь вода составляет уже только 98% их веса. Сколько теперь (в кг) весят огурцы?

Решение:

Порассуждаем: 1 % от 100 кг = 1 кг., т.е. вес мешка до усушки состоял из 1кг сухого вещества и 99 кг воды. Нам нужно найти такой вес воды что бы 1 кг составлял 2% от общего веса. Другими словами 1 кг от какого веса (x) будет составлять 2%, т.е. относиться как 2/100

Ответ: $1/x = 2/100 \Rightarrow 1/x = 1/50 \Rightarrow x=50$. Огурцы весят 50кг. (49 кг воды)

3. Задание. Определение логарифма. Решить уравнения:

1. $2^x = 256$

2. $2^x = 300$

3.* $\log_8 2^{8x-4} = 4$

4.* $3^{\log_9(5x-5)} = 5$

5.* $x^{\log_3 x + 1} = 9$

1. $x = \log_2(256) = 8$

2. $x = \log_2(300) = 8,2288$

3. $8x - 4 = 4 / (\log_8(2))$, $\log_8(2) = 1/3 \Rightarrow 8x - 4 = 4 \cdot 3$, $8x = 12 + 4 \Rightarrow x = 2$

4. $(5x-5)^{\log_9 3} = 5$, $(5x-5)^{0,5} = 5 \Rightarrow 5x-5 = 5^2 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$

5. ОДЗ: $x > 0$ и $x \neq 1$

$$\log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 9$$

$$(\log_3 x + 1) \cdot \log_3 x = 2, \text{ пусть } t = \log_3 x$$

$$(t+1) \cdot t = 2, \text{ тогда } t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = (-1+3) / 2 = 1$$

$$t_2 = (-1-3) / 2 = -2$$

$$\log_3 x = 1 \text{ и } \log_3 x = -2$$

$$x_1^{1+1} = 9 \Rightarrow x_1 = 3$$

$$x_2^{-2+1} = 9 \Rightarrow 1/x_2 = 9 \Rightarrow x_2 = 1/9$$

4. Задание Свойства логарифмов. Вычислить:

6. $\log_4 16 = 2$

7. $\log_5 (1/25) = -2$

8. $\log_{25} 5 = 1/2$

9. $\log_3 \sqrt[3]{27} = 3/2$

10. $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 (12/3) = \log_2 4 = 2$

11. $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 (12 \cdot 3) = \log_6 36 = 2$

12. $e^{\ln 5} = 5$

13. $\log_2 225 / \log_2 15 = \log_{15} 225 = 2$

14. $\log_4 32 + \log_{0.1} 10 = (\log_2 32 / \log_2 4) - 1 = 5/2 - 2/2 = 3/2 = 1,5$

15. $9^{\log_3 \sqrt{5}} = (\sqrt{5})^{\log_3 9} = (\sqrt{5})^2 = 5$