Практическое задание

1. Исследовать на линейную зависимость:

f1(x)=ex,f2(x)=1,f3(x)=x+1,f4(x)=x−ex.

$\underset{f_1}{e^x} = \underset{f_3}{x+1} - \underset{f_2}{1} - (\underset{f_4}{x - e^x}) = x+1-1-x+e^x = e^x$, т.е.

$f_1(x) = f_3(x) - f_2(x) - f_4(x) \Rightarrow$ зависимость линейная

2. Исследовать на линейную зависимость:

f1(x)=2,f2(x)=x,f3(x)=x2,f4(x)=(x+1)2

$0{,}5 \cdot \underset{f_1}{(2)} = \underset{f_4}{(x+1)^2} - \underset{f_3}{x^2} - 2 \cdot \underset{f_2}{x} = (x^2+2x+1) - x^2 - 2x = 1$

$f_1(x) = f_4(x) - f_3(x) - 2f_2(x) \Rightarrow$ зависимость линейная

3. Найти координаты вектора x=(2,3,5)∈R3 в базисе b1=(0,0,10), b2=(2,0,0), b3=(0,1,0).

$x = (2,3,5) = 1\cdot(2,0,0) + 3\cdot(0,1,0) + 0{,}5\cdot(0,0,10) = 0{,}5b_1 + b_2 + 3b_3 = (0{,}5, 1, 3)$

4. Найти координаты вектора 3x2−2x+2∈R3[x]:

а) в базисе 1, x, x2;

$(2, -2, 3) \rightarrow$ координаты в базисе $1, x, x^2$

б) в базисе x2, x−1, 1.

$3x^2 - 2x + 2 = 3x^2 - 2(x-1) \Rightarrow (3, -2, 0)$ - координаты в базисе $x^2, x-1, 1$

5. Установить, является ли линейным подпространством:

а) совокупность всех векторов трехмерного пространства, у которых по крайней мере одна из первых двух координат равна нулю;

Допустим $a = (0, a_2, a_3)$ и $b = (b_1, 0, b_3)$, тогда $a + b = (b_1, a_2, a_3 + b_3)$; $b_1 \neq 0$ и $a_2 \neq 0 \Rightarrow$ ~~это не ли~~ подпространство не является линейным

б) все векторы, являющиеся линейными комбинациями данных векторов {u1,u2,…,un}.

Допустим: $a = 3u_1 + 5u_2 + 7u_3$ и $b = 2u_4 + 6u_5 + 8u_6$, тогда $a + b = (3u_1 + 5u_2 + 7u_3 + 2u_4 + 6u_5 + 8u_6)$

Пусть $k = 3$, умножим на скаляр вектора a

$k \cdot a = 9u_1 + 15u_2 + 21u_3 \Rightarrow$ данное подпространств является линейным.