

Введение в перечислительную комбинаторику
Экзамен, 21 июня 2023, 11:00-13:00

Задача 1 Имеются m черных и n белых шаров. Сколькими способами можно разложить эти шары в ряд так, чтобы никакие два черных шара не лежали рядом?

Задача 2 Последовательность a_n задана линейным рекуррентным соотношением

$$a_n = 3a_{n-2} + 2a_{n-3}.$$

Найдите решение этой рекурренты с начальными условиями

$$a_0 = a_1 = 0, \quad a_2 = 1.$$

Задача 3 Пусть $1 \leq m < n$. Докажите равенство

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^m \binom{n}{k} = 0.$$

Задача 4 Найдите коэффициент при q^6 в многочлене $\left[\begin{smallmatrix} 100 \\ 5 \end{smallmatrix} \right]_q$

Задача 5 Найдите производящую функцию $\sum D(m, n) x^m y^n$ количеств $D(m, n)$ путей шахматного короля из левого нижнего угла доски $(m+1) \times (n+1)$ в правый верхний (каждый ход — вправо, вверх, или вправо-вверх).

Разрешается пользоваться своими записями, записками и видеозаписями лекций, книгами... Решения задач присылайте в виде **одного pdf**-файла (полученного из (La)TeX'a / word'a / собранного из *разборчивых* сканов или фотографий рукописных листов) на электронную почту **не позднее 13:00**, в соответствии с вашей группой:

- Ненашева Марина Сергеевна <mnenasheva@hse.ru>
- Ферник Тома Клеман <fernique@hse.ru>