ТВиМС

Чижов Андрей БПИ218

ИДЗ 3
вариант 28

Задача 5.
Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mu_1,\mu_2) = (15; 15)$ и ковариационной матрицей :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2 & cov(\xi;\eta) \\ cov(\eta;\xi) & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти $P\{\xi - \mu > 0\}$.

Решение:

Пусть СВ $\chi = \xi - \eta$. Тогда по св-ву нормального распределения χ распределена нормально. Вычислим мат. ожидание χ :

$$E[\chi] = E[\xi - \eta] = E[\xi] - E[\eta] = \mu_1 - \mu_2 = 15 - 15 = 0$$

Из ковариационной матрицы знаем, что $cov(\xi, \eta) = 1$, $D\xi = 1$, $D\eta = 2$, значит можем вычислить дисперсию :

$$D[\chi] = D[\xi - \eta] = D[\xi] + D[\eta] - 2cov(\xi,\eta) = 1 + 2 - 2 \cdot 1 = 1$$

$\chi \sim N(0,1)$ стандартное распределение. Вычислим $P\{\chi > 0\}$:

$$P\{\xi - \eta > 0\} = 1 - P\{\xi - \eta \leqslant 0\} = 1 - \Phi(0) = 1 - \frac{1}{2} - \Phi_0(0) = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

Ответ: 0,5.

Задача 6.
Для заданной выборки:
1)построите вариационный ряд выборки;
2) пользуясь формулой Стерджесса, определите количество интервалов разбиения выборки;
3) постройте таблицу статистического ряда, в первой строке которой указаны интервалы разбиения, а во второй-частоты попадания элементов выборки в соответствующие интервалы;
4) постройте гистограмму;
5)найдите реализации точечных оценок математического ожидания и дисперсии;
6) на основе анализа результатов наблюдений выдвинете гипотезу о виде закона распреде- ления наблюдаемой случайной величины.

Предел прочности образцов сварного шва, Н/мм^2.

34,0	39,4	36,3	34,1	39,1	33,1	40,1	35,3	39,2	38,7	38,4
41,5	34,9	38,8	36,9	41,1	33,8	38,0	37,8	42,3	35,2	35,4
35,4	36,4	32,9	37,3	36,5	30,2	30,0	30,4	30,1	40,7	35,9
37,0	40,9	35,8	37,2	31,1	36,9	36,9	37,4	40,8	38,1	33,5
30,8	38,2	32,5	41,1	33,2	38,9	39,9	38,9	38,3	35,3	37,1
35,5	37,1	43,9	35,0	32,6	28,9	34,4	29,0	33,9	32,8	40,4
28,1	31,8	39,5	33,4	42,3	35,5	39,6	37,8	39,9	37,6	29,4
32,4	40,0	34,6	28,3	32,3	38,7	28,7	29,8	34,8	38,6	41,8
31,9	43,1	30,4	41,9	30,6	38,8	32,7	42,8	39,7	33,3	34,5
40,0	31,6	36,8	31,3	39,8	37,2					

COUNT = 105
Найдем минимум и максимум :
MIN = 28,1
MAX = 43,9

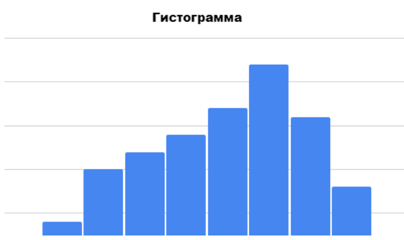
С помощью формулы Стерджесса определим количество интервалов :
\# = INT(1 + 3,332*LOG10(COUNT)) = 7

Длина интервала - ROUND((MAX - MIN) / # ; 3) = 2,257

28,1	1
30,357	9
32,614	13
34,871	16
37,128	21
39,385	21
41,642	17
43,9	7
	0

Таблица частот

x_i	Кол-во, f_i	$x_i \cdot f_i$	Накопленная частота, S	$\lvert x-x_{cp}\rvert \cdot f_i$	$(x-x_{cp})^2 \cdot f_i$	Относительная частота, f_i/f
28.1	1	28.1	1	9.093	82.675	0.00952
30.357	9	273.213	10	61.52	420.523	0.0857
32.614	13	423.982	23	59.521	272.521	0.124
34.871	16	557.936	39	37.145	86.234	0.152
37.128	21	779.688	60	1.356	0.0875	0.2
39.385	21	827.085	81	46.041	100.943	0.2
41.642	17	707.914	98	75.641	336.559	0.162
43.9	7	307.3	105	46.952	314.929	0.0667
Итого	105	3905.218		337.268	1614.471	1



Средняя взвешенная

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{3905.218}{105} = 37.193$$

Среднее линейное отклонение

$$d = \frac{\sum |x_i - \overline{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{337.268}{105} = 3.212$$

Дисперсия и исправленная дисперсия

$$D = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{1614.471}{105} = 15.376$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{1614.471}{104} = 15.524$$

Используя критерий Пирсона, проверим гипотезу, что X распределена нормально

$$K = \sum \frac{(f_i - f_i^{\cdot})^2}{f_i^{\cdot}}$$

$$f_i^{\cdot} = \frac{N \cdot h}{\sigma} \phi_i$$

Вычислим теоретические частоты

$$f_i^{\cdot} = \frac{105 \cdot 2.257}{3.921} \phi_i = 60.44 \phi_i$$

i	x_i	u_i	φ_i	f_i^*
1	28.1	-2.3188	0,027	1.632
2	30.357	-1.7432	0,0863	5.216
3	32.614	-1.1676	0,2012	12.16
4	34.871	-0.592	0,3332	20.137
5	37.128	-0.01646	0,3989	24.108
6	39.385	0.5591	0,341	20.609
7	41.642	1.1347	0,2083	12.589
8	43.9	1.7106	0,0909	5.494

и сравним с эмпирическими

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_i - f_i^{\cdot})^2}{f^{\cdot}_i}$$

i	f_i	f^*_i	$f_i - f_i^*$	$(f_i - f_i^*)^2$	$(f_i - f_i^*)^2/f_i^*$
1	1	1.6318	0.6318	0.3992	0.245
2	9	5.2157	-3.7843	14.3211	2.746
3	13	12.1599	-0.8401	0.7058	0.058
4	16	20.1375	4.1375	17.1188	0.85
5	21	24.1082	3.1082	9.6608	0.401
6	21	20.6089	-0.3911	0.153	0.00742
7	17	12.589	-4.411	19.4573	1.546
8	7	5.4937	-1.5063	2.269	0.413
∑	105	105			6.265

Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область:
Кнабл = 6,27 < Kkp = K(0,05;5) = 11.07050

Значит предположение справедливо, и величина имеет нормальное распределение.