

ТВиМС

Чижов Андрей БПИ218

ИДЗ 1
вариант 28

Задача 1.

В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар, не возвращая его обратно. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выигрывает игрок, начинающий игру?

Решение:

Введем событие A - побеждает игрок, начинающий игру (первый игрок).
Первый игрок побеждает в трех случаях:

1. Исход H_1 - первый игрок достает белый шар на первый ход.
2. Исход H_2 - первый игрок выигрывает на второй ход (на первый ход оба достали по черному шару).
3. Исход H_3 - первый игрок выигрывает на третий ход (первые два хода оба доставали по черному шару).

Вычислим вероятности этих событий:

$$P(H_1) = \frac{1}{6}$$

Согласно формуле умножения вероятностей имеем:

$$P(H_2) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$P(H_3) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$A = H_1 + H_2 + H_3$ и так как H_1, H_2, H_3 попарно несовместны, получаем:

$$P(A) = P(H_1 + H_2 + H_3) = P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

Задача 2.

В трех ящиках находятся соответственно:

- 1) 2 белых и 3 черных шара;
- 2) 4 белых и 3 черных шара;
- 3) 6 белых и 2 черных шара.

Предполагается, что вероятности извлечения шаров из каждого ящика соответственно равны: $P_1 = 0,1$; $P_2 = 0,7$; $P_3 = 0,2$. Извлечен белый шар. Спрашивается, из какого ящика он вероятнее всего был извлечен?

Решение:

Введем событие A - извлечен белый шар.

$H_1 = \{\text{выбрана первая корзина}\}$, H_2 , H_3 - вторая и третья соответственно.

Согласно формуле Байеса:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i) P(A|H_i)}{P(A|H_1) P(H_1) + P(A|H_2) P(H_2) + P(A|H_3) P(H_3)} = \frac{P(H_i) P(A|H_i)}{P(A)}; \quad i = \overline{1,3}$$

$$P(A) = \frac{2}{5}P_1 + \frac{4}{7}P_2 + \frac{6}{8}P_3 = \frac{4}{100} + \frac{40}{100} + \frac{15}{100} = \frac{59}{100}$$

$$P(H_1|A) = \frac{0,04}{0,59} \approx 0,068$$

$$P(H_2|A) = \frac{0,4}{0,59} \approx 0,678$$

$$P(H_3|A) = \frac{0,15}{0,59} \approx 0,254$$

Ответ: вероятней всего белый шар был извлечен из второй корзины.