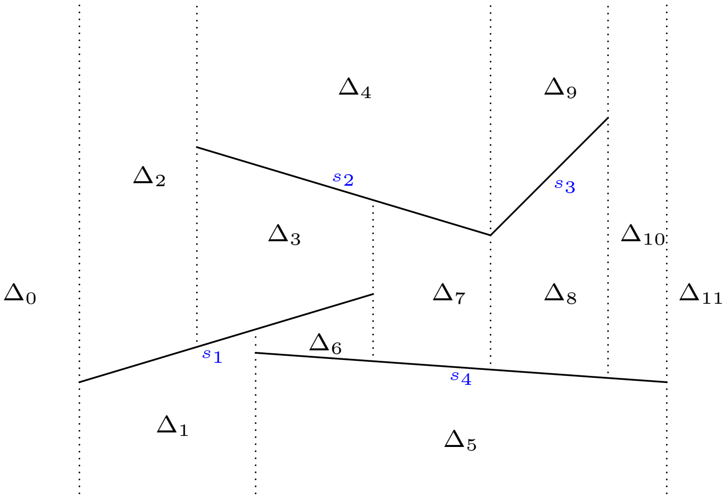
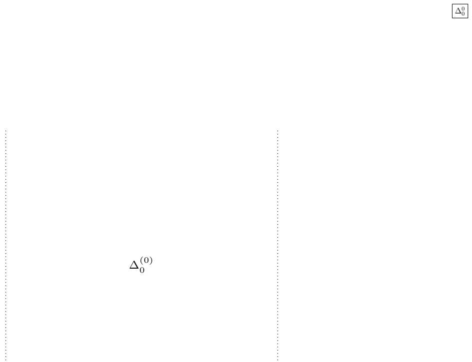
Trapezoidal Map

19 ноября 2014 г.

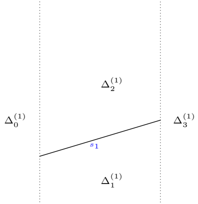
Trapezoidal Map Example

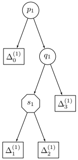


Search Structure at start

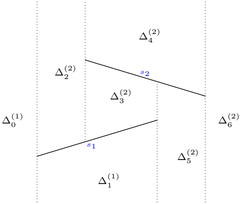


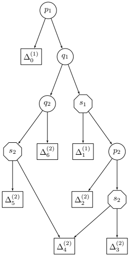
Search Structure after s_1 insertion



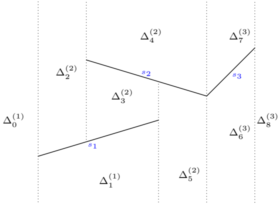


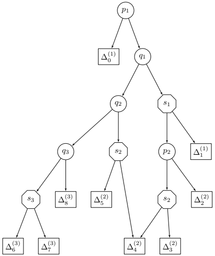
Search Structure after s_2 insertion



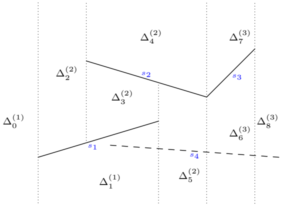


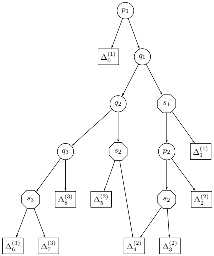
Search Structure after s_3 insertion



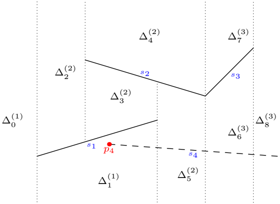


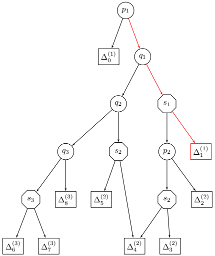
Search Structure before s_4 insertion



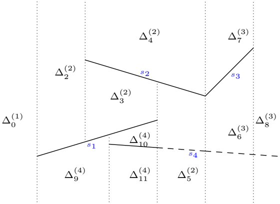


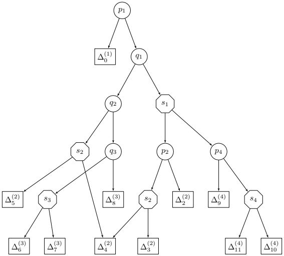
p_4 localization



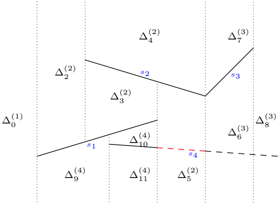


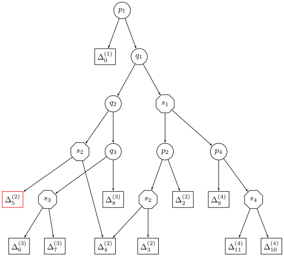
s_4 insertion, part 1



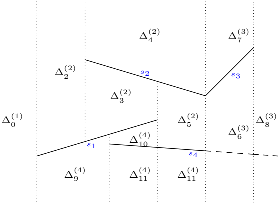


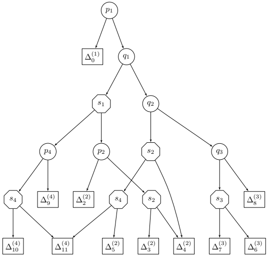
s_4 insertion, part 2.1



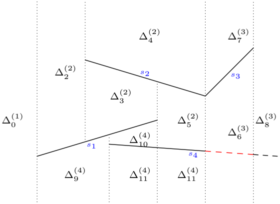


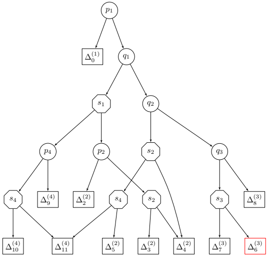
s_4 insertion, part 2.2



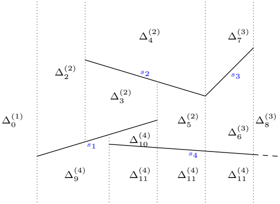


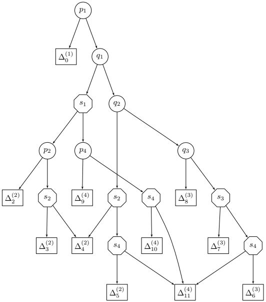
s_4 insertion, part 3.1



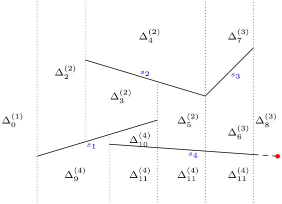


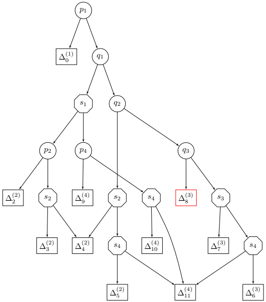
s_4 insertion, part 3.2



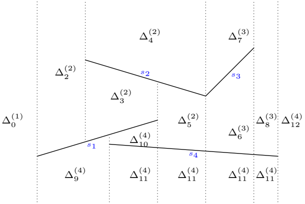


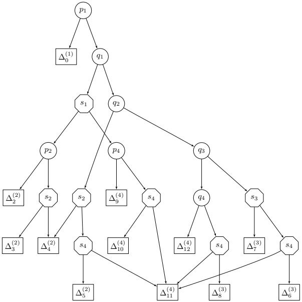
s_4 insertion, part 4.1



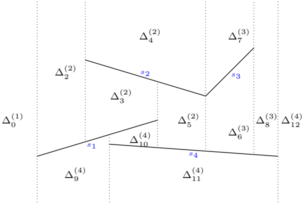


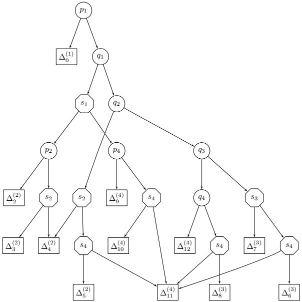
s_4 insertion, part 4.2





TM after s_4 insertion





Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

- время построения (BT)

Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

- время построения (BT)
- занимаемое место (S)

Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

- время построения (BT)
- занимаемое место (S)
- *время запроса*

Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

- время построения (BT)
- занимаемое место (S)
- *время запроса*

$$BT = \sum_{i=1}^{n} [LocT(p_i) + O(InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i))]$$

Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

- время построения (BT)
- занимаемое место (S)
- *время запроса*

$$BT = \sum_{i=1}^{n} [LocT(p_i) + O(InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i))]$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} O(InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i))$$

Оценки для поисковой структуры

Что нужно оценивать?

- время построения (BT)
- занимаемое место (S)
- *время запроса*

$$BT = \sum_{i=1}^{n} [LocT(p_i) + O(InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i))]$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} O(InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i))$$

Что будет доказано?

- $E[LocT(p)] = O(\log(n))$, для **фиксированной** точки p
- $E[InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i)] = O(1)$

математическое ожидание берется по всем перестановкам множества отрезков $S = \{s_i\}_{i=1}^{n}$

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.
- $E[LocT(p)] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \leq \sum_{i=1}^{n} 3 * Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)]$

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.
- $E[LocT(p)] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \leq \sum_{i=1}^{n} 3 * Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)]$
- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)] =$
  $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$]$

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.
- $E[LocT(p)] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \leq \sum_{i=1}^{n} 3 * Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)]$
- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)] =$ $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$]$
- $\mathfrak{T}_i$ зависит только от множества S_i, но не от порядка элементов в нем

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.
- $E[LocT(p)] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \leq \sum_{i=1}^{n} 3 * Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)]$
- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)] =$
  $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$]$
- $\mathfrak{T}_i$ зависит только от множества S_i, но не от порядка элементов в нем

Замечание

С подобной ситуацией мы уже сталкивались в алгоритме поиска MinDisk'a и пользовались магией backwards analysis

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.
- $E[LocT(p)] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \leq \sum_{i=1}^{n} 3 * Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)]$
- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)] =$ $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$]$
- $\mathfrak{T}_i$ зависит только от множества S_i, но не от порядка элементов в нем

Замечание

С подобной ситуацией мы уже сталкивались в алгоритме поиска MinDisk'а и пользовались магией backwards analysis

- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$] =$ $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ исчезнет при удалении одного отрезка$] =$ $\frac{\text{число отрезков ``держащих'' } \Delta_p(\mathfrak{T}_i)}{i} = O(\frac{1}{i})$

Ожидаемая длина пути в поисковой структуре

- $LocT(p) = [\text{length of path to } p] = \sum_{i=1}^{n} X_i$, где X_i — увеличение длины пути при добавлении s_i.
- $E[LocT(p)] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \leq \sum_{i=1}^{n} 3 * Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)]$
- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_{i-1}) \neq \Delta_p(\mathfrak{T}_i)] =$ $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$]$
- $\mathfrak{T}_i$ зависит только от множества S_i, но не от порядка элементов в нем

Замечание

С подобной ситуацией мы уже сталкивались в алгоритме поиска MinDisk'a и пользовались магией backwards analysis

- $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ появился на i-й (т.е. последней) итерации$] =$ $Pr[\Delta_p(\mathfrak{T}_i)$ исчезнет при удалении одного отрезка$] =$ $\frac{\text{число отрезков ``держащих'' } \Delta_p(\mathfrak{T}_i)}{i} = O(\frac{1}{i})$
- $LocT(p) = \sum_{i=1}^{n} O(\frac{1}{i}) = O(\log n)$

Ожидаемое число добавленных трапецоидов

$$E[InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i)] =$$

Ожидаемое число добавленных трапецоидов

$$E[InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i)] =$$

Замечание

ничтоже сумняшеся убираем зависимость от s_i

$$= O(E(|\mathfrak{T}_i| - |\mathfrak{T}_{i-1}|)) =$$

Ожидаемое число добавленных трапецоидов

$$E[InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i)] =$$

Замечание

ничтоже сумняшеся убираем зависимость от s_i

$$= O(E(|\mathfrak{T}_i| - |\mathfrak{T}_{i-1}|)) =$$

$$= O(\sum_{\Delta(\mathfrak{T}_i)} Pr[\Delta \text{ появился на } i\text{-й итерации}]) =$$

Ожидаемое число добавленных трапецоидов

$$E[InterTrNum(\mathfrak{T}_{i-1}, s_i)] =$$

Замечание

ничтоже сумняшеся убираем зависимость от s_i

$$= O(E(|\mathfrak{T}_i| - |\mathfrak{T}_{i-1}|)) =$$

$$= O(\sum_{\Delta(\mathfrak{T}_i)} Pr[\Delta \text{ появился на } i\text{-й итерации}]) =$$

$$= O(i * \frac{1}{i}) = O(1)$$