

# Set Theory Notes

Andrey França

February 17, 2017

## Contents

|          |                                   |          |
|----------|-----------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Noções de Lógica</b>           | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>Axioms of Zermelo-Fraenkel</b> | <b>2</b> |

# 1 Noções de Lógica

**Definição 1.1.** *Chama-se proposição ou sentença toda oração declarativa que pode ser classificada de verdadeira ou falsa.*

Observamos que toda proposição apresenta três características obrigatórias:

- 1) sendo oração, tem sujeito e predicado;
- 2) é declarativa (não é exclamativa nem interrogativa)
- 3) tem um e somente um, dos dois valores lógicos: ou é verdadeira(V) ou é falsa(T).

**Exemplo.** *São proposições:*

- a)  $9 \neq 5$
- b)  $7 \dot{=} 3$
- c)  $2 \in \mathbb{Z}$
- d)  $3 - 11$
- e)  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

# 2 Axioms of Zermelo-Fraenkel

**Axiom 1 (Axiom of Extensionality).** *If  $X$  and  $Y$  have the same elements, then  $X = Y$ .*

**Axiom 2 (Axiom of Pairing).** *For any  $a$  and  $b$  there exists a set  $a, b$  that contains exactly  $a$  and  $b$*

**Axiom 3 (Axiom Schema of Separation).** *if  $P$  is a property (with parameter  $p$ ), then for any  $X$  and  $p$  there exists a set  $Y = \{u \in : P(u,p)\}$  that contains all those  $u \in X$  that have property  $P$ .*

**Axiom 4 (Axiom of Union).** *For any  $X$  there exists a set  $Y = \cup X$ , the union of all elements of  $X$ .*

**Axiom 5 (Axiom of Power Set).** *For any  $X$  there exists a set  $Y = P(X)$ , the set of all subsets of  $X$ .*

**Axiom 6 (Axiom of Infinity).** *There exists an infinite set.*

**Axiom 7 (Axiom Schema of Replacement).** *If a class  $F$  is a function, the for any  $X$  there exists a set  $Y = F(X) = \{F(x) : x \in X\}$*