МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВО «КубГУ»)**

**Факультет компьютерных технологий и прикладной математики Кафедра прикладной математики**

**ОТЧЕТ**

**по дисциплине**

**«Методы оптимизации»**

Работу выполнил \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А. В. Истомин

Работу принял преподаватель Е. С. Троценко

Краснодар

2024

1. **Постановка задачи**

Пусть дана функция *f*(*x*), ограниченная снизу на множестве Rn и имеющая непрерывные частные производные во всех его точках. Требуется найти локальный минимум функции *f*(*x*) на множестве допустимых решений X = Rn, т.е. найти такую точку x0 ϵ Rn , что.

Дана функция , требуется найти ее минимум методом наискорейшего градиентного спуска, ,, М=50, .

1. **Стратегия поиска**

Стратегия решения задачи состоит в построении последовательности точек {}, k = 0,1, …, таких что *f (*) <  *f* (). Точки последовательности {} вычисляются по правилу *x*k+1 = *x*k**–**∇*f*(*x*k), где точка  задается исследователем; величина шага t*k*определяется для каждого значения *k* из условия

Решение может осуществляться с использованием необходимого условия минимума  с последующей проверкой достаточного условия минимума . Такой путь может быть использован либо при достаточно простой минимизируемой функции , либо при предварительной аппроксимации достаточно сложной функции полиномом P(), как правило, второй или третьей степени, и тогда условие  замещается условием , а условие – условием .

Другой путь решения задачи связан с использованием численных методов, когда ищется. Границы интервала [*a*, *b*] задаются пользователем. При этом степень близости найденного значения t*k* к оптимальному значению, удовлетворяющему условиям , зависит от задания интервала [*a*, *b*] и точности методов одномерной оптимизации.

Построение последовательности {}, *k* = 0,1,…, заканчивается в точке , для которой , где - заданное число; или если k ≥ M, где М – предельное число итераций; или при двукратном одновременном выполнении неравенств  , , где - малое положительное число. Вопрос о том, может ли точка  рассматриваться как найденное приближение искомой точки локального минимума , решается путем дополнительного исследования.

1. **Алгоритм**

***Шаг*1**. Задать , ,, , предельное число итераций М. Найти градиент функции в произвольной точке .

***Шаг* 2**. Положить k = 0.

***Шаг* 3**. Вычислить **.**

***Шаг* 4**. Проверить выполнение критерия окончания :

а) если критерий выполнен, то ;

б) если критерий не выполнен, то перейти к шагу 5.

***Шаг* 5**. Проверить выполнение неравенства k ≥ M:

а) если неравенство выполнено, то ;

б) если нет, то перейти к шагу 6.

***Шаг* 6**. Вычислить величину шага  из условия

***Шаг* 7**. Вычислить

***Шаг* 8**. Проверить выполнение условий  , :

а) если оба условия выполнены при текущем значении k и k = k-1, то расчет окончен, ;

б) если хотя бы одно из условий не выполнено, то положить k = k+1 и перейти к шагу 3.

1. **Код программы**

Выполнен на языке программирования С++

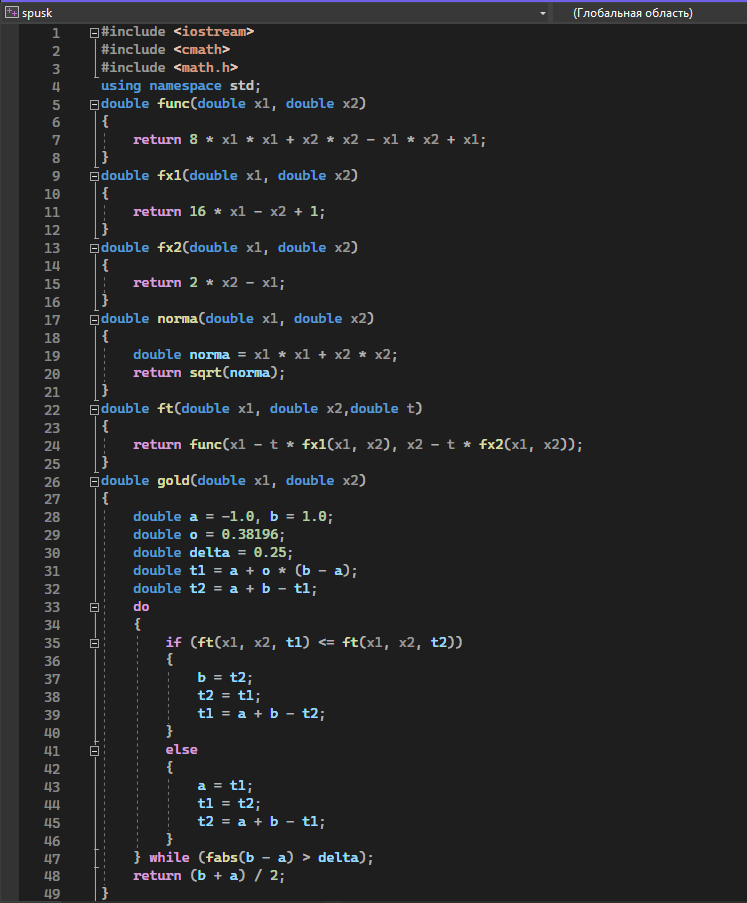


Рисунок 1 **–** Код программы

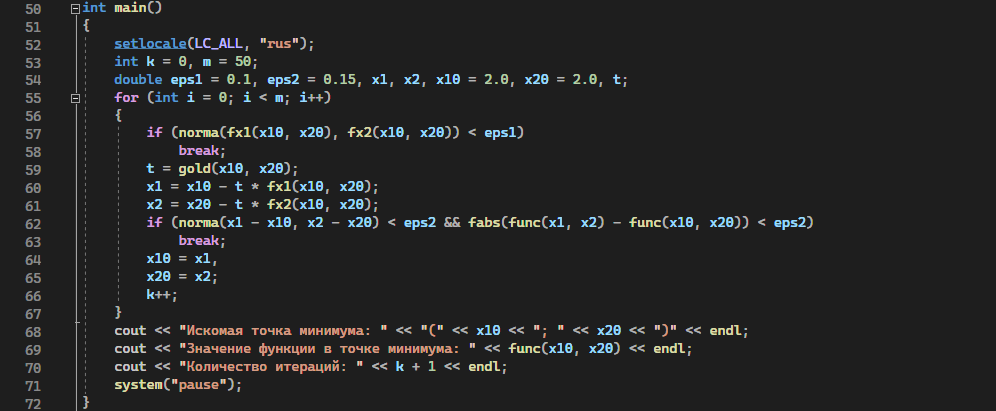


Рисунок 2 – Код программы

1. **Сходимость**

При произвольной точке x0 ϵ Rn для метода наискорейшего градиентного спуска имеем  при k. Метод наискорейшего спуска гарантирует сходимости к точке минимума для сильно выпуклых функций. Оценки скорости сходимости получены только для сильно выпуклых функций, когда последовательность сходится к точке минимума функции f(x) со скоростью геометрической прогрессии:

,

где

M – оценка наибольшего собственного значения матрицы Гессе,

m – оценка наименьшего собственного значения матрицы Гессе.

В данном случае:

1. **Вывод**

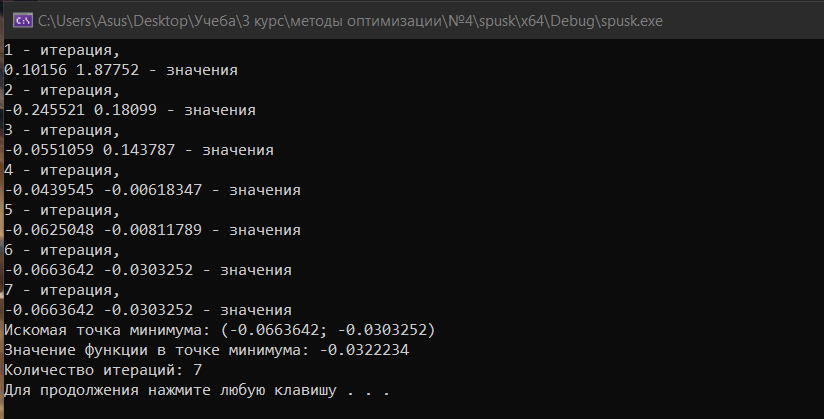


Рисунок 3 **–** Результат работы программы

Был изучен метод наискорейшего градиентного спуска. Для нахождения шага был использован метод золотого сечения. Для более точного поиска значения функции в точке минимума были понижены на один порядок значения ,.

В ходе работы была написана программа на языке программирования С++, которая реализует решение задачи нахождения минимума функции методом наискорейшего градиентного спуска. Найдена точка минимума= (-0,0663642; -0,0303252) для функции при ,, М=50, за определенное количество итераций (7). Значение функции в найденной точки минимума равно -0,0322234. Метод наискорейшего градиентного спуска является точным и эффективным методом оптимизации.