МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВО «КубГУ»)**

**Факультет компьютерных технологий и прикладной математики Кафедра прикладной математики**

**ОТЧЕТ**

**по дисциплине**

**«Методы оптимизации»**

Работу выполнил \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А. В. Истомин

Работу принял преподаватель Е. С. Троценко

Краснодар

2024

1. **Постановка задачи**

Пусть дана функция *f*(*x*), ограниченная снизу на множестве Rn и имеющая непрерывные частные производные во всех его точках.

Требуется найти локальный минимум функции  *f*(*x*) на множестве допустимых решений X = Rn, т.е. найти такую точку x\* ϵ Rn , что, .

Дана функция *f*(*x*) = , требуется найти ее минимум методом Ньютона-Рафсона, ,, М=50, .

1. **Стратегия поиска**

Стратегия метода Ньютона-Рафсона состоит в построении последовательности точек, k = 0,1,…, таких, что k = 0,1,… . Точки последовательности, вычисляются по правилу

где точка задается пользователем, а величина шага определяется из условия

Задача может решаться либо аналитически с использованием необходимого условия минимума с последующей проверкой достаточного условия минимума , либо численно как задача

Где интервал [a,b] задается пользователем.

Если функция достаточно сложна, то возможна ее замена полиномом второй или третьей степени и тогда шаг может быть определен из условия при выполнении условия

При численном решении задачи определения величины шага степень близости найденного значения к оптимальному значению , удовлетворяющему условиям , , зависит от задания интервала [a,b] и точности методов одномерной минимизации.

Построение последовательности , k = 0,1,…, заканчивается в точке

, для которой , где - заданное число, или, если , M-

предельное число итераций, или при двукратном одновременном выполнении неравенств , , где - малое положительное число. Вопрос о том, может ли точка рассматриваться как найденное приближение искомой точки локального минимума , решается путем дополнительного исследования.

1. **Алгоритм**

**Шаг 1.** Задать , > 0, > 0, предельное число итераций М. Найти градиент функции в произвольной точке и матрицу Гессе

**Шаг 2.** Положить k = 0.

**Шаг 3.** Вычислить .

**Шаг 4.** Проверить выполнение критерия окончания :

a) если критерий выполнен, то = ;

б) если критерий не выполнен, то перейти к шагу 5.

**Шаг 5.** Проверить выполнение неравенства k М:

a) если неравенство выполнено, то = ;

б) если нет, то перейти к шагу 6.

**Шаг 6**. Вычислить матрицу

**Шаг 7.** Вычислить матрицу

**Шаг 8.** Проверить выполнение условий

a) если условие выполняется, то найти ;

б) если нет, то положить .

**Шаг 9.** Определить .

**Шаг 10.** Найти шаг из условия

**Шаг 11.** Вычислить

**Шаг 12.** Проверить выполнение условий

, :

a) если оба условия выполнены при текущем значении k и k = k - 1, то расчет окончен, = ;

б) если хотя бы одно из условий не выполнено, то положить k=k+1, перейти к шагу 3.

1. **Код программы**

Выполнен на языке программирования С++

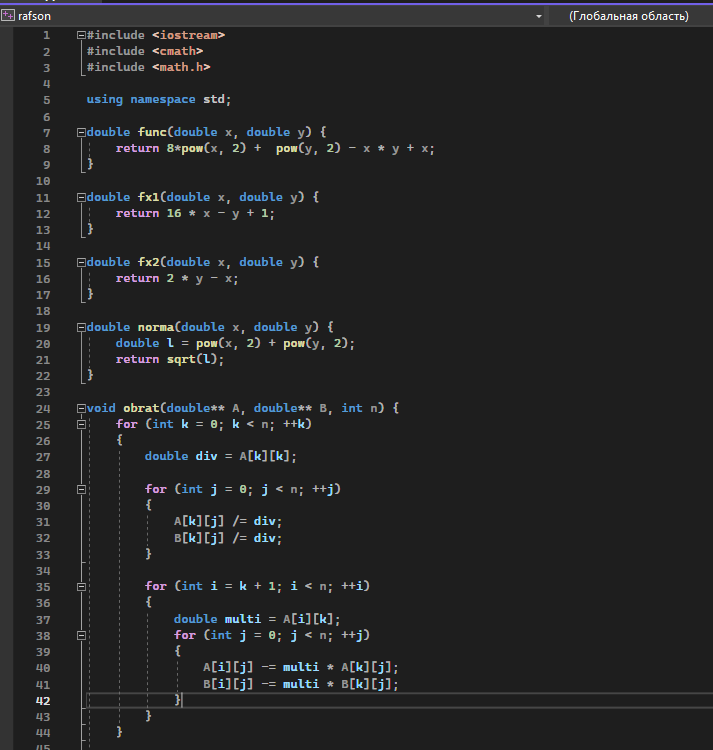


Рисунок 1 – Код программы

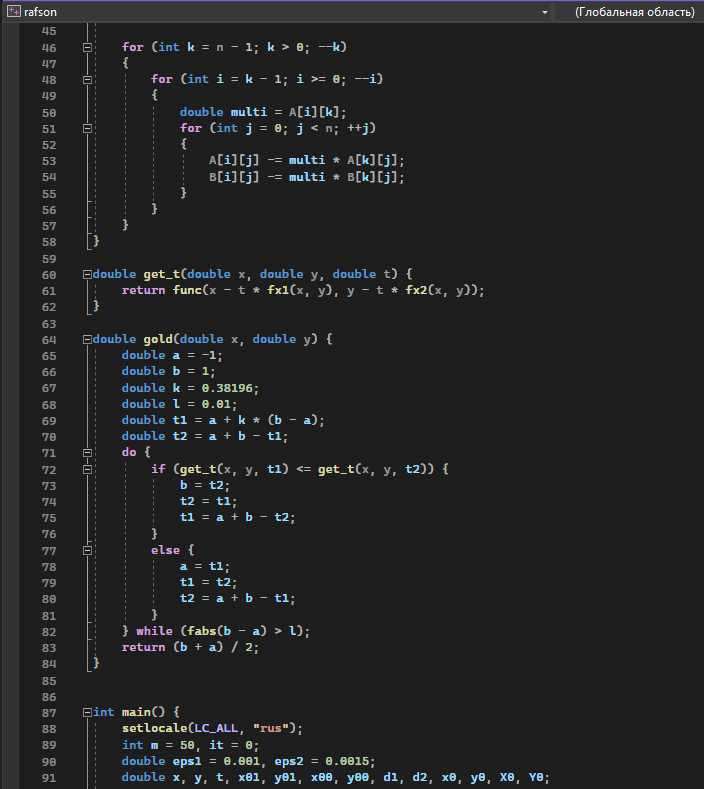


Рисунок 2 – Код программы

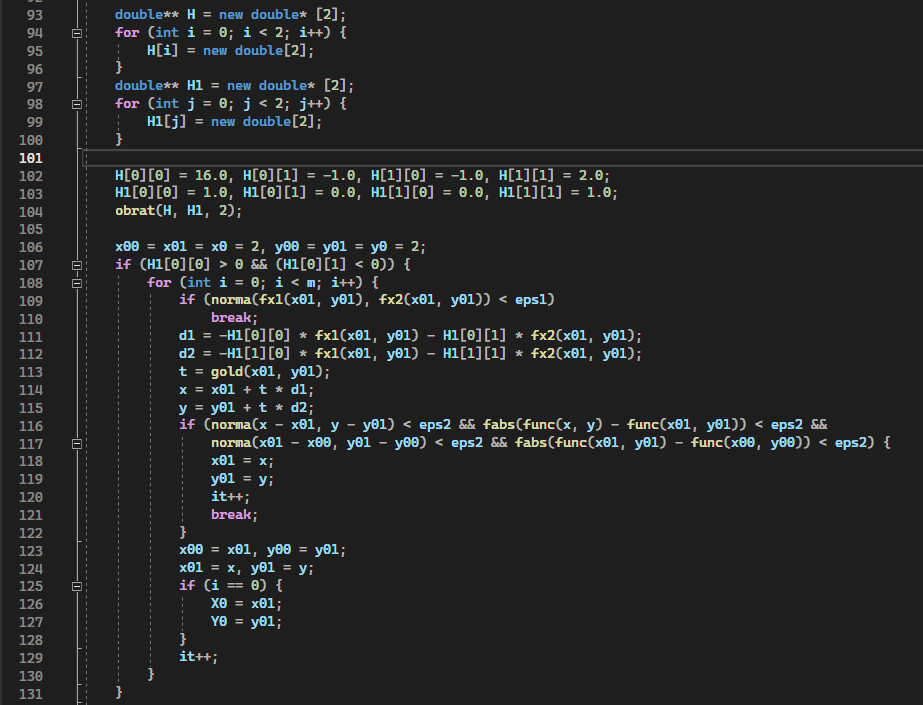


Рисунок 3 – Код программы

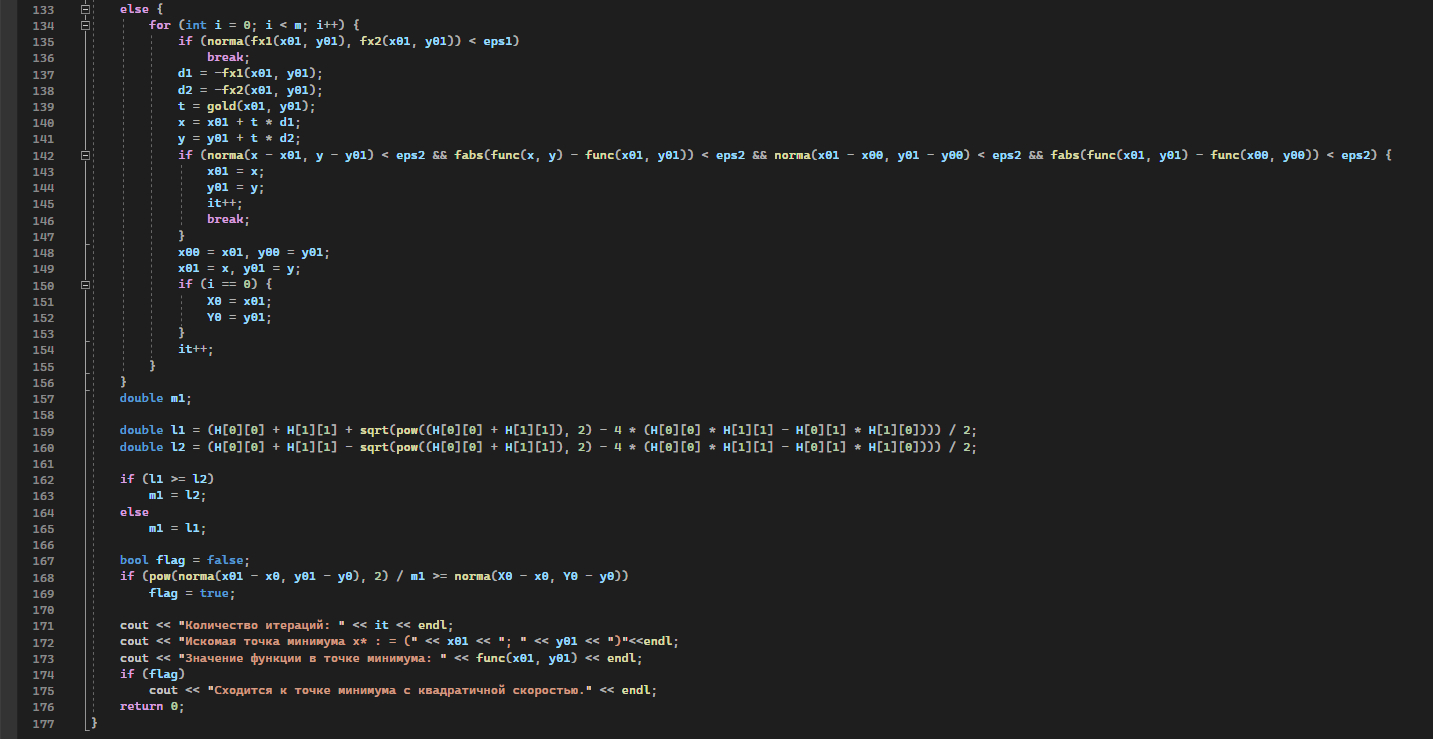


Рисунок 4 – Код программы

1. **Сходимость**

Пусть дважды непрерывно дифференцируема сильно выпуклая функция с константой на и удовлетворяет условию

Тогда последовательность сходится независимо от выбора начальной точки к точке минимума с квадратичной скоростью

,

где m – оценка наименьшего собственного значения матрицы Гёссе, равная 1,93; L=1.

1. **Вывод**

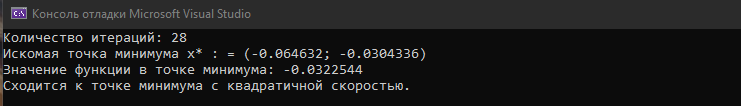


Рисунок 5 **–** Результат работы программы

Был изучен метод Ньютона-Рафсона для поиска локального минимума для функции при ,, М=50, . В ходе работы была написана программа на языке программирования С++, которая реализует решение задачи на нахождение минимума функции методом Ньютона-Рафсона.

Найдена точка минимумаза определенное количество итераций (28). Значение функции в найденной точки минимума равно -0,0322544. Метод Ньютона-Рафсона находит точку минимума и значение функции в ней гораздо дольше, чем метод Ньютона и метод Флетчера-Ривса, из-за процесса вычисления переменной t. Количество итераций увеличилось из-за понижения и на два порядка.