Решить краевую задачу ОДУ сеточным методом. Использовать метод прогонки.

а) Написать расчетную схему дифференциальной задачи, используя ***параметрический стиль программирования***. Это значит, что параметры $\boldsymbol{a}$ (левый конец отрезка), $\boldsymbol{b}$ (правый конец отрезка), $\boldsymbol{n}$ (размер сетки: $\boldsymbol{h = (b-a)/n}$), константы краевых условий λ_a, μ_a, ψ_a, λ_b, μ_b, ψ_b задавать как **глобальные константы** с помощью оператора **#define**. Функции ***p(x)***, ***q(x)*** и ***g(x)*** оформить как **внешние процедуры** по отношению к функции **main{}**. В программе НЕ использовать двумерные массивы, применять только ОДНОМЕРНЫЕ массивы прогоночных коэффициентов и сеточных функций-решений.

б) Записать краевое условие, которое содержит производную ***u'***(x), со вторым порядком аппроксимации двумя способами: **схема 1** – метод несимметричной производной, **схема 2** – метод фиктивного узла.

в) Найти два вектора решений: $\{u_i\}$ - решение для схемы 1, $\{v_i\}$ - решение для схемы 2.

г) Проверить гипотезу, что $\|\vec{u}-\vec{v}\| = O(h^2)$. Для этого найти сеточные функции для двух различных сеток $n_{\mathrm{II}} = 2n_{\mathrm{I}}$ и вычислить отношения двух норм $\|\vec{u}(n_{\mathrm{I}})-\vec{v}(n_{\mathrm{I}})\| / \|\vec{u}(n_{\mathrm{II}})-\vec{v}(n_{\mathrm{II}})\|$. Результаты внести в таблицу:

$n_{\mathrm{I}}/n_{\mathrm{II}}$	25/50	50/100	100/200	200/500	500/10^3	$10^3/2\cdot10^3$	$2\cdot10^3/4\cdot10^3$	$4\cdot10^3/8\cdot10^3$
$\|\bullet\|_\infty$								
$\|\bullet\|_1$								
$\|\bullet\|_2$								

д) Для n=$2\cdot10^3$ построить график сеточной функции $\{x_i, u_i\}$ (в любом удобном Вам графопостроителе).

---

1. $u''(x)-(\sqrt{x}+1)u'(x)-u(x)=\dfrac{2}{(x+1)^3}, \quad 0<x<1, \quad u(0)=1, \quad u'(1)=0.$

2. $u''(x)+\sqrt{\dfrac{1}{x}}u'(x)-2u(x)=x^2, \quad 0.33<x<1, \quad u'(0.33)=-0.5, \quad u(1)=-1.$

3. $u''(x)+\dfrac{2}{x^3-2}u'(x)+(x-2)u(x)=1, \quad 0<x<1, \quad u(0)=-0.5, \quad u'(1)=-1.$

4. $u''(x)+2u'(x)-\dfrac{4}{x}u(x)=1, \quad 0.4<x<1, \quad u(0.4)=1.5, \quad u(1)+u'(1)=4.$

5. $u''(x)+\dfrac{4x}{x^2+1}u'(x)-\dfrac{1}{x^2+1}u(x)=-\dfrac{3}{(x^2+1)^2}, \quad 0<x<1, \quad u'(0)=0, \quad u(1)=0.5.$

6. $u''(x)-\dfrac{2}{x}u'(x)-\dfrac{4}{x^2+2}u(x)=8, \quad 0.3<x<1, \quad u(0.3)=0.5, \quad u(1)+u'(1)=1.$

7. $u''(x)+(x+1)u'(x)-u(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}, \quad 0<x<1, \quad u'(0)=1, \quad u(1)=1.38294.$

8. $u''(x)+xu'(x)-\sqrt{x}u(x)=-3e^{-x}, \quad 0<x<1, \quad u(0)=0, \quad u(1)+2u'(1)=0.$

9. $u''(x)+u'(x)-\dfrac{1}{x}u(x)=\dfrac{x+1}{x}, \quad 0{,}5<x<1, \quad u(0.5)=-\dfrac{1}{2\ln 2}, \quad u'(1)=0.$

10. $u''(x)+2xu'(x)-\sin x\cdot u(x)=2\left(x^2+1\right)\cos(\pi x), \quad 0<x<0.5, \quad u'(0)=0, \quad u(0.5)=0.5\sin 0.5.$

11. $u''(x)+\dfrac{3}{2(x+1)}u'(x)-x^4\cdot u(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}, \quad 0<x<1, \quad 3u(0)-u'(0)=1, \quad u(1)=\sqrt{2}.$

12. $u''(x)-\dfrac{1}{x}u'(x)+e^x u(x)=-\dfrac{2}{x^2}, \quad 0.25<x<1, \quad u'(0.25)=-2, \quad u(1)=0.$

13. $u''(x)-\dfrac{1}{2(x+1)}u'(x)-\sqrt{x+1}\cdot u(x)=-\dfrac{2}{3}\cdot\left(x+1\right)^2, \quad 0<x<1, \quad u(0)=1, \quad 3\cdot u(1)+2\cdot u'(1)=3\cdot 2^{3/2}.$

14. $u''(x)+\dfrac{1}{x}u'(x)-\cos x\cdot u(x)=\dfrac{1}{x}, \quad 0.1<x<1, \quad u'(0.1)=3, \quad u(1)=1.$

15. $u''(x) - \sin x \cdot u' + \dfrac{2}{(x+1)^2} y(x) = \dfrac{9}{2(x+1)^{3/2}}, \quad 0 < x < 1, \quad u(0) - 2u'(0) = 0, \quad u(1) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

16. $u''(x) + u' - \dfrac{6x}{2x^2+1} u(x) = 6x + \dfrac{1}{2}, \quad 0.5 < x < 1, \quad u(0.5) = 1.25, \quad u(1) + u'(1) = 5.$

17. $u''(x) - (x^2+1)u'(x) - 2x \cdot u(x) = \dfrac{2(3x^2-1)}{(x^2+1)^3}, \quad 0 < x < 1, \quad u(0) - 2u'(0) = 1, \quad u(1) = 0.5.$

18. $u''(x) + (x^2+1)u'(x) - u(x) = \sin(\pi x), \quad 0 < x < 1, \quad u'(0) = 1, \quad u(1) = 1.$

19. $u''(x) - \dfrac{1}{x}u'(x) + 2u(x) = \cos^2(\pi x), \quad 0.5 < x < 1, \quad u(0.5) = 0, \quad u'(1) + u(1) = -1.$

20. $u''(x) - \dfrac{2}{x^2-2}u'(x) + (x+2)u(x) = x^2, \quad 0 < x < 1, \quad u'(0) = 0, \quad u(1) = 1.$

21. $u''(x) - 2u'(x) + \dfrac{1}{x^2}u(x) = \dfrac{1}{1+x^2}, \quad 0.3 < x < 1, \quad u(0.3) = 1.5, \quad u(1) + u'(1) = 3.$

22. $u''(x) - \dfrac{2x}{x^3+1}u'(x) + \dfrac{1}{x^2+1}u(x) = -\sin\dfrac{\pi x}{2}, \quad 0 < x < 1, \quad u'(0) = 0, \quad u(1) = 0.5.$

23. $u''(x) - \sqrt{\dfrac{2}{x}}u'(x) + \dfrac{4}{x^2+2}u(x) = \dfrac{2}{x^3-7}, \quad 0.2 < x < 1, \quad u(0.2) + u'(0.2) = 1, \quad u(1) = 0.5.$

24. $y''(x) + (x+1)y'(x) - y(x) = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}, \quad 0 < x < 1, \quad y'(0) = 1, \quad y(1) = 1.38294.$

25. $y''(x) - x^3 y'(x) - 2y(x) = -3e^{-x}, \quad 0 < x < 1, \quad y(0) = 0, \quad y(1) + 2y'(1) = 0.$

26. $y''(x) + y'(x) - \dfrac{1}{x}y(x) = \dfrac{x+1}{x}, \quad 0,5 < x < 1, \quad y(0,5) = -\dfrac{1}{2\ln 2}, \quad y'(1) = 0.$

27. $y''(x) + 2xy'(x) - y(x) = 2\left(x^2+1\right)\cos x, \quad 0 < x < 0.5, \quad y'(0) = 0, \quad y(0.5) = 0.5\sin 0.5.$

28. $y''(x) + \dfrac{3}{2(x+1)}y'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x+1}}, \quad 0 < x < 1, \quad 3y(0) - y'(0) = 1, \quad y(1) = \sqrt{2}.$

29. $y''(x) - \dfrac{1}{x}y'(x) = -\dfrac{2}{x^2}, \quad 0.5 < x < 1, \quad y'(0.5) = -2, \quad y(1) = 0.$

30. $y''(x) - \dfrac{1}{2(x+1)}y'(x) - \sqrt{x+1} \cdot y(x) = -\dfrac{2}{3} \cdot \left(x+1\right)^2, \quad 0 < x < 1, \quad y(0) = 1, \quad 3 \cdot y(1) + 2 \cdot y'(1) = 3 \cdot 2^{3/2}.$

31. $y''(x) + \dfrac{1}{x}y'(x) = \dfrac{1}{x}, \quad 0.5 < x < 1, \quad y'(0.5) = 3, \quad y(1) = 1.$

32. $y''(x) - \dfrac{2}{(x+1)^2}y(x) = \dfrac{9}{2(x+1)^{3/2}}, \quad 0 < x < 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

33. $y''(x) + y' - \dfrac{6x}{2x^2+1}y(x) = 6x + \dfrac{1}{2}, \quad 0.5 < x < 1, \quad y(0.5) = 1.25, \quad y(1) + y'(1) = 5.$

34. $y''(x) - (x^2+1)y'(x) - 2x \cdot y(x) = \dfrac{2(3x^2-1)}{(x^2+1)^3}, \quad 0 < x < 1, \quad y(0) - 2y'(0) = 1, \quad y(1) = 0.5.$