



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ: «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА: «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Летучка
«Решение системы линейных уравнений методом
Холецкого»
по курсу
«Численные методы линейной алгебры»

Выполнил:
студент группы ИУ9-72Б
Караник А.А.

Проверено:
Посевин Д.П.

Москва, 2024

Цель работы

Изучить и реализовать метод Холецкого для решения симметричных положительно определённых матриц. Разработать функции для выполнения разложения матрицы на нижнетреугольную и её транспонированную матрицы, и использовать это разложение для нахождения решения системы линейных уравнений.

Реализация

Исходный код программы:

```
function cholesky_decomposition(A)
    n = size(A, 1)
    L = zeros(Float64, n, n)

    if A != A'
        throw(ArgumentError("Matrix must be symmetric"))
    end

    for i in 1:n
        for j in 1:i
            if i == j
                L[i, j] = sqrt(A[i, i] - (i > 1 ? sum(L[i, k]^2 for k in 1:(i-1)) : 0.0))
            else
                L[i, j] = (A[i, j] - (j > 1 ? sum(L[i, k] * L[j, k] for k in 1:(j-1)) : 0.0)) / L[j, j]
            end
        end
    end
    return L
end

# L * y = b
function forward_substitution(L, b)
    n = size(L, 1)
    y = zeros(Float64, n)

    for i in 1:n
        y[i] = (b[i] - (i > 1 ? sum(L[i, k] * y[k] for k in 1:(i-1)) : 0.0)) / L[i, i]
    end

    return y
end

# L' * x = y
function backward_substitution(LT, y)
    n = size(LT, 1)
    x = zeros(Float64, n)

    for i in n:-1:1
        x[i] = (y[i] - (i < n ? sum(LT[i, k] * x[k] for k in (i+1):n) : 0.0)) / LT[i, i]
    end

    return x
end

function solve_by_cholesky(A, b)
    L = cholesky_decomposition(A)
    y = forward_substitution(L, b)
    x = backward_substitution(L', y)

    println("Матрица A:")
end
```

```

println(A)
println("Матрица L:")
println(L)
println("Матрица L':")
println(L')

return x
end

A = [25.0 15.0 -5.0;
      15.0 18.0  0.0;
      -5.0  0.0 11.0]

b = [30.0, 18.0, 9.0]

x = solve_by_cholesky(A, b)
println("Решение системы x:")
println(x)
println("Проверка A * x = b:")
println(A * x)

```

Результаты

```

Матрица A:
[25.0 15.0 -5.0; 15.0 18.0 0.0; -5.0 0.0 11.0]
Матрица L:
[5.0 0.0 0.0; 3.0 3.0 0.0; -1.0 1.0 3.0]
Матрица L':
[5.0 3.0 -1.0; 0.0 3.0 1.0; 0.0 0.0 3.0]
Решение системы x:
[1.8666666666666667, -0.5555555555555556, 1.6666666666666667]
Проверка A * x = b:
[29.999999999999993, 18.0, 9.000000000000002]

```

Рис. 1: результаты

Вывод

В ходе выполнения работы был успешно реализован Метод Холецкого и применён для решения системы линейных уравнений. Метод показал себя эффективным и точным для решения задач, где матрица имеет необходимые свойства симметричности и положительной определённости.