Горшков Сергей
Вариант №13

$$xy' = y - x\exp\frac{y}{x} \quad \Big| : x \neq 0$$

$$y' = \frac{y}{x} - \exp\frac{y}{x}$$

$$F(x,y) = \frac{y}{x} - \exp\frac{y}{x}$$

$$F(tx,ty) = \frac{ty}{tx} - \exp\frac{ty}{tx}$$

$$= \frac{y}{x} - \exp\frac{y}{x} = F(x,y)$$

- однородная функция

$$y = zx$$

$$y' = z'x + z$$

$$z'x + z = \frac{zx}{x} - \exp\frac{zx}{x}$$

$$z'x + \cancel{z} = \cancel{z} - \exp z$$

$$\frac{dz}{dx}x = -\exp z$$

$$\frac{dz}{\exp z} = -\frac{dx}{x}$$

$$\int e^{-z}dz = -\int\frac{dx}{x}$$

$$-e^{-z}+C = -\ln|x|$$

$$z = \frac{y}{x}$$

$$-e^{-\frac{y}{x}}+C = -\ln|x|$$

или $$\ln|x| - e^{-\frac{y}{x}} + C = 0$$

Потерянные решения -?

$x=0$ можем не рассматривать, т.к. уже в условии есть деление на x

Также мы делили на $\exp z$, но $e^z \neq 0$ $\forall z \in \mathbb{R}$. Поэтому потерянных решений нет.

Ответ: $\ln|x| - e^{-\frac{y}{x}} + C = 0$