$$\int \frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^m}\,dx = \frac{M'x+N'}{(x^2+px+q)^{m-1}} + \alpha \int \frac{dx}{(x^2+px+q)^{m-1}},$$

T_2.png

Замечание. Разложение на простые дроби ведет свое происхождение от Лейбница. Он легко справляется с линейными множителями в знаменателе, даже отвечающими кратным корням. В случае мнимых корней Лейбниц сопоставляет каждый такой корень с сопряженным ему и из двух мнимых линейных выражений получает вещественное квадратичное выражение. Однако это не всегда ему удается: так, разложение

$$x^4 + a^4 = (x^2 + \sqrt{2}\,ax + a^2)(x^2 - \sqrt{2}\,ax + a^2)$$

Лейбниц получить не смог (его впоследствии указал Тейлор).

Определение числителей простых дробей по методу неопределенных коэффициентов принадлежит Иоганну Бернулли.

T_3.png

$$\int \frac{A}{(x-a)^k}\,dx = -\frac{A}{k-1}\,\frac{1}{(x-a)^{k-1}} + C.$$

T_1.png