Лабораторная работа №1
Лехович Андрей M3132.

Часть 1. Аналитический метод.

1.

$$x_n = \left(2 + \sin\frac{\pi n}{2}\right)\left(\frac{n+2}{n+1}\right);$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(2+(\pm 1))\cdot \infty}{\infty} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+2}{n+1}\right) = \lim_{n\to\infty} 1 + \frac{1}{n+1}^{\to 0} = 1$$

$\lim_{n\to\infty}\left(2+\sin\frac{\pi n}{2}\right)$ — не существует предела при $n\to\infty$

=> последовательность x_n - расходится

$\triangleright$ $\exists \lim_{n\to\infty} x_n = A$: $\forall\ \varepsilon = 4 \Rightarrow \exists n_0 = n_0 \in \mathbb{N}$:
$n > n_0 : |x_n - a| < \varepsilon$

$\exists n = 2k.$

$$|x_{2k} - a| < 4 \Rightarrow |2 - a| < 4$$

$\exists n = 2k+1$

$$|x_{2k+1} - a| < 4 \Rightarrow |1 - a| < 4$$

т.к полученные выр. не равны то x_n - расходится $\blacktriangleleft$

Выделим сходящуюся подпоследовательность

1) $n = \{35, 36, 37\}$ 2) $n = \{45, 46, 47\}$

$$\lim_{n\to 37}\left(2+\sin\frac{\pi n}{2}\right)\left(\frac{n+2}{n+1}\right) = 3 \qquad \lim_{n\to 47}\left(2+\sin\frac{\pi n}{2}\right)\left(\frac{n+2}{n+1}\right) = 1;$$

Также при смене чётности n можно выделить такие подпоследовательности, которые $\to$ к двойке, но никаких особых данных нам это не дает, поэтому показану на графике.

Найдём множество частичных пределов

$\exists k \in \mathbb{N}: x_{n_k} \to 3$ и $x_{n_k} \to 2$ и $x_{n_k} \to 1$

=> множество частичных пределов

состоит из $\{1,2,3\}$. Нижний предел $\underline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 1$

Верхний предел $\overline{\lim}_{n\to\infty} x_n = 3$.

2.

Супремумом x_n будет её верх. предел

$\sup x_n = 3$

Инфимумом x_n будет её нижний предел

$\inf x_n = 1$.

3. X_n имеет max и min

$\max X_n = 3$.

$\min X_n = 1$.

4. $\forall \varepsilon > 0 \ \exists n_0 \ \exists n \geq n_0, \exists p: |x_{n+p} - x_n| \geq \varepsilon$

$] \, n_0 = 35$

Часть 2. Численный метод

$\boxed{1.}$ Построил график с помощью xChart на java. Использовал шаблоны из примера. ~~Отметил~~ построил на графике x_n с помощью фии addPoints, саму посл. x_n описал в ф-ии function. Отметил горизонтальной линией $\sup x_n$, $\inf x_n$, $\overline{\lim} x_n$, $\underline{\lim} x_n$. Т. к. $\sup x_n = \overline{\lim} x_n$ и $\inf x_n = \underline{\lim} x_n$, то ~~отметил~~ соединил эти прямые, чтобы занимало меньше места. Назвал прямые соответственно „supand_topLim" и „inf_and_downLim".

$\boxed{2.}$ Выделил на графике сходящуюся подпоследовательность и назвал её „x_{1-n}" соединил её точки пунктиром с точкой

$\boxed{3.}$