

О тесте по ТФКП для экспериментального потока 01.11.11 и 03.11.11

Тест состоит из четырех вопросов; три имеют уровень сложности 5, один — 10 (вопросы будут помечены соответственно [●=5] и [●=10]).

Большая часть вопросов теста основана на заданиях без “бонусного” маркера или с маркером [■=5], собранных в разделе “Вопросы и задачи” на **tfcv-exp.narod.ru**. Примерный образец тестового задания см. на следующей странице.

В тесте использованы те же обозначения, что в книге А. Г. Свешникова и А. Н. Тихонова “Теория функций комплексной переменной” и/или на лекциях для экспериментального потока. В частности:

- для операции комплексного сопряжения используется черта над символом (\bar{z} и т.п.);
- тем не менее, расширенная (полная) комплексная плоскость обозначается через $\bar{\mathbb{C}}$;
- для обозначения границы множества используется символ ∂ (∂D и т.п.);
- частные производные обозначаются нижними индексами $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \equiv u_x \text{ и т.п.} \right)$;
- множество целых чисел обозначается через \mathbb{Z} ;
- через $\{z_n\}$ обозначается последовательность $\{z_n\}_{n=n_0}^{\infty}$;
- через $\text{Arg}(\dots)$ обозначается многозначная функция, а через $\arg(\dots)$ — однозначная.

1. [● = 5] Пусть $\rho > 0$, $\varphi \in \mathbb{R}$ и $z = \rho e^{i\varphi}$. Какое из выражений задает $\text{Arg} \left(\frac{1}{(iz)^n} \right)$ для любого $n \in \mathbb{N}$?

- ☐ $-n\varphi - \frac{\pi n}{2} - 2\pi k n, \quad k \in \mathbb{Z}$
- ☐ $-n\varphi - \frac{\pi n}{2} + 2\pi k n, \quad k \in \mathbb{Z}$
- ☐ $-n\varphi - \frac{\pi}{2} - 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
- ☐ $-\frac{\varphi}{n} - \frac{\pi}{2n} - \frac{2\pi k}{n}, \quad k \in 0, 1, \dots, n-1$
- ☐ ни одно из приведенных выражений

2. [● = 5] Пусть $f(z)$ — (однозначная) функция, заданная в \mathbb{C} . Рассмотрим два утверждения:

- (A) $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = w_0 \neq \infty$;
- (B) $\sup_{|z| > R} |f(z - w_0)| \rightarrow 0$ при $R \rightarrow \infty$.

Среди следующих высказываний укажите верное:

- ☐ (A) \Leftrightarrow (B)
- ☐ (A) \Rightarrow (B), но из (B) не следует (A)
- ☐ (B) \Rightarrow (A), но из (A) не следует (B)
- ☐ ни одно из остальных высказываний не верно

3. [● = 10] Пусть $f(z) := \sin(|z|)$. Выберите среди следующих утверждений верное:

- ☐ $f(z)$ — аналитическая в \mathbb{C}
- ☐ $f(z)$ — аналитическая в $\mathbb{C} \setminus \{0\}$
- ☐ $f(z)$ — аналитическая в некоторой окрестности точки $z_0 = 0$
- ☐ дифференцируема только в точке $z_0 = 0$
- ☐ $f(z)$ непрерывна в \mathbb{C} , но не дифференцируема ни в одной точке $z_0 \in \mathbb{C}$
- ☐ ни одно из остальных утверждений не верно

4. [● = 5] Пусть $G = \{z : |z| > 0\}$. Рассмотрим два утверждения:

- (A) Функция $f(z)$ аналитична в G ;
- (B) $f(z)$ непрерывна в G и $\int_C f(z) dz = 0$ для любого замкнутого контура $C \subset G$.

Среди следующих высказываний укажите верное:

- ☐ (A) \Leftrightarrow (B)
- ☐ (A) \Rightarrow (B), но из (B) не следует (A)
- ☐ (B) \Rightarrow (A), но из (A) не следует (B)
- ☐ ни одно из остальных высказываний не верно