



## ИНТЕРФЕРОМЕТР РЕЛЕЯ

### Лабораторная работа № 5.8

МОСКВА 2005

**Цель работы:** ознакомление с устройством и принципом действия интерферометра Релея и с его применением для измерения показателей преломления газов.

**В работе используются:** технический интерферометр ИТР-1, светофильтр, баллон с углекислым газом, сильфон, манометр, краны.

В интерферометре Релея используется дифракция Фраунгофера на двух щелях.

**Дифракция Фраунгофера на двух щелях.** Пусть на экран с двумя щелями нормально падает плоская монохроматическая волна. Рассмотрим дифракционную картину Фраунгофера за экраном. Рассчитаем интенсивность световых колебаний в волне, направление распространения которой составляет угол  $\varphi$  с нормалью к экрану (рис. 1). Применим для расчета принцип Гюйгенса–Френеля.

Элемент щели  $dx$  посылает в направлении  $\varphi$  волну с амплитудой, пропорциональной  $dx$ . Фаза волны, приходящей в точку наблюдения от элемента с координатой  $x$ , отстает от фазы волны, приходящей от элемента с  $x = 0$ , на величину  $kx \sin \varphi$  ( $k$  — волновое число). Колебание  $dE$  в точке наблюдения, вызванное элементом  $dx$ , может быть записано поэтому в виде

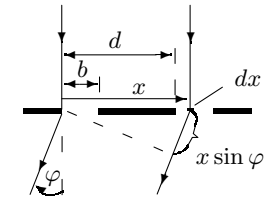


Рис. 1. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

$$dE = a \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx, \quad (1)$$

где  $a$  — некоторый коэффициент пропорциональности. Найдем результат  $E$  суммарного действия всех элементов обеих щелей. Для этого нужно проинтегрировать выражение (1) по значениям  $x$ , соответствующим открытым частям экрана. При этом будем считать, что угол  $\varphi$  достаточно мал ( $\sin \varphi \approx \varphi$ ) и что в правой щели искусственно создана дополнительная разность хода  $\Delta$ , одинаковая для всех ее элементов (это позволит описать смещение интерференционных полос, используемое для измерений в интерферометре Релея). Интегрируя (1), найдем

$$E = \int_0^b a \cos(\omega t - kx\varphi) dx + \int_d^{d+b} a \cos(\omega t - kx\varphi - k\Delta) dx. \quad (2)$$

Элементарные вычисления дают

$$E = 2ab \frac{\sin(kb\varphi/2)}{kb\varphi/2} \cos \frac{k\Delta + kd\varphi}{2} \cos \left( \omega t - \frac{k\Delta + k(d+b)\varphi}{2} \right). \quad (3)$$

Под  $E$  можно понимать электрическое поле в точке наблюдения.

Интенсивность световых колебаний  $I$  равна квадрату их амплитуды:

$$I = 2I_0 \left[ \frac{\sin(kb\varphi/2)}{kb\varphi/2} \right]^2 [1 + \cos(k\Delta + kd\varphi)]. \quad (4)$$

Здесь  $I_0 = a^2b^2$  — интенсивность света в центре дифракционной картины в том случае, когда открыта только одна из щелей.

Как видно из (4), зависимость  $I$  от  $\varphi$  распадается на произведение двух сомножителей. Первый из них описывает распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера от одной щели. Вторым сомножителем обусловлен интерференцией световых колебаний, приходящих в точку наблюдения от разных щелей. Практический интерес представляют яркие интерференционные полосы, расположенные в пределах первого дифракционного максимума, т. е. в области

$$|\varphi| \leq \varphi_0 = \frac{2\pi}{kb} = \frac{\lambda}{b}.$$

Интерференционные максимумы отстоят друг от друга на равные угловые расстояния  $\delta\varphi$  (см. формулу (4)):

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{kd} = \frac{\lambda}{d}.$$

В пределах центрального дифракционного максимума располагается  $N$  интерференционных полос:

$$N = \frac{2\varphi_0}{\delta\varphi} = \frac{2d}{b}. \quad (5)$$

Картина зависимости  $I$  от  $\varphi$  представлена на рис. 2. Смещение интерференционных полос от середины центрального дифракционного максимума ( $\varphi = 0$ ) определяется разностью хода  $\Delta$  и равно  $|\Delta/d|$ .

Если одну из щелей закрыть, то наблюдаемое распределение интенсивности опишется первым сомножителем (4), т. е. пунктирной кривой рис. 2. Если закрыть другую щель (а первую открыть), то центральный дифракционный максимум расположится, конечно, в том же самом месте, так что дифракционные картины от каждой из щелей точно накладываются друг на друга (что и является признаком дифракции Фраунгофера). При ознакомлении с интерферометром Релея такие опыты полезно проделать.

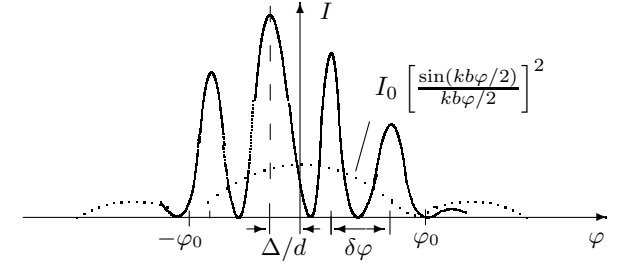


Рис. 2. Распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на двух щелях (сплошная кривая) и на одной щели (пунктирная)

**Наблюдение интерференционных полос в белом свете.** В предыдущих расчетах для упрощения предполагалось, что свет является монохроматическим. На практике в интерферометрах Релея используется белый свет. Это приводит к двум новым явлениям.

1. При работе с достаточно монохроматическим светом сдвиг фаз между колебаниями в двух щелях на  $2\pi$  или на  $2\pi m$  ( $m$  — целое число) не меняет никаких фазовых соотношений и не может поэтому быть обнаружен на опыте. Величину  $k\Delta$ , таким образом, можно определить только с точностью до  $2\pi m$ .

При использовании белого света интерференционные полосы получают окрашенными (из-за наложения смещенных друг относительно друга интерференционных полос с разными длинами волн). Исключение представляет так называемая нулевая полоса, в максимуме которой разность хода колебаний, приходящих от обеих щелей, равна нулю:

$$\Delta + d\varphi = 0. \quad (6)$$

Если  $\Delta$  не зависит от длины волны, то в этой полосе накладываются друг на друга интерференционные максимумы для всех длин волн. В отличие от всех других интерференционных полос, нулевая полоса является поэтому белой. При  $\Delta = 0$  эта полоса расположена при  $\varphi = 0$ . По ее смещению можно вычислить разность хода  $\Delta$ .

2. Согласно (4) интерференционные полосы должны наблюдаться как при малых, так и при сколь угодно больших значениях  $\Delta$ . Этот результат является следствием предположения об идеальной монохроматичности света. Реальные световые колебания имеют конечную длину цуга. При больших значениях  $\Delta$  (превышающих длину светового цуга)

интерференционная картина не наблюдается, так как световые колебания, приходящие в точку наблюдения из различных щелей, становятся некогерентными.

Дифракцию Фраунгофера на двух щелях можно в принципе получить, используя простую схему рис. 3. Расстояния  $a_1$  и  $a_2$  должны быть при этом достаточно большими, чтобы обеспечить выполнение условий

$$\lambda a_1 \gg d^2, \quad \lambda a_2 \gg d^2, \quad (7)$$

где  $d$  — расстояние между щелями (см. [1]). Это приводит, однако, к неприемлемо большим размерам установки, поэтому обычно используется дополнительная линза, в фокальной плоскости которой располагается плоскость наблюдения.

### Экспериментальная установка.

Интерферометр Релея — прибор для измерения разности показателей преломления — основан на явлении дифракции света на двух параллельных щелях. Схема прибора представлена на рис. 4 в вертикальной и горизонтальной проекциях. Лампа накаливания Л с помощью конденсора К ярко освещает узкую входную щель  $S$ , расположенную в фокусе объектива  $O_1$ . Коллиматор, состоящий из щели  $S$  и объектива  $O_1$ , посылает параллельный пучок на диафрагму  $D$  с двумя вертикальными щелями. Свет, дифрагируя на двойной щели, проходит кювету  $L$ , состоящую из двух одинаковых стеклянных камер, в которые вводятся исследуемые газы (в нашей установке —  $\text{CO}_2$  или воздух). Кювета занимает только верхнюю часть пространства между объективами  $O_1$  и  $O_2$ . За кюветой расположены две стеклянные пластинки  $J$  и пластинка  $\Pi$ , о назначении которых мы поговорим позже.

Дифракционная картина, образующаяся в фокальной плоскости  $F$  объектива  $O_2$ , рассматривается через окуляр  $O$ . Объектив  $O_2$  и окуляр  $O$  образуют зрительную трубу. Применение коллиматора и зрительной трубы обеспечивают выполнение условий дифракции Фраунгофера (дифракции в дальней волновой зоне) при небольших размерах установки.

Интерференционная картина (картина дифракции на двух щелях), наблюдаемая в фокальной плоскости  $F$  объектива  $O_2$ , представляет собой две системы равноотстоящих полос, параллельных щелям: верхняя

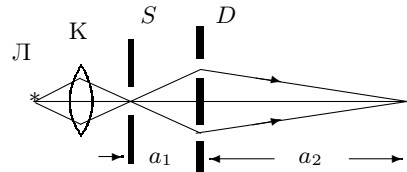


Рис. 3. Принципиальная схема установки для наблюдения дифракции

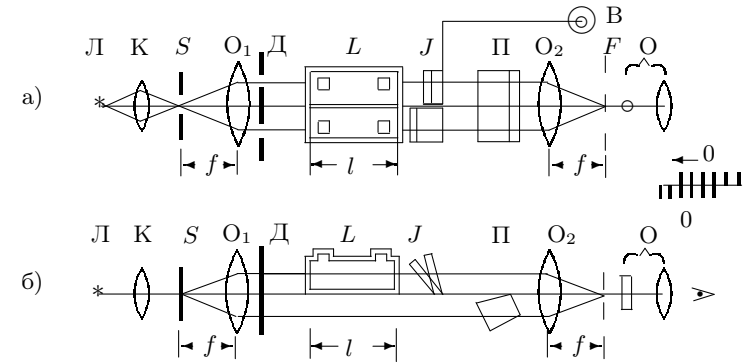


Рис. 4. Устройство интерферометра Релея: а) вид сверху; б) вид сбоку

(подвижная) образована лучами, прошедшими через кювету, нижняя (неподвижная) — лучами, прошедшими под кюветой. Обе системы интерференционных полос разграничены при помощи пластины  $\Pi$  тонкой разделительной линией. Для наблюдения двух систем полос в окуляре применена цилиндрическая линза диаметром 2,2 мм, ось которой расположена вертикально. Вторая («глазная») линза окуляра — обычная сферическая. Она служит для подстройки чёткости картины под глаз наблюдателя.

При малых дифракционных углах  $\varphi = \lambda/d$  расстояние между соседними светлыми (или тёмными) полосами зависит от длины волны  $\lambda$ , фокусного расстояния  $f$  объектива  $O_2$  и расстояния между дифракционными щелями  $d$ :

$$\delta y = f \frac{\lambda}{d}.$$

В техническом интерферометре ИТР-1, который используется в нашей работе,  $f \simeq 20$  см,  $d \simeq 1,5$  см, и  $\delta y$  оказывается порядка  $10^{-3}$  см. Для наблюдения таких мелких интерференционных полос требуется окуляр с большим увеличением ( $\gamma \simeq 150\times$ ). Короткофокусная цилиндрическая линза окуляра  $O$  сильно растягивает интерференционную картину по горизонтали, не меняя её вертикальных размеров и тем самым не ослабляя освещённости полос. Каждая светящаяся точка изображения в фокальной плоскости объектива  $O_2$  при рассматривании через цилиндрическую линзу имеет вид светлой вертикальной линии, длина которой определяется диаметром объектива. Поэтому распределение освещённости в нижней части светлой линии зависит от действия нижней части объектива, а в верхней части линии — от верхней части объектива. Таким

образом, наблюдатель видит две системы полос: верхняя образована лучами, прошедшими через кюветы, нижняя — лучами, прошедшими под кюветами.

При заполнении камер газами с одинаковым показателем преломления  $n$  обе системы полос совпадают. Разность хода  $\Delta = \Delta n \cdot l$ , возникающая при прохождении света через камеры с разными газами, ведёт к поперечному смещению верхней дифракционной картины относительно неподвижной нижней. Смещение на одну полосу соответствует дополнительной разности хода  $\Delta = \lambda$ . Просчитав число полос  $m$  между центрами обеих картин, можно рассчитать

$$\Delta n = \frac{\Delta}{l} = m \frac{\lambda}{l}. \quad (8)$$

Для точного измерения разности хода используется компенсатор Жамена — устройство, которое позволяет вернуть подвижную систему полос к первоначальному положению, т. е. вновь совместить обе системы полос.

Компенсатор Жамена ( $J$  на рис. 4) расположен за кюветой. Он состоит из двух одинаковых плоскопараллельных стеклянных пластинок, установленных на пути лучей под углом  $45^\circ$  к горизонтали. Вращение одной из пластин вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной оси системы, вызывает увеличение или уменьшение оптической длины пути соответствующего луча. Ось вращения снабжена рычагом, конец которого смещается при помощи микрометрического винта В.

Интерферометр Релея можно применять для измерения небольших изменений показателей преломления жидкостей или газов, а также для определения примесей различных газов в воздухе (например, для измерения концентрации рудничного газа в шахте).

Показатель преломления  $n$  исследуемого газа определяется путём сравнения с воздухом при атмосферном давлении:

$$n = n_{\text{возд}} + \frac{\Delta}{l}. \quad (9)$$

Для определения величины  $\Delta$  компенсатор следует прокалибровать.

**Газовая система.** Установка, представленная на рис. 5, позволяет заполнять первую камеру кюветы воздухом при различных давлениях, а вторую — углекислым газом или воздухом при атмосферном давлении.

Давление воздуха в первой камере изменяется при помощи сильфона С и измеряется манометром М. Краны  $K_1$  и  $K_2$  соединяют камеру и манометр с атмосферой.

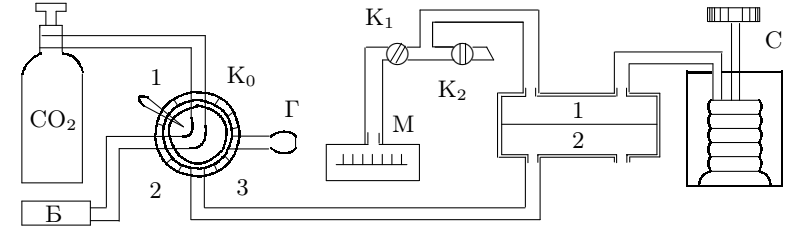


Рис. 5. Газовая система

Если при атмосферном давлении (открытых кранах  $K_1$  и  $K_2$ ) установить шток сильфона приблизительно в среднее положение, то при закрытом кране  $K_1$  можно, вращая шток, создать в первой камере как повышенное, так и пониженное давление. Манометр измеряет отклонение давления в камере от атмосферного в миллиметрах водяного столба.

Для заполнения второй камеры воздухом или углекислым газом при атмосферном давлении служит трёхходовой кран  $K_0$ . В каждом из трёх рабочих положений этого крана сообщаются два патрубка, соседних с ручкой крана.

В положении 1 кран  $K_0$  соединяет баллон с углекислым газом и балластный резервуар Б небольшого объёма ( $\approx 200 \text{ см}^3$ ). При переводе крана в положение 2 газ, заполнивший балластный резервуар, перетекает во вторую камеру кюветы. После трёх–четырёх таких переключений углекислый газ практически полностью вытесняет воздух из камеры и остаётся там достаточно долго, несмотря на то, что камера сообщается с атмосферным воздухом через второй открытый конец. В положении 3 вторая камера соединяется с грушей Г, с помощью которой можно промыть кювету воздухом.

**Зависимость показателя преломления газа от давления и температуры.** Молекулярная оптика устанавливает простое соотношение между показателем преломления газа и его плотностью:

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + 4\pi N\alpha} \approx 1 + 2\pi N\alpha, \quad (10)$$

где  $N$  — число молекул в единице объёма,  $\alpha$  — поляризуемость молекулы — коэффициент пропорциональности между дипольным моментом  $\vec{p}$  молекулы и напряжённостью электрического поля  $\vec{E}$  ( $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ ),  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость. Принимая во внимание соотношение  $P = NkT$ , где  $P$  — давление в газе,  $k$  — постоянная Больцмана, получим

$$n - 1 = 2\pi\alpha \frac{P}{kT}. \quad (11)$$

Отсюда следует, что при постоянной температуре изменение показателя преломления  $\Delta n$  пропорционально изменению давления  $\Delta P$ :

$$\Delta n = \frac{2\pi\alpha}{kT} \Delta P. \quad (12)$$

Одновременное измерение  $\Delta n$  с помощью интерферометра,  $\Delta P$  с помощью манометра и температуры  $T$  позволяет определить поляризуемость молекул воздуха и, следовательно, рассчитать по формуле (11) показатель преломления воздуха при любых значениях  $P$  и  $T$ . Следует отметить, что воздух — это смесь нескольких газов, поэтому под поляризуемостью молекул воздуха следует понимать некую среднюю величину, определяемую соотношением

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_i \alpha_i N_i, \quad (13)$$

где  $\alpha_i$  и  $N_i$  — поляризуемость и концентрация молекул различных газов, входящих в состав воздуха,  $N$  — общее число молекул в единице объёма.

Формула (11) позволяет установить связь показателя преломления газа  $n$  при температуре  $T$  и давлении  $P$  с показателем преломления  $n_0$  при нормальных условиях ( $T_0 = 273$  К,  $P_0 = 1$  атм):

$$\frac{n_0 - 1}{n - 1} = \frac{T}{T_0} \frac{P_0}{P}. \quad (14)$$

## ЗАДАНИЕ

В работе предлагается исследовать изменение показателя преломления воздуха при изменении давления и определить разность показателей преломления воздуха и углекислоты при атмосферном давлении. По результатам измерений рассчитываются показатели преломления воздуха и углекислого газа при нормальных условиях.

### I. Подготовка к работе

1. Включите осветитель интерферометра в сеть и убедитесь, что в поле зрения окуляра видны две системы интерференционных полос. Если картина недостаточно яркая — обратитесь за помощью к лаборанту.
2. Ознакомьтесь с устройством газовой системы (см. описание экспериментальной установки). Уравняйте давление в обеих камерах кюветы: первую соедините с атмосферой, открыв краны  $K_1$  и  $K_2$ , а вторую (с открытым концом) продуйте с помощью груши  $\Gamma$ , чтобы удалить из неё остатки углекислого газа (кран  $K_0$  в положении 3).

## II. Калибровка компенсатора

3. Уравняв давление в камерах, подождите 2–3 минуты, пока выровняются температуры. Установите начало отсчёта, совместив с помощью компенсатора обе системы полос. Установка нуля в белом свете — совмещение центральных полос — облегчается тем, что боковые полосы окрашены. Совместите (приблизительно) боковые полосы с симметричной окраской, а затем (как можно точнее) — центральные. Один оборот винта (100 делений) соответствует одному делению вертикальной шкалы компенсатора. Для удобства отсчёта используется лупа.

Повторите опыт несколько раз, вращая винт в одну сторону, чтобы исключить люфт.

4. Прокалибруйте компенсатор в единицах  $\lambda$ , выделив узкий интервал длин волн с помощью светофильтра. Для этого наденьте на оправу окуляра красный светофильтр и, последовательно совмещая первую, вторую и т. д. подвижные полосы с нулевой неподвижной, запишите соответствующие отсчёты по вертикальной шкале и барабану компенсатора. При смещении на одну полосу разность хода меняется на длину волны.

При калибровке используйте все полосы, наблюдаемые в окуляре слева и справа от нулевой полосы (со светофильтром их больше двадцати).

5. Запишите длину кюветы  $l$ , указанную на установке, а также длину волны  $\lambda$  и полосу пропускания светофильтра, указанные на его оправе.

## III. Зависимость $\Delta n$ от $P$ для воздуха

6. Убедитесь, что давление воздуха в обеих камерах кюветы атмосферное (см. п. 2). Установите сильфон в среднее положение и отсоедините первую камеру от атмосферы, перекрыв кран  $K_1$ .
7. Изменяя давление с помощью сильфона и совмещая нулевые полосы, снимите зависимость показаний компенсатора  $z$  от перепада давлений  $\Delta P$ . Если давление «плывёт», фиксируйте величину  $\Delta P$  сразу после совмещения нулевых полос.

Давление следует изменять в обе стороны от атмосферного в пределах рабочей области манометра ( $\pm 1000$  мм вод. ст.).

## IV. Сравнение показателей преломления воздуха и углекислого газа при атмосферном давлении

8. Соедините первую камеру кюветы с атмосферой, открыв кран  $K_1$ , и отключите манометр, закрыв кран  $K_2$ . Заполните углекислым газом камеру с открытым концом. Для этого 3–4 раза плавно, чтобы избежать резкого изменения температуры газа при расширении, переведите кран  $K_0$  из положения 1 в положение 2.

9. Совместите нулевые полосы. Небольшое смещение подвижной картины ( $< 25$  полос для камеры длиной 10 см) означает, что камера заполнена смесью углекислого газа с воздухом. Если повторная прокачка камеры не помогает, обратитесь за помощью к лаборанту.

Снимите зависимость равновесного положения компенсатора от времени, раз в минуту совмещая нулевые полосы, и оцените время установления равновесия. Повторите измерения, стараясь заполнять кювету как можно более плавно.

10. Определите температуру  $T$  и давление  $P$  по показаниям лабораторного термометра и барометра.

#### V. Обработка результатов

11. Постройте калибровочный график в координатах  $x = m$  (номер совмещённой полосы),  $y = z$  (отсчёт по компенсатору). Проверьте, сохраняется ли линейность графика вдали от нулевого положения компенсатора.
12. Постройте график в координатах  $x = \Delta P$  (от +1000 до -1000 мм  $\text{H}_2\text{O}$ ),  $y = \Delta n$ . Величину  $\Delta n$  рассчитайте по формуле (8) с помощью калибровочного графика.

По углу наклона рассчитайте среднюю поляризуемость молекулы воздуха, используя формулу (12), а затем — показатель преломления воздуха в условиях опыта по формуле (11).

Пересчитайте показатель преломления по формуле (14) к нормальным условиям и сравните результат с табличным.

13. Рассчитайте показатель преломления для углекислого газа в условиях опыта по формуле (9), взяв показатель преломления воздуха, рассчитанный по результатам эксперимента.

Пересчитайте  $n(\text{CO}_2)$  к нормальным условиям и сравните результат с табличным.

14. Оцените экспериментальные погрешности.
15. Оцените интервал  $\Delta n$ , доступный для измерений, исходя из возможностей компенсатора: минимальная величина  $\Delta n$ , доступная для измерений, определяется точностью компенсатора, максимальная — диапазоном его работы.

#### Контрольные вопросы

1. Объясните, почему при поочередном перекрывании щелей  $D$  наблюдаемая дифракционная картина не смещается.
2. Поясните физический смысл условий (7).
3. Почему ширина щели  $S$  коллиматора должна быть достаточно узкой? Оцените максимальный размер этой щели, если известны фокус коллиматора и расстояние между щелями.

- 4\* Будет ли наблюдаться четкая нулевая полоса, если исследуемое вещество обладает заметной дисперсией  $n = n(\lambda)$ ? Сделайте соответствующие оценки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландсберг Г.С. Оптика. — М.: Наука, 1976. Гл. IX, §§ 44, 45.
2. Бутиков Е.И. Оптика. — М.: Высшая школа, 1986. 5.6.
3. Горелик Г.С. Колебания и волны. — М.: Физматгиз, 1959. Гл. IX.
4. Кингсен А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы Физики. — Т. I. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 3, гл. 7, § 7.8.
- 5\* Захарьевский А.Н. Интерферометры. — М.: Оборонгиз, 1952. §§ 11, 12.