Лабораторная работа 1.3.3. Измерение вязкости воздуха по течению в тонких трубках.

Вязовкин Андрей, Б01-005

5.05.21

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

В работе используются: система подачи воздуха (компрессор, поводящие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

Теоретическая справка:

Работа посвящена изучению течения воздуха по прямой трубе круглого сечения. Движение жидкости или газа вызывается перепадом внешнего давления на концах ΔP трубы, чему в свою очередь препятствуют силы вязкого (внутреннего) трения, действующие между соседними слоями жидкости, а также со стороны стенок трубы.

Сила вязкого трения как в жидкостях, так и в газах описывается законом Ньютона: касательное напряжение между слоями пропорционально перепаду скорости течения в направлении, поперечном к потоку. В частности, если жидкость течёт вдоль оси x, а скорость течения $v_x(y)$зависит от координаты y, в каждом слое возникает направленное по x касательное напряжение:

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

Величину η называют коэффициентом динамической вязкости (или просто вязкостью) среды.

Объёмным расходом (или просто расходом) Q называют объём жидкости, протекающий через сечение трубы в единицу времени. Величина Q зависит от перепада давления ΔP, а также от свойств газа (плотности ρ и вязкости η) и от геометрических размеров (радиуса трубы R и её длины L). Основная задача данной работы — исследовать эту зависимость экспериментально.

Характер течения в трубе может быть ламинарным либо турбулентным.

Характер течения определяется безразмерным параметром задачи — числом Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta}$$

, где ρ - плотность жидкости, u - скорость движения потока, a - характерный размер потока.

Выпишем некоторые теоретические зависимости:

Зависимость давления в трубке от расстояния до её начала:

$$P(x) = P_0 - \frac{\Delta P}{l} x$$

Средняя скорость потока:

$$u = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{U_{max}}{2}$$

Объёмный расход жидкости:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l}$$

Длина трубы, через которое устанавливается пуазейлевское течение:

$$l_{\text{уст}} \approx 0{,}2 R \cdot Re$$

Экспериментальная установка:

Ход работы:

1. Подготовим установку к работе: установим приборы по уровням, проверим наличие воды в газовом счетчике по водомерному устройству, установим на ноль мениск микроманометра.

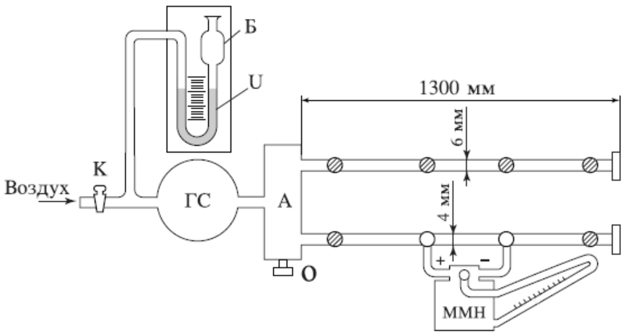


Рис. 1. Схема установки

2. Измерим параметры окружающей среды: $t_{\text{комн}} = (23{,}4 \pm 0{,}2)\ ^\circ C$, $P_{\text{атм}} = (99{,}6 \pm 0{,}5)$ кПа, $\varphi = (65 \pm 5)$ %.

3. Запишем параметры труб:

$$d_1 = 4{,}10 \pm 0{,}05 \text{ мм}$$
$$d_2 = 3{,}00 \pm 0{,}10 \text{ мм}$$
$$d_3 = 5{,}20 \pm 0{,}05 \text{ мм}$$

4. Рассчитаем объёмный расход $Q_{\text{кр}}$ для первой трубы, при котором наступает «граница» между ламинарным и турбулентным течениями. Для этого примем $Re_{\text{кр}} = 10^3$, $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

$$Q_{\text{кр}} = \bar{u}\pi R_{\text{тр}}^2 = \frac{Re_{\text{кр}}\ \eta\pi R_{\text{тр}}}{\rho} \approx 0{,}11\ \frac{\text{л}}{\text{с}}$$

$$\text{где } \rho = \frac{p_{\text{атм}}\ \mu_{\text{возд}}}{RT} \approx 1{,}18\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Найдём перепад давлений на участке $l = 50$ см:

$$\Delta P_{\text{кр}} = \frac{8Q_{\text{кр}}\ \eta l}{\pi R_{\text{тр}}^4} \approx 157\text{Па}$$

На микроманометре это соответствует N единицам шкалы:

$$N = \frac{\Delta P_{\text{кр}}}{9{,}8067 \cdot Kn} \approx 76\text{ед.}$$

Найдём, длину трубы, через которую устанавливается пуазейлевское течение:

$$l_{\text{уст}} \approx 0{,}2 R_{\text{тр}} \cdot Re_{\text{кр}} \approx 82\text{см}$$

Таким образом, выбранный нами участок трубы подходит для выполнения измерений.

5. Оценим погрешности измерения объёма (σ_V) и времени (σ_t) и найдём V_{min}, t_{min}, при которых $\varepsilon = 1\%$. Из паспорта расходометра: $\sigma_V = 0{,}02$дм$^3 \to V_{min} = 2$дм^3. σ_t же найдём как среднеквадратичное отклонение времени при измерении V_{min}:

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8
t, с	21.3	20.91	21.2	21.53	21.53	20.74	20.62	20.9

Таблица 1. Время измерения V_{min}

Таким образом, $\sigma_t \approx 0{,}3$ с $\to t_{min} = 30$ с.

6. Измерим ΔP, при котором становятся заметными колебания столба спирта. $\Delta P = 127$ Па. Это на 19% меньше предсказанного ранее. Значит, наше предыдущее предсказание было приблизительно верным.

7. Измерим зависимость перепада давления ΔP на выбранном участке трубки от расхода газа Q, везде берётся давление в двух последних отверстиях.

№	h, ед	ΔP, Па	V, л	t, с	Q, $\frac{\text{л}}{\text{с}}$
1	15	29.37	2	98	0.02
2	30	58.74	2	47.9	0.04
3	45	88.11	2	33.23	0.06
4	60	117.48	2.5	31.09	0.08
5	75	146.85	5	52.11	0.10
6	90	176.22	5	48.31	0.10
7	105	205.59	5	46.25	0.11
8	120	234.96	5	43.63	0.11
9	135	264.33	5	41.38	0.12
10	150	293.7	5	38.94	0.13
11	165	323.07	6	46.08	0.13
12	180	352.44	6	42.86	0.14
13	195	381.81	8	54.87	0.15
14	210	411.18	7	47.37	0.15

Таблица 2. $Q(\Delta P)$ для первой трубы ($d = 4{,}1$ мм)

№	h, ед	ΔP, Па	V, л	t, с	Q, $\frac{л}{с}$
1	15	29.37	2	79.91	0.03
2	30	58.74	2.5	46.32	0.05
3	45	88.11	2.5	33.94	0.07
4	60	117.48	3	34.9	0.09
5	75	146.85	4	40.57	0.10
6	90	176.22	4	37.28	0.11
7	105	205.59	5	45.87	0.11
8	120	234.96	5	41.31	0.12
9	135	264.33	5	40.08	0.12
10	150	293.7	5	37.26	0.13
11	165	323.07	5	35.6	0.14
12	180	352.44	6	42.5	0.14
13	195	381.81	6	37.52	0.16
14	210	411.18	7	45.26	0.15

Таблица 3. $Q(\Delta P)$ для второй трубы ($d = 3{,}0$ мм)

№	h, ед	ΔP, Па	V, л	t, с	Q, $\frac{л}{с}$
1	15	29.37	3	36.11	0.08
2	30	58.74	5	34.47	0.15
3	45	88.11	6	36.32	0.17
4	60	117.48	7	37.96	0.18
5	75	146.85	8	37.7	0.21
6	90	176.22	9	38.91	0.23
7	105	205.59	10	40.67	0.25
8	120	234.96	10	37.94	0.26
9	135	264.33	10	35.59	0.28
10	143	279.994	10	34.63	0.29
11	8	15.664	2	46.22	0.04
12	23	45.034	4	31.48	0.13
13	38	74.404	6	38.28	0.16
14	52	101.816	6	34.18	0.18

Таблица 4. $Q(\Delta P)$ для третьей трубы ($d = 5{,}2$ мм)

8. Измерим распределение давления газа вдоль трубки $P(x)$. Один из выходов манометра присоединим к выходу «0», а другой будем переме-

щать по другим. Вот результаты измерений:

ΔP, ед	80	53	32	15
ΔP, Па	156.64	103.774	62.656	29.37
x, см	130.5	80.5	40.5	10.5

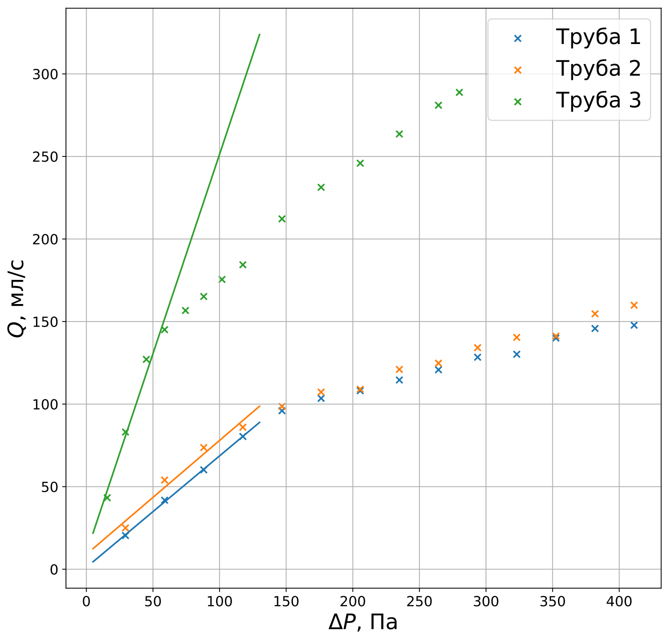
Таблица 5. Распределение давления газа вдоль трубки $P(x)$

9. Измерим зависимость расхода от радиуса трубы при заданном градиенте давления.

d, мм	ΔP, ед	ΔP, Па	l, см	t, с	V, дм3	Q, $\frac{л}{с}$
4.1	40	78.3	40	28.11	2	0.07
3.0	30	58.7	30	37.11	2	0.05
5.2	40	78.3	40	34.15	6	0.18

Таблица 6. Расход от радиуса трубы при заданном градиенте давления

10. Построим график $Q(\Delta P)$ по таблицам 2 — 4:



Из него видно, что у каждого графика первые 4 точки соответствуют ламинарному течению (это видно и по построенным прямым). Для труб 1 и 2 это приблизительно давление в 150 Па, а для 3 — 50 Па.

Так как коэффициенты наклона для этих случаев равны:

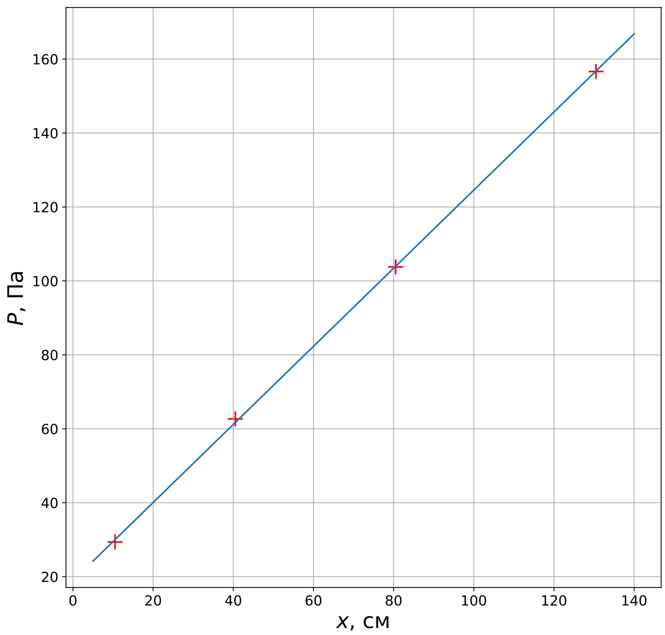
$$k_1 = 0{,}68\ \frac{\text{мл}}{\text{с} \cdot \text{Па}}, \quad \varepsilon = 1{,}3\%$$
$$k_2 = 0{,}69\ \frac{\text{мл}}{\text{с} \cdot \text{Па}}, \quad \varepsilon = 9\%$$
$$k_3 = 2{,}4\ \frac{\text{мл}}{\text{с} \cdot \text{Па}}, \quad \varepsilon = 8\%$$

Соответственно, по формуле можно найти вязкость воздуха:

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8kl}$$

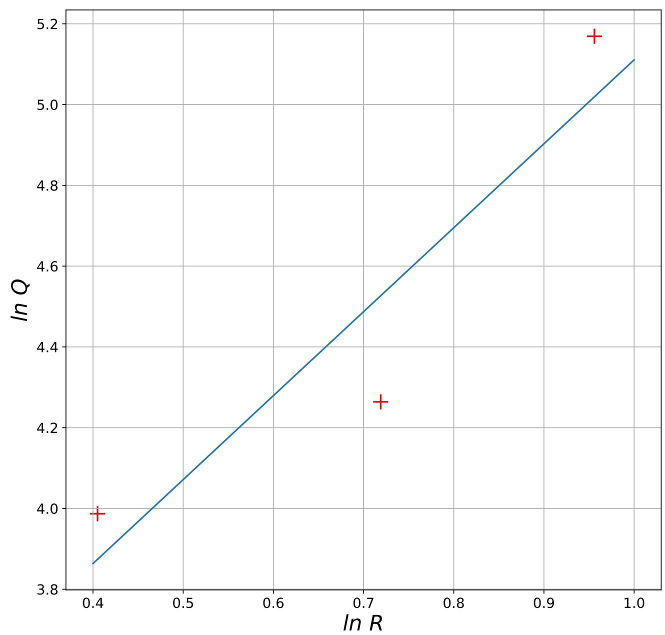
$$\eta_1 = 1{,}63 \cdot 10^{-5} \text{Па} \cdot \text{с}, \quad \varepsilon = 2\%$$
$$\eta_2 = 1{,}20 \cdot 10^{-5} \text{Па} \cdot \text{с}, \quad \varepsilon = 10\%$$
$$\eta_3 = 1{,}53 \cdot 10^{-5} \text{Па} \cdot \text{с}, \quad \varepsilon = 9\%$$

11. Построим по данным таблицы 5 зависимость $P(x)$.



Если присмотреться, то можно увидеть что первые две точки лежат не на прямой, а остальные - ровно на ней. Это означает, что ламинарный поток начинается приблизительно с $l_{\text{уст}} = 80$ см, что очень близко (2,4%) к нашему прогнозу ($l_{\text{уст}} = 82$ см).

12. Возьмём градиент $\dfrac{\Delta P}{l} = 1{,}96\ \dfrac{\text{Па}}{\text{см}}$. Построим график $\ln Q(\ln R)$ для того, чтобы убедиться, что $Q \sim R^4$.



Коэффициент наклона равен $k = 2{,}1 \pm 0{,}5$. К сожалению, это значение на 48% отличается от ожидаемого $k = 4$. Скорее всего, такая ошибка связана с тем, что измерения проводились на турбулентном потоке, для которого $k = 2{,}5$. Здесь уже ошибка составляет всего 16%, что косвенно подтверждает наш тезис.