

# Resolução da MINI-PROVA 2025.1

## CIN0009 - Algoritmos e Estruturas de Dados

### Questão 1:

a) Array inicial: [5, 4, 1, 0, 6, 2, 3, 7]

Início da Partição #1 | Índices: 0 até 7 | Pivô = 5 ( $v[0]$ )

Iteração 1

i anda para Direita:  $v[1] = 4 < \text{pivô} = 5$

i anda para Direita:  $v[2] = 1 < \text{pivô} = 5$

i anda para Direita:  $v[3] = 0 < \text{pivô} = 5$

i parou em  $v[4] = 6 (\geq \text{pivô} = 5)$

j anda para Esquerda:  $v[7] = 7 > \text{pivô} = 5$

j parou em  $v[6] = 3 (\leq \text{pivô} = 5)$

Como  $i = 4 < j = 6$

Trocamos  $v[4] = 6$  com  $v[6] = 3$

Após troca: [5, 4, 1, 0, 3, 2, 6, 7]

Iteração 1

i anda para Direita:  $v[5] = 2 < \text{pivô} = 5$

i parou em  $v[6] = 6 (\geq \text{pivô} = 5)$

j parou em  $v[5] = 2 (\leq \text{pivô} = 5)$

$i(6) \geq j(5) \rightarrow$  Saímos do loop da partição #1

Trocando pivô  $v[0] = 5$  com  $v[5] = 2$

Finalizando partição #1  $\rightarrow$  Pivô vai para a posição 5

Estado atual do vetor: [2, 4, 1, 0, 3, 5, 6, 7]

Início da Partição #2 | Índices: 0 até 4 | Pivô = 2 ( $v[0]$ )

Iteração 1

i parou em  $v[1] = 4 (\geq \text{pivô} = 2)$

j anda para Esquerda:  $v[4] = 3 > \text{pivô} = 2$

j parou em  $v[3] = 0 (\leq \text{pivô} = 2)$

Como  $i = 1 < j = 3$

Trocamos  $v[1] = 4$  com  $v[3] = 0$

Após troca: [2, 0, 1, 4, 3, 5, 6, 7]

Iteração 1

i anda para Direita:  $v[2] = 1 < \text{pivô} = 2$

i parou em  $v[3] = 4 (\geq \text{pivô} = 2)$

j parou em  $v[2] = 1 (\leq \text{pivô} = 2)$

$i(3) \geq j(2) \rightarrow$  Saímos do loop da partição #2

Trocando pivô  $v[0] = 2$  com  $v[2] = 1$

Finalizando partição #2  $\rightarrow$  Pivô vai para a posição 2

Estado atual do vetor: [1, 0, 2, 4, 3, 5, 6, 7]

Início da Partição #3 | Índices: 0 até 1 | Pivô = 1 ( $v[0]$ )

Iteração 1

i anda para Direita:  $v[1] = 0 < \text{pivô} = 1$

j parou em  $v[1] = 0 (\leq \text{pivô} = 1)$

$i(2) \geq j(1) \rightarrow$  Saímos do loop da partição #3

Trocando pivô  $v[0] = 1$  com  $v[1] = 0$

Finalizando partição #3  $\rightarrow$  Pivô vai para a posição 1

Estado atual do vetor: [0, 1, 2, 4, 3, 5, 6, 7]

Início da Partição #4 | Índices: 3 até 4 | Pivô = 4 ( $v[3]$ )

Iteração 1

i anda para Direita:  $v[4] = 3 < \text{pivô} = 4$

j parou em  $v[4] = 3 (\leq \text{pivô} = 4)$

$i(5) \geq j(4) \rightarrow$  Saímos do loop da partição #4

Trocando pivô  $v[3] = 4$  com  $v[4] = 3$

Finalizando partição #4  $\rightarrow$  Pivô vai para a posição 4

Estado atual do vetor: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

Início da Partição #5 | Índices: 6 até 7 | Pivô = 6 ( $v[6]$ )

Iteração 1

i parou em  $v[7] = 7 (\geq \text{pivô} = 6)$

j anda para Esquerda:  $v[7] = 7 > \text{pivô} = 6$

j parou em  $v[6] = 6 (\leq \text{pivô} = 6)$

$i(7) \geq j(6) \rightarrow$  Saímos do loop da partição #5

Trocando pivô  $v[6] = 6$  com  $v[6] = 6$

Finalizando partição #5  $\rightarrow$  Pivô vai para a posição 6

Estado atual do vetor: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

Array final ordenado: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

**b)**

Array inicial: [5, 4, 1, 0, 6, 2, 3, 7]

Fase 1: Divisão Recursiva

O array é dividido ao meio até que restem apenas arrays de um elemento.

Divisão #1: [5, 4, 1, 0, 6, 2, 3, 7]

Metade Esquerda: [5, 4, 1, 0]

Metade Direita: [6, 2, 3, 7]

Divisão #2: [5, 4, 1, 0]

Metade Esquerda: [5, 4]

Metade Direita: [1, 0]

Divisão #3: [6, 2, 3, 7]

Metade Esquerda: [6, 2]

Metade Direita: [3, 7]

Divisão #4: [5, 4] → Resulta em [5] e [4]

Divisão #5: [1, 0] → Resulta em [1] e [0]

Divisão #6: [6, 2] → Resulta em [6] e [2]

Divisão #7: [3, 7] → Resulta em [3] e [7]

Ao final da divisão, temos os sub-arrays: [5] [4] [1] [0] [6] [2] [3] [7]

Fase 2: Combinação Ordenada (Merge)

Agora, os sub-arrays são combinados de volta, de forma ordenada.

Início do Merge #1 | Combinando [5] e [4]

Comparamos 5 e 4. O 4 é menor.

Pegamos o 5 restante.

Resultado do Merge #1: [4, 5]

Início do Merge #2 | Combinando [1] e [0]

Comparamos 1 e 0. O 0 é menor.

Pegamos o 1 restante.

Resultado do Merge #2: [0, 1]

Início do Merge #3 | Combinando [6] e [2]

Comparamos 6 e 2. O 2 é menor.

Pegamos o 6 restante.

Resultado do Merge #3: [2, 6]

Início do Merge #4 | Combinando [3] e [7]

Comparamos 3 e 7. O 3 é menor.

Pegamos o 7 restante.

Resultado do Merge #4: [3, 7]

Estado atual dos sub-arrays: [4, 5], [0, 1], [2, 6], [3, 7]

Início do Merge #5 | Combinando [4, 5] e [0, 1]

Array Esquerda: [4, 5] | Array Direita: [0, 1]

Comparamos 4 e 0. O 0 é menor. Array auxiliar: [0]

Comparamos 4 e 1. O 1 é menor. Array auxiliar: [0, 1]  
Array da Direita está vazio. Copiamos o resto da Esquerda (4, 5).  
Resultado do Merge #5: [0, 1, 4, 5]

Início do Merge #6 | Combinando [2, 6] e [3, 7]

Array Esquerda: [2, 6] | Array Direita: [3, 7]  
Comparamos 2 e 3. O 2 é menor. Array auxiliar: [2]  
Comparamos 6 e 3. O 3 é menor. Array auxiliar: [2, 3]  
Comparamos 6 e 7. O 6 é menor. Array auxiliar: [2, 3, 6]  
Array da Esquerda está vazio. Copiamos o resto da Direita (7).  
Resultado do Merge #6: [2, 3, 6, 7]

Estado antes do merge final: [0, 1, 4, 5] e [2, 3, 6, 7]

Início do Merge #7 (Final) | Combinando [0, 1, 4, 5] e [2, 3, 6, 7]

Array Esquerda: [0, 1, 4, 5] | Array Direita: [2, 3, 6, 7]  
Comparamos 0 e 2. O 0 é menor. Auxiliar: [0]  
Comparamos 1 e 2. O 1 é menor. Auxiliar: [0, 1]  
Comparamos 4 e 2. O 2 é menor. Auxiliar: [0, 1, 2]  
Comparamos 4 e 3. O 3 é menor. Auxiliar: [0, 1, 2, 3]  
Comparamos 4 e 6. O 4 é menor. Auxiliar: [0, 1, 2, 3, 4]  
Comparamos 5 e 6. O 5 é menor. Auxiliar: [0, 1, 2, 3, 4, 5]  
Array da Esquerda está vazio. Copiamos o resto da Direita (6, 7).  
Resultado do Merge #7: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

Array final ordenado: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

c)

Vetor ordenado V: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

Valor a ser buscado (x): 4

### **1ª Comparação:**

O espaço de busca inicial é o vetor inteiro (índices 0 a 7).

Calculamos o índice do meio:  $(0 + 7) / 2 = 3$  (Pegamos o Piso).

O elemento comparado é o V[3], que vale **3**.

Comparamos  $x = 4$  com o valor 3.

Como  $4 > 3$ , sabemos que o valor, se existir, está na metade direita do vetor.

Eliminamos a parte esquerda.

nosso vetor estaria: [4, 5, 6, 7]

### **2ª Comparação**

O novo espaço de busca vai dos índices 4 a 7.

Calculamos o novo índice do meio:  $(4 + 7) / 2 = 5$  (Pegamos o Piso).

O elemento comparado é o V[5], que vale **5**.

Comparamos  $x = 4$  com o valor 5.

Como  $4 < 5$ , sabemos que o valor, se existir, está na metade esquerda deste novo espaço.

nosso vetor estaria: [4]

**3ª Comparação** O novo espaço de busca vai dos índices 4 a 4.

Calculamos o novo índice do meio:  $(4 + 4) / 2 = 4$ .

O elemento comparado é o V[4], que vale **4**.

Comparamos  $x = 4$  com o valor 4.

Como  $4 == 4$ , o elemento foi encontrado e a busca termina.

**R: Os elementos de V comparados com  $x = 4$  foram 3, 5 e 4.**

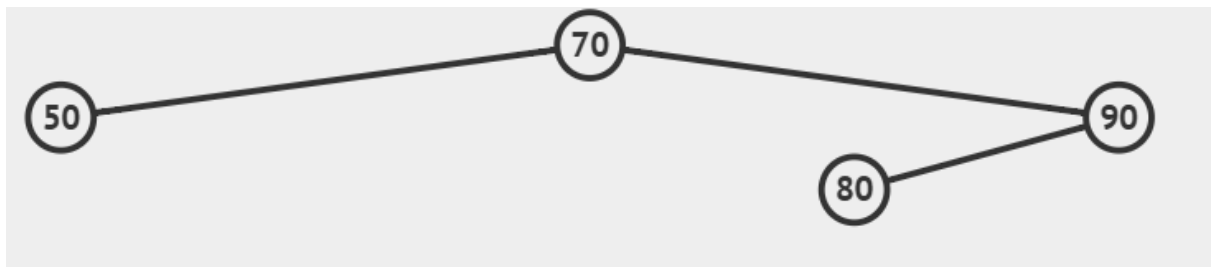
## Questão 2:

Respostas:

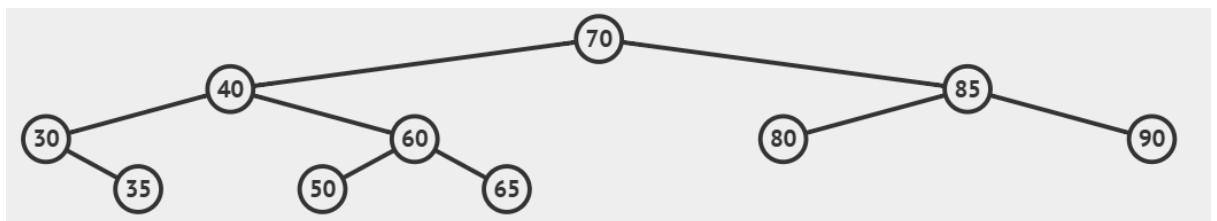
1. [ F ] Tendo  $f(x) = x^4 - 4x + 5$  e  $g(x) = 4x + 100$ , temos  $x^2 = O(f(x))$  e  $x^3 = \Omega(g(x))$ .
2. [ V ] Tendo  $f(x) = x + 156$  e  $g(x) = x^5 + 3$ , temos  $x/100 = O(f(x))$  e  $2^x = \Omega(g(x))$ .
3. [ V ] Tendo  $f(x) = x^8 + 8$  e  $g(x) = 3x^8$ , temos  $x^8 = O(f(x))$  e  $x^8 = \Omega(g(x))$ .
4. [ F ] Tendo  $f(x) = x^{100} - 2x - 3$  e  $g(x) = x^{21} + 300$ , temos  $x^{99} = O(f(x))$  e  $x^{16} + 750 = \Omega(g(x))$ .
5. [ F ] Tendo  $f(x) = x^{37} + 28x - 20$  e  $g(x) = x^{25} - 3x$ , temos  $x = O(f(x))$  e  $x = \Omega(g(x))$ .

## Questão 3:

Após a inserção do 80:



Após a inserção do 35:



# Questão 4:

(a)

Pilha: 

10
8
6
4
2

Fila: 

1
3
5
7
9

(b)

Lista: 

1	10	3	8	5	6	7	4	9	2
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---

vetor: 

2	9	4	7	6	5	8	3	10	1
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

(c)

↓

• 2, 9, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 10, 1 ;  $6 > 1$  ok

↓

• 2, 9, 4, 7, 6, 5, 8, 3, 10, 1 ;  $7 < 10$

- 2, 9, 4, 10, 6, 5, 8, 3, 7, 1 ;  $9 < 10$

- 2, 10, 4, 9, 6, 5, 8, 3, 7, 1 ;  $2 < 10$

- 10, 2, 4, 9, 6, 5, 8, 3, 7, 1 ;

↓

• 10, 2, 4, 9, 6, 5, 8, 3, 7, 1 ;  $4 < 8$

- 10, 2, 8, 9, 6, 5, 4, 3, 7, 1 ;

↓

• 10, 2, 8, 9, 6, 5, 4, 3, 7, 1 ;  $2 < 9$

- 10, 9, 8, 2, 6, 5, 4, 3, 7, 1 ;  $2 < 7$

- 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 ;

---

### Questão 5:

0	→ 54	0	→ 28	0	→ 60
1	→ 28	1		1	
2		2		2	
$m=3$		3		3	
$\alpha = \frac{2}{3} > 0.5$		4	→ 25 → 60	4	
		5	→ 54	5	
		6		6	
		$m=7$		7	
		$\alpha = \frac{5}{7} > 0.5$		8	
				9	→ 54
				10	→ 25
				11	
				12	
				13	→ 28
				14	→ 14 → 44
				$m=15$	

Go processar  $10_0 = 45$   
 encontra  $d = 25 = 70 - 45$   
 ↓  
 retorna  $(25, 45)$