

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Килин, А. Д. Бобыкин, Управление тележкой с омниколесами на плоскости,
Нелинейная динам., 2014, том 10, номер 4, 473–481

<https://www.mathnet.ru/nd458>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 93.175.8.155

15 сентября 2025 г., 02:03:12





УДК: 531.3
MSC 2010: 70F25, 70E18, 70E55, 70E60

Управление тележкой с омниколесами на плоскости

А. А. Килин, А. Д. Бобыкин

В работе рассмотрена задача о движении транспортного средства в виде платформы с закрепленным на ней произвольным количеством меканум-колес. Обсуждается вопрос об управляемости данным транспортным средством в рамках неголономной модели качения. Приведен явный алгоритм вычисления управляемых моментов двигателей, реализующих движение по произвольной траектории. Приведены примеры управлений для совершения простейших маневров.

Ключевые слова: омниколесо, роликонесущее колесо, неголономная связь, динамическая система, интегрируемость, управляемость

Введение

В настоящее время известно достаточно много вариантов колесных подвесок, начиная с обычных колес с фиксированной осью и заканчивая омниколесами. Кинематика средств передвижения на основе большинства из них достаточно хорошо изучена (см., например, обзор [8]). Однако динамика как свободного, так и управляемого движения даже для не слишком сложных систем подобного типа до сих пор не исследована. В качестве примеров исследования динамики приведем работы [4, 5, 13]. В данной работе мы ограничимся исследованием вопросов управляемого движения платформы на омниколесах. При этом будем полагать, что число и расположение колес произвольны, а в точках контакта колес с плоскостью выполняется условие непроскальзывания. Свободная динамика такой платформы подробно исследована в работе [13], а в [4, 5] приведен анализ динамической управляемости для частного случая трехколесной омнитележки.

Получено 04 сентября 2014 года
После доработки 14 октября 2014 года

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания вузам.

Килин Александр Александрович
aka@rcd.ru
Бобыкин Андрей Дмитриевич
andreikbn@gmail.com
Удмуртский государственный университет
426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, д. 1

1. Неголономная модель омниколеса

Напомним, что в таком колесе на периферии (внешнем ободе) укреплены ролики, так что колесо опирается на несущую поверхность только одним из роликов. Каждый ролик свободно вращается вокруг оси, неподвижной относительно плоскости диска, при этом колесо может катиться по прямой, составляющей фиксированный угол с плоскостью колеса. Для меканум-колес ось ролика закреплена под углом 45° к плоскости колеса, в то время как для большинства омниколес ось ролика лежит в плоскости колеса.

Простейшей неголономной моделью омниколеса является плоский диск, для которого скорость точки соприкосновения с несущей поверхностью направлена вдоль прямой, составляющей постоянный угол δ с плоскостью колеса (см. рис. 1).

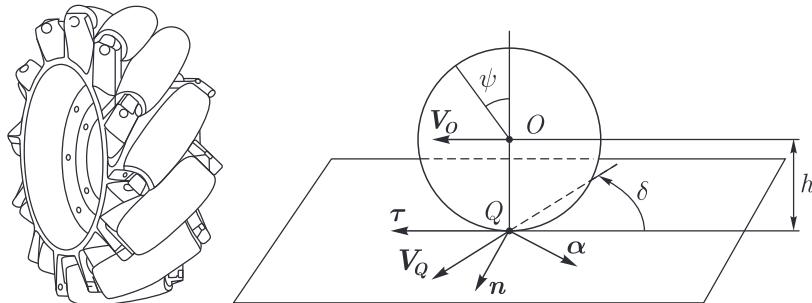


Рис. 1. Схематическое изображение и неголономная модель омниколеса.

Пусть τ , n — касательный и нормальный векторы к плоскости колеса в точке контакта, такие, что вектор $\tau \times n$ направлен вертикально вверх, α — единичный вектор вдоль оси закрепления роликов; тогда уравнение связи имеет вид

$$(\mathbf{V}_Q, \alpha) = 0, \quad (1.1)$$

где \mathbf{V}_Q — скорость точки контакта. Если скорость центра колеса обозначим \mathbf{V}_O , а ψ — угол его поворота (отсчитываемый по часовой стрелке, если смотреть с вершины вектора n), то уравнение связи можно переписать в виде

$$(\mathbf{V}_O + h\dot{\psi}\boldsymbol{\tau}, \alpha) = 0,$$

где h — радиус колеса. Удобно решить это уравнение относительно $\dot{\psi}$, откуда находим

$$\dot{\psi} = -\frac{1}{sh} (\mathbf{V}_O, \alpha), \quad s = (\alpha, \tau) = \sin \delta. \quad (1.2)$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Так как вектор α определен с точностью до знака, то, не умалняя общности, можно считать $s \geq 0$.

2. Тележка с омниколесами

Рассмотрим движение катящейся по горизонтальной плоскости тележки с омниколесами, состоящей из платформы (каркаса), к которой произвольное число колес крепится так, что их оси неподвижны относительно платформы (рис. 2).

Выберем подвижную систему координат Oe_1e_2 , которая жестко связана с платформой; координаты начала отсчета O и угол поворота осей e_1, e_2 относительно неподвижной системы координат обозначим x, y и φ соответственно. Векторы $r_i, \tau_i, \alpha_i, i = 1, \dots, n$, характеризующие положение, плоскость и направление оси роликов каждого колеса, являются постоянными в подвижных осях. Пусть $v = (v_1, v_2)$ — скорость начала подвижной системы координат O , спроецированная на подвижные оси, а ω — угловая скорость платформы; тогда уравнения движения рассматриваемой системы примут вид

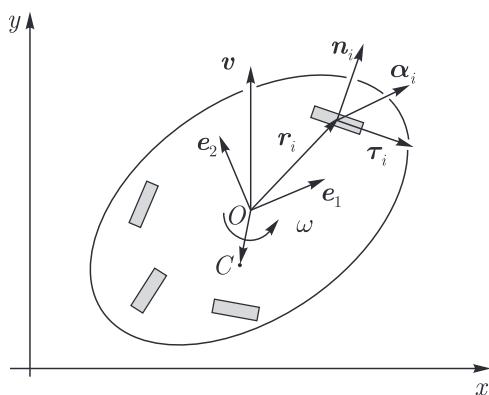


Рис. 2. Схема тележки с омниколесами.

$$\begin{aligned}
 (\Gamma + m\mathbf{E})\dot{\mathbf{v}} + m\dot{\omega}(\mathbf{J}\mathbf{r}_c + \mathbf{R}) + m\omega\mathbf{J}(\mathbf{v} + \omega\mathbf{J}\mathbf{r}_c) &= -\sum_i \mu_i \alpha_i, \\
 \hat{I}\dot{\omega} + m(\mathbf{J}\mathbf{r}_c + \mathbf{R}, \dot{\mathbf{v}}) + m\omega(\mathbf{v}, \mathbf{r}_c) &= -\sum_i \mu_i (\mathbf{J}\mathbf{r}_i, \alpha_i), \\
 \dot{x} = v_1 \cos \varphi - v_2 \sin \varphi, \quad \dot{y} = v_1 \sin \varphi + v_2 \cos \varphi, \quad \dot{\varphi} = \omega, \\
 \Gamma &= \sum_i \frac{I_i}{s_i^2 h_i^2} \alpha_i \otimes \alpha_i, \quad \mathbf{R} = m^{-1} \sum_i \frac{I_i}{s_i^2 h_i^2} (\mathbf{J}\mathbf{r}_i, \alpha_i) \alpha_i, \\
 \hat{I} &= I + \sum_i \frac{I_i}{s_i^2 h_i} (\mathbf{J}\mathbf{r}_i, \alpha_i)^2, \quad \mu_i = \frac{M_i}{s_i h_i}, \quad y = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

где

$$\begin{aligned}
 m &= m_0 + \sum_i m_i \text{ — полная масса системы,} \\
 I &= I_0 + \sum_i m_i r_i^2 + \tilde{I}_i \text{ — полный момент инерции относительно точки } O, \\
 \mathbf{r}_c &= (\xi_1, \xi_2) = m^{-1} \left(m_0 \mathbf{R}_{oc} + \sum_i m_i \mathbf{r}_i \right) \text{ — центр масс всей системы,}
 \end{aligned}$$

R_{oc} — центр масс платформы, \mathbf{E} — единичная матрица, а M_i — моменты сил, приложенных к осям колес. (Подробный вывод уравнений движения с помощью неопределенных множителей Лагранжа см. в [13].)

3. Полная управляемость

В этом разделе мы приведем анализ управляемости данной системы, опираясь на теорему Рашевского–Чжоу.

Теорема 1. Если среди векторных полей $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_m$ и среди составленных из них последовательными применением скобки Ли полей можно указать n векторных полей $\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_n$, линейно независимых в любой точке области \mathcal{G} , где $\dim \mathcal{G} = n$, то из любой точки области \mathcal{G} можно прийти в любую другую, смещаюсь конечное число раз по траекториям полей $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_m$.

Как показано в [14], если перейти к новым векторным полям при помощи линейного преобразования

$$\mathbf{X}_k = \sum_{k'=1}^m S_{kk'}(\mathbf{z}) \widetilde{\mathbf{X}}_{k'}, \quad k = 1, \dots, m,$$

где \mathbf{S} — $(m \times m)$ -матрица, невырожденная в каждой точке $\mathbf{z} \in \mathcal{G}$, то теорема о полной управляемости останется справедливой и для полей $\widetilde{\mathbf{X}}_1, \dots, \widetilde{\mathbf{X}}_m$.

Запишем уравнения (2.1) в форме, стандартной в теории управления

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{X}_0(\mathbf{z}) + \sum_i \mathbf{X}_i \mu_i, \quad (3.1)$$

где $\mathbf{z} = (v_1, v_2, \omega, x, y, \varphi)$,

$$\mathbf{X}_0 = -\mathbf{S}^{-1} \begin{pmatrix} -m\omega(v_2 + \omega\xi_1) \\ m\omega(v_1 - \omega\xi_2) \\ m\omega(v, r_c) \\ v_1 \cos \varphi - v_2 \sin \varphi \\ v_1 \sin \varphi + v_2 \cos \varphi \\ \omega \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_i = -\mathbf{S}^{-1} \begin{pmatrix} \alpha_{i_1} \\ \alpha_{i_2} \\ (\mathbf{J}r_c, \alpha_i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \Gamma + m\mathbf{E} & m(\mathbf{J}r_c + \mathbf{R}) & 0 & 0 & 0 \\ m(\mathbf{J}r_c + \mathbf{R})^\top & \widehat{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Здесь векторное поле \mathbf{X}_0 соответствует свободному движению тележки, а \mathbf{X}_i — «управляющие» векторные поля. Слагаемые \mathbf{X}_0 в (3.1) называют в теории управления «дрейфом». При рассмотрении таких систем для доказательства полной управляемости требуется не только показать полноту векторных полей (3.2) и их коммутаторов (согласно теореме 1), но и доказать устойчивость дрейфа по Пуассону, то есть, что для свободной системы в фазовом пространстве существует всюду плотное множество точек, устойчивых по Пуассону.

Рассмотрим сначала вопрос о полноте векторных полей (3.2) и их коммутаторов. Как сказано выше, для этого достаточно рассмотреть векторные поля $\widetilde{\mathbf{X}}_0 = -\mathbf{S}\mathbf{X}_0$, $\widetilde{\mathbf{X}}_i = -\mathbf{S}\mathbf{X}_i$ и их коммутаторы

$$\mathbf{Y}_i = [\widetilde{\mathbf{X}}_0, \widetilde{\mathbf{X}}_i], \quad \mathbf{Y}_{ij} = [\widetilde{\mathbf{X}}_i, \widetilde{\mathbf{X}}_j] = 0.$$

Несложно показать, что если ранг линейной оболочки векторных полей $\widetilde{\mathbf{X}}_i$ равен трем, то векторные поля \mathbf{X}_i , \mathbf{Y}_i образуют полный базис во всем фазовом пространстве. Указанное условие независимости векторных полей $\widetilde{\mathbf{X}}_i$ приводит к некоторым ограничениям на конструкцию системы, физический смысл которых мы обсудим ниже.

Рассмотрим теперь вопрос о пуассоновой устойчивости свободной системы. Как показано в работе [13], все движения приведенной системы (для переменных v_1, v_2, ω) разделяются на периодические и асимптотические. Очевидно, из-за существования асимптотических траекторий свободная система не является устойчивой по Пуассону. Можно лишь указать области в фазовом пространстве, в которых выполнено условие устойчивости по Пуассону. Данные области совпадают с областями, заполненными периодическими траекториями приведенной системы, и в пространстве (v_1, v_2, ω) представляют собой внутренности двух эллиптических конусов.

4. Явное управление вдоль траектории

Несмотря на то, что не удается доказать полную управляемость системы (2.1), можно предъявить явный алгоритм построения управления для движения по заранее заданной траектории.

Рассмотрим вопрос об управлении тележкой при помощи подбора управляющих моментов μ_i , $i = 1, \dots, n$, таким образом, чтобы тележка двигалась по заданному закону $\gamma(t) = (x(t), y(t), \varphi(t))$. Согласно уравнениям (2.1), оказывается справедливо следующее утверждение:

Предложение 1. *Если тележка опирается не менее чем на три ведущие омниколеса, для которых выполнено неравенство*

$$\det \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ (\mathbf{J}\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\alpha}_1) & (\mathbf{J}\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\alpha}_2) & (\mathbf{J}\mathbf{r}_3, \boldsymbol{\alpha}_3) \end{pmatrix} \neq 0, \quad (4.1)$$

то всегда можно подобрать управляющие моменты $\mu_i(t)$, $i = 1, \dots, n$, таким образом, чтобы реализовать предписанное движение $\gamma(t)$.

Для доказательства предложения перепишем уравнения приведенной системы (для v_1 , v_2 и ω) в виде

$$\mathbf{S}\dot{\mathbf{z}}^{(3)} = \widetilde{\mathbf{X}}_0^{(3)}(\mathbf{z}^{(3)}) + \mathbf{G}\boldsymbol{\mu}, \quad (4.2)$$

где $\mathbf{z}^{(3)} = (v_1, v_2, \omega)$, $\widetilde{\mathbf{X}}_0^{(3)} = (m\omega(v_2 + \omega\xi_1), -m\omega(v_1 - \omega\xi_2), m\omega(\mathbf{v}, \mathbf{r}_c))$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_N)$ — вектор, составленный из управляющих моментов, а \mathbf{G} — постоянная матрица, зависящая от конструкции тележки и имеющая вид

$$\mathbf{G}_N = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{N1} \\ \alpha_{12} & \dots & \alpha_{N2} \\ (\mathbf{J}\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\alpha}_1) & \dots & (\mathbf{J}\mathbf{r}_N, \boldsymbol{\alpha}_N) \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Систему (4.2) можно разрешить относительно μ_i , тем самым получив закон управления $\mu(t)$ по известным зависимостям $\mathbf{z}^{(3)}(t)$. Для разрешимости системы (4.2) необходимо наложить такие ограничения на конструкцию тележки, чтобы ранг матрицы (4.3) был равен трем. Отсюда следует необходимость выполнения условия (4.1). ■

Условие (4.1) приводит к тому, что для управляемости системы, в частности, не допускается параллельность всех векторов $\boldsymbol{\alpha}_i$. Кроме того, если для двух колес выполнено условие $\boldsymbol{\alpha}_i \parallel \boldsymbol{\alpha}_j \parallel \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, то такую пару колес можно рассматривать как одно колесо, так как соответствующие им столбцы в матрице (4.3) будут равны, а в уравнение (4.2) соответствующие управляющие моменты будут входить только в виде сумм $\mu_i + \mu_j$.

Приведем общий алгоритм вычисления управляющих моментов для движения по заданной траектории $x(t)$, $y(t)$, $\varphi(t)$.

1. Вычислим зависимость от времени переменных v_1 , v_2 и ω и их производных по формулам

$$v_1 = \dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi, \quad v_2 = -\dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi, \quad \omega = \dot{\varphi}.$$

2. Разрешим систему (4.2) относительно любых из трех управляющих моментов, для которых выполнено условие (4.1). В результате получим зависимость этих трех моментов от времени и оставшихся $N - 3$ моментов.

3. Оставшиеся моменты могут иметь произвольную зависимость от времени. Данной произвол можно использовать, в частности, для оптимизации управления (например, для минимизации энергозатрат на движение).

Приведем далее конкретные алгоритмы управления для движения по простейшим траекториям для конструкции тележки, приведенной на рисунке 3а. Векторы \mathbf{r}_i , $\boldsymbol{\alpha}_i$ и величины s_i при этом выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= -\mathbf{r}_3 = (a, b), \quad \mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_4 = (-a, b), \\ \boldsymbol{\alpha}_1 = \boldsymbol{\alpha}_3 &= \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \quad \boldsymbol{\alpha}_2 = \boldsymbol{\alpha}_4 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \quad s_{1,2,3,4} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

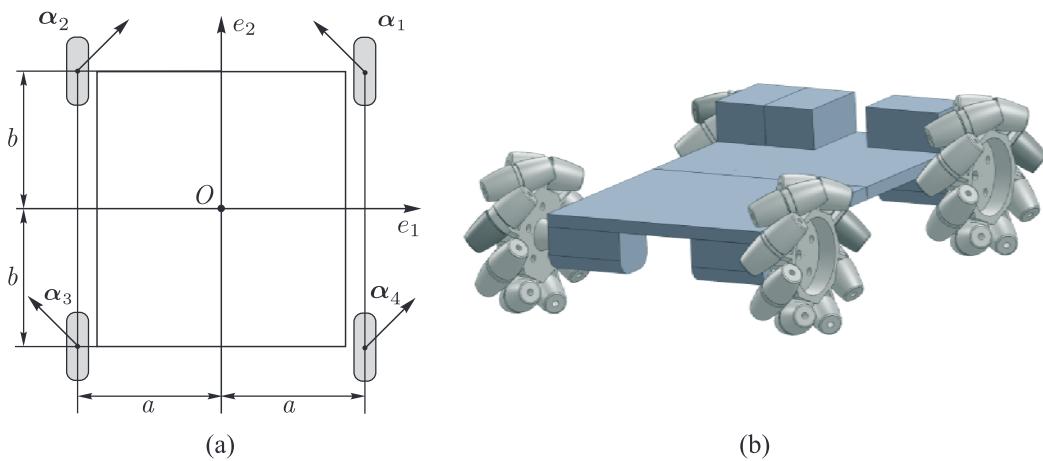


Рис. 3. Конструкция (а) и 3D-модель (б) тележки с меканум-колесами.

Экспериментальный образец такой тележки, созданный в лаборатории нелинейного анализа и конструирования новых средств передвижения УдГУ, приведен на рисунке 3б. Численные значения геометрических и физических характеристик тележки: $m = 3581$ г, $a = 24.44$ см, $b = 15.22$ см, $h_{1,2,3,4} = 4.35$ см, $I = 78346.51$ гсм², $I_i = 1196.07$ гсм², $\mathbf{r}_c = (0, 0)$. Приведем далее результаты численных расчетов для указанных значений характеристик тележки.

ПРИМЕР 1. Поворот на месте на угол $\psi_0 = 2\pi$:

$$x(t) = y(t) = 0, \quad \varphi(t) = \psi_0 \sin^2 \frac{\pi}{2} t, \quad t = [0, 1]. \quad (4.4)$$

Для данного примера произвол в выборе одного из управляющих моментов использован для минимизации общего управляющего момента $\sum \mu_i^2$. Данное условие в рассматриваемом случае сводится к уравнению $\mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 = 0$.

Пример соответствующих зависимостей управления от времени приведен на рисунке 4.

ПРИМЕР 2. Движение по прямой с вращением на угол ψ_0 на расстояние l_0 :

$$x(t) = 0, \quad y(t) = l_0 \sin^2 \frac{\pi}{2} t, \quad \varphi(t) = \psi_0 \sin^2 \frac{\pi}{2} t, \quad t = [0, 1]. \quad (4.5)$$

Зависимости управляющих моментов сил от времени при $\psi_0 = 2\pi$, $l_0 = 1$ м приведены на рисунке 5.

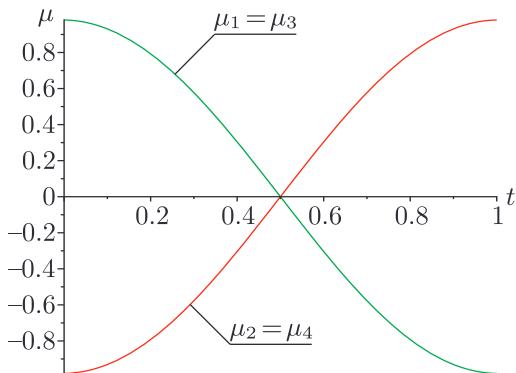


Рис. 4. Зависимость управляемых моментов от времени для движения по траектории (4.4).

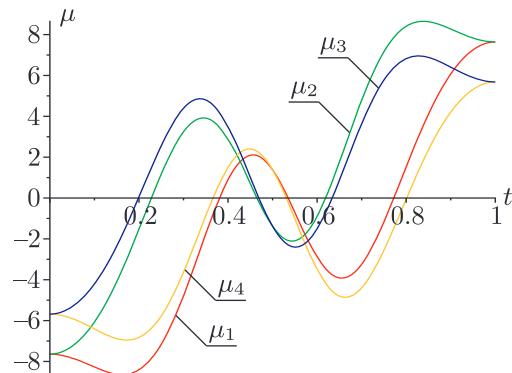


Рис. 5. Зависимость управляемых моментов от времени для движения по траектории (4.5).

ПРИМЕР 3. Движение по кругу радиуса R на угол ψ_0 с постоянной ориентацией ($\varphi = \text{const}$):

$$x(t) = R \cos(s), \quad y(t) = R \sin(s), \quad \varphi(t) = 0, \quad s(t) = \psi_0 \sin^2 \frac{\pi}{2} t, \quad t = [0, 1]. \quad (4.6)$$

Для движения по кругу пример зависимости $\mu(t)$, удовлетворяющий принципу минимальности μ^2 , приведен на рисунке 6 для значений $R = 1$ м, $\psi_0 = 2\pi$.

ПРИМЕР 4. Движение по кругу радиуса R на угол ψ_0 (ориентация тележки совпадает с направлением мгновенной скорости):

$$x(t) = R \cos(s), \quad y(t) = R \sin(s), \quad \varphi(t) = s(t)2\pi, \quad s(t) = \psi_0 \sin^2 \frac{\pi}{2} t, \quad t = [0, 1]. \quad (4.7)$$

Пример соответствующих зависимостей управления от времени при $R = 1$ и $\psi_0 = 2\pi$ приведен на рисунке 7.

ПРИМЕР 5. Движение вдоль одного периода синусоиды (ориентация тележки совпадает с направлением мгновенной скорости):

$$x(t) = l_0 s, \quad y(t) = R \sin(2\pi s), \quad \varphi(t) = \arctg \left(2\pi \frac{R}{l_0} \cos(2\pi s) \right), \quad s = \sin^2 \frac{\pi}{2} t, \quad t = [0, 1], \quad (4.8)$$

где R — амплитуда синусоиды, l_0 — длина одного периода.

Пример зависимости управляемых моментов для движения по синусоиде при $R = 0.1$, $l_0 = 1$ представлен на рисунке 8.

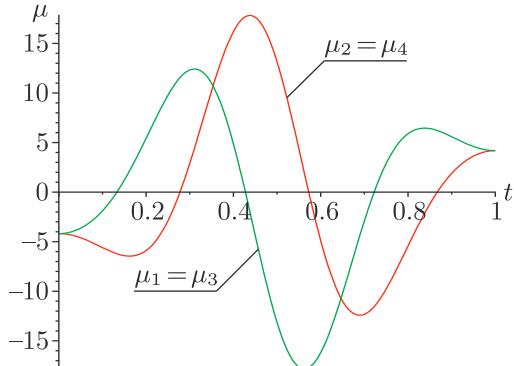


Рис. 6. Зависимость управляемых моментов от времени для движения по траектории (4.6).

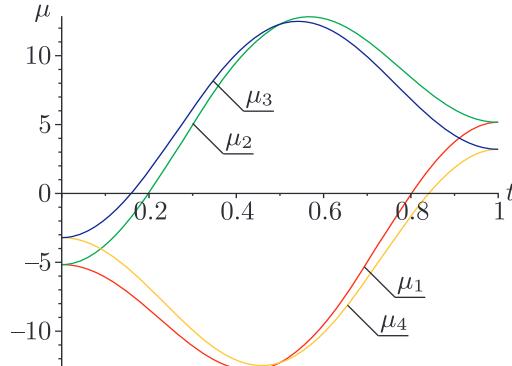


Рис. 7. Зависимость управляемых моментов от времени для движения по траектории (4.7).

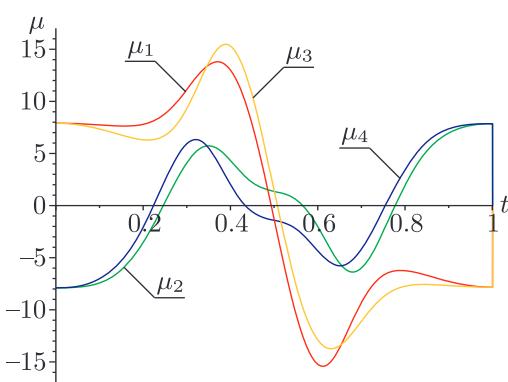


Рис. 8. Зависимость управляемых моментов от времени для движения по траектории (4.8).

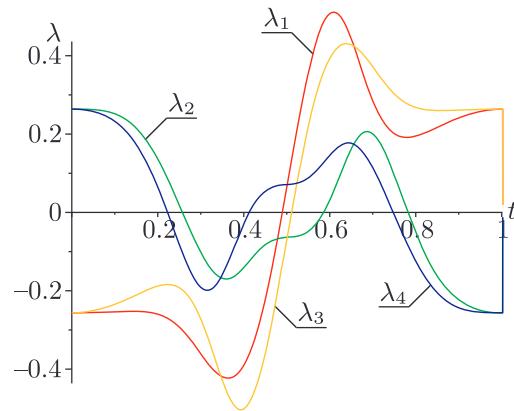


Рис. 9. Зависимость реакций λ_i от времени при движении по траектории (4.8).

В заключение приведем на рисунке 9 зависимость реакций λ_i от времени при движении тележки вдоль синусоиды (пример 5). Как видно из рисунка, величина реакций на порядок меньше величины управляемых моментов и имеет сильно нерегулярный характер. Было бы интересно сравнить полученные зависимости с результатами вычислений, например, в рамках модели сухого трения.

Список литературы

- [1] Зобова А. А. Применение лаконичных форм уравнений движения в динамике неголономных мобильных роботов // Нелинейная динамика, 2011, т. 7, № 4, с. 771–783.
- [2] Зобова А. А., Татаринов Я. В. Динамика экипажа с роликонесущими колесами // ПММ, 2009, т. 73, № 1, с. 13–22.
- [3] Лобас Л. Г. Неголономные модели колесных экипажей. Киев: Наукова думка, 1986. 232 с.
- [4] Мартыненко Ю. Г. Устойчивость стационарных движений мобильного робота с роликонесущими колесами и смешенным центром масс // ПММ, 2010, т. 74, № 4, с. 610–619.
- [5] Мартыненко Ю. Г., Формальский А. М. О движении мобильного робота с роликонесущими колесами // Изв. РАН. Теория и системы управления, 2007, № 6, с. 142–149.
- [6] Татаринов Я. В. Уравнения классической механики в новой форме // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ., 2003, № 3, с. 67–76.
- [7] Alves J., Dias J. Design and control of a spherical mobile robot // J. Systems and Control Engineering, 2003, vol. 217, pp. 457–467.
- [8] Campion G., Bastin G., d'Andréa-Novel B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots // IEEE Trans. Robot. Autom., 1996, vol. 12, no. 1, pp. 47–62. См. также: Кампион Г., Бастен Ж., Д'Андреа-Новель Б. Структурные свойства и классификация кинематических и динамических моделей колесных мобильных роботов // Нелинейная динамика, 2011, т. 7, № 4, с. 733–769.
- [9] Nagarajan U., Mampetta A., Kantor G. A., Hollis R. L. State transition, balancing, station keeping, and yaw control for a dynamically stable single spherical wheel mobile robot // IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation (ICRA) (Kobe, Japan, 2009), pp. 998–1003.
- [10] Nagarajan U., Kantor G., Hollis R. L. Trajectory planning and control of an underactuated dynamically stable single spherical wheeled mobile robot // IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation (ICRA) (Kobe, Japan, 2009), pp. 3743–3748.

- [11] Yoon J.-C., Ahn S.-S., Lee Y.-J. Spherical robot with new type of two-pendulum driving mechanism // Proc. 15th IEEE Internat. Conf. on Intelligent Engineering Systems (INES) (Poprad, High Tatras, Slovakia, 2011), pp. 275–279.
- [12] Zhan Q., Cai Y., Yan C. Design, analysis and experiments of an omni-directional spherical robot // IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation (ICRA) (Shanghai, China, 2011), pp. 4921–4926.
- [13] Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С. Тележка с омниколесами на плоскости и сфере // Нелинейная динамика, 2011, т. 7, № 4, с. 785–801.
- [14] Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С. Как управлять шаром Чаплыгина при помощи роторов // Нелинейная динамика, 2012, т. 8, № 2, с. 289–307. См. также: Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S. How to control Chaplygin's sphere using rotors // Regul. Chaotic Dyn., 2012, vol. 17, nos. 3–4, pp. 258–272.

Control of a vehicle with omniwheels on a plane

Alexander A. Kilin¹, Andrei D. Bobykin²

^{1,2}Udmurt State University
Universitetskaya 1, Izhevsk, 426034 Russia

¹aka@rcd.ru, ²andreiakbn@gmail.com

The problem of motion of a vehicle in the form of a platform with an arbitrary number of Mecanum wheels fastened on it is considered. The controllability of this vehicle is discussed within the framework of the nonholonomic rolling model. An explicit algorithm is presented for calculating the control torques of the motors required to follow an arbitrary trajectory. Examples of controls for executing the simplest maneuvers are given.

MSC 2010: 70F25, 70E18, 70E55, 70E60

Keywords: omniwheel, roller bearing wheel, nonholonomic constraint, dynamical system, integrability, controllability

Received September 04, 2014, accepted October 14, 2014

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2014, vol. 10, no. 4, pp. 473–481 (Russian)

