# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

### Звіт

## Розрахункова робота

з дисципліни «Дискретна математика»

Варіант № 17

Виконав:

Студент групи КН-113

Бондар А.-А.

Викладач:

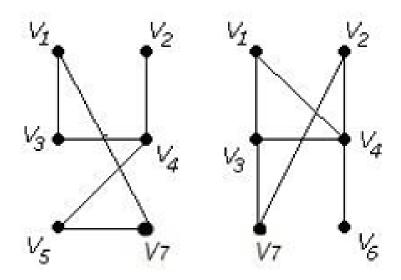
Мельникова H. I.

### Індивідуальні завдання

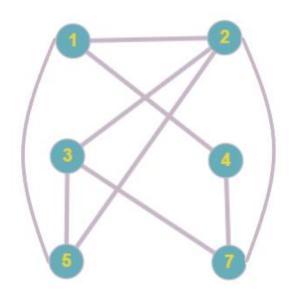
## Завдання № 1.

Виконати наступні операції над графами

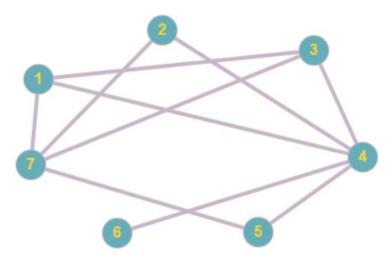
- 1) знайти доповнення до першого графу;
- 2) об'єднання графів;
- 3) кільцеву суму G1 та G2 (G1+G2);
- 4) розмножити вершину у другому графі;
- 5) виділити підграф А що складається з 3-х вершин в G1;
- 6) добуток графів.



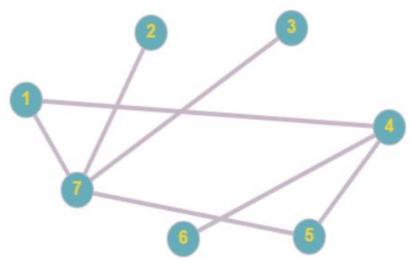
1) Доповнення до першого графу:



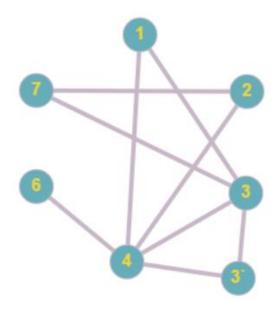
# 2) Об'єднання графів:



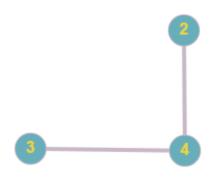
3) Кільцева суму G1 та G2 (G1+G2):



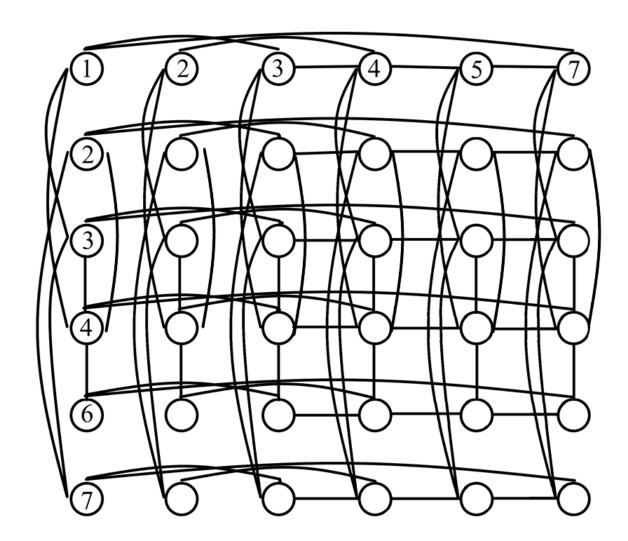
4) Розмноження вершини у другому графі:



# 5) Підграф А - що складається з 3-х вершин в G1:

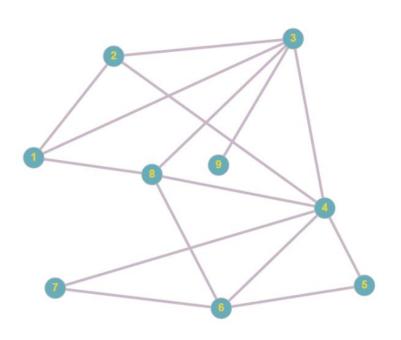


# 6) Добуток графів:



### Завдання № 2.

Скласти таблицю суміжності для орграфа.



	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
V2	1	0	1	1	0	0	0	0	0
V3	1	1	0	1	0	0	0	1	1
V4	0	1	1	0	1	1	1	1	0
V5	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V6	0	0	0	1	1	0	1	1	0
V7	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V8	1	0	1	1	0	1	0	0	0
V9	0	0	1	0	0	0	0	0	0

## Завдання № 3.

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Діаметр даного графа дорівнює **3**, оскільки цьому дорівнює максимальна відстань найкоротшого шлях між двома вершинами ( у цьому випадку V1 і V5).

**Завдання № 4** Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб

Вершина	DFS - HOMEP	Вміст стеку		
a	1	a		
b	2	ab		
С	3	abc		
i	4	abci		
-	-	abc		
h	5	abch		
d	6	abchd		
e	7	abchde		
f	8	abchdef		
g	9	abchdefg		
-	-	abchdef		
-	-	abchde		
-	-	abchd		
-	-	abch		
-	-	abc		
-	-	ab		
-	-	a		
-	-	Ø		

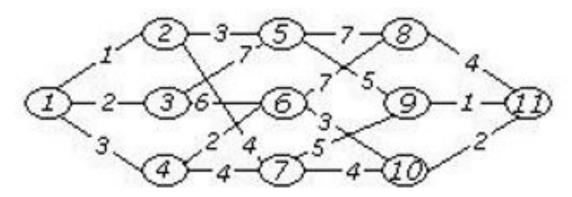
```
#include <iostream>
#include <string>
#include <sstream>
using namespace std;
struct verh{
    bool dfs = false;
};
struct koctb{
    int ver1;
    int ver2;
};
int leng(string str){
    int i = 0;
    while (str[i] != '\0'){
        i++;
    return i;
int correctly(int m, int n){
    int c = 0;
    bool count = false;
    string str;
    stringstream ss;
    while (count == false){
        cin >> str;
        for (int i = 0; i < leng(str); i++){</pre>
            if (!isdigit(str[i])){
                 if (i == 0 && str[i] == '-'){
                     count = true;
                 else{
                     count = false;
                     break;
            }
            else{
                 count = true;
        if (count == true){
            ss << str;
            ss >> c;
            ss.clear();
            if (c < m \mid | c > n){
                 count = false;
            }
            else{
                 count = true;
        if (count == false){
            cout << "Error! Try again!" << endl;</pre>
        str = "";
    }
    return c;
}
void input(koctb* reb, int n, int m){
    for (int i = 0; i < n; i++){</pre>
        cout << "вершина 1 належить ребру " << i + 1 << ": ";
        reb[i].ver1 = correctly(1, m);
        cout << "вершина 2 належить ребру " << i + 1 << ": ";;
        reb[i].ver2 = correctly(1, m);
        cout << endl;</pre>
    }
```

```
}
int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
    int n, m, p;
    int begin;
    int coun = 0;
    int t = 0;
    int head = 0;
    cout << "Введіть к-сть ребер графу: ";
    n = correctly(1, 1000);
    cout << "Введіть к-сть вершин графу: ";
    m = correctly(1, 1000);
    cout << endl;</pre>
    int* vec = new int[m];
    koctb* reb = new koctb[n];
    verh* v = new verh[m];
    input(reb, n, m);
    cout << "Починаэмо з вершини? ";
    begin = correctly(1, m);
    vec[0] = begin;
    v[begin - 1].dfs = true;
    coun++;
    while (coun != 0){
        for (int i = 0; i < n; i++){</pre>
            if ((vec[coun - 1] == reb[i].ver1 && v[reb[i].ver2 - 1].dfs == false) ||
(vec[coun - 1] == reb[i].ver2 && v[reb[i].ver1 - 1].dfs == false)){
                t++;
        if (t == 0){
            coun--;
        else{
            for (int i = 0; i < n; i++){
                 if (vec[coun - 1] == reb[i].ver2 && v[reb[i].ver1 - 1].dfs == false){
                     vec[coun] = reb[i].ver1;
                     v[reb[i].ver1 - 1].dfs = true;
                     coun++;
                     goto point;
                 if (vec[coun - 1] == reb[i].ver1 && v[reb[i].ver2 - 1].dfs == false){
                     vec[coun] = reb[i].ver2;
                     v[reb[i].ver2 - 1].dfs = true;
                     coun++;
                     goto point;
                 }
            }
        }
    point:;
        for (int i = 0; i < coun; i++){
            cout << vec[i] << " ";
        }
        if (coun != 0)
        {
            cout << endl;</pre>
        t = 0;
    }
}
```

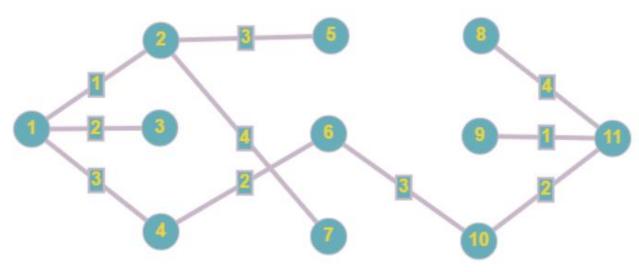
```
Введіть к-сть ребер графу: 15
Введіть к-сть вершин графу: 9
вершина 1 належить ребру 1: 1
вершина 2 належить ребру 1: 2
вершина 1 належить ребру 2: 1
вершина 2 належить ребру 2: 3
вершина 1 належить ребру 3: 1
вершина 2 належить ребру 3: 8
вершина 1 належить ребру 4: 2
вершина 2 належить ребру 4: 3
вершина 1 належить ребру 5: 2
вершина 2 належить ребру 5: 4
вершина 1 належить ребру 6: 3
вершина 2 належить ребру 6: 8
вершина 1 належить ребру 7: 3
вершина 2 належить ребру 7: 9
вершина 1 належить ребру 8: 3
вершина 2 належить ребру 8: 4
вершина 1 належить ребру 9: 8
вершина 2 належить ребру 9: 4
                                Починаэмо з вершини? 1
вершина 1 належить ребру 10: 8
                                1 2
вершина 2 належить ребру 10: 6
                                1 2 3
                                1 2 3 8
вершина 1 належить ребру 11: 4
                                1 2 3 8 4
вершина 2 належить ребру 11: 5
                                1 2 3 8 4 5
                                1 2 3 8 4 5 6
вершина 1 належить ребру 12: 4
                                1 2 3 8 4 5 6 7
вершина 2 належить ребру 12: 6
                                1 2 3 8 4 5 6
                                1 2 3 8 4 5
вершина 1 належить ребру 13: 4
                                1 2 3 8 4
вершина 2 належить ребру 13: 7
                                1 2 3 8
                                1 2 3
вершина 1 належить ребру 14: 6
                                1 2 3 9
вершина 2 належить ребру 14: 7
                                1 2 3
                                1 2
вершина 1 належить ребру 15: 5
вершина 2 належить ребру 15: 6
```

#### Завдання № 5.

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



### Краскала

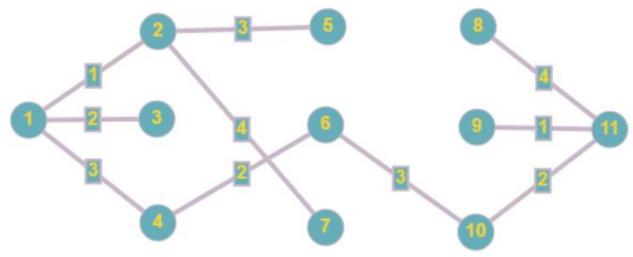


```
#include <stdio.h>
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
using namespace std;
const int q = 11;
int BuildTrees(int n, int A[q][q]);
void DeleteDuplicates(int n, int A[q][q]);
int InDifferTrees(int n, int A[q][q], int first, int second);
void AddToTheTree(int n, int A[q][q], int first, int second);
int main()
{
       setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
       int A[11][11] =
       { 0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
         1, 0, 0, 0, 3, 0, 4, 0, 0, 0, 0,
         2, 0, 0, 0, 7, 6, 0, 0, 0, 0, 0,
         3, 0, 0, 0, 0, 2, 4, 0, 0, 0, 0,
         0, 3, 7, 0, 0, 0, 0, 7, 5, 0, 0,
         0, 0, 6, 2, 0, 0, 0, 7, 0, 3, 0,
         0, 4, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 5, 4, 0,
         0, 0, 0, 0, 7, 7, 0, 0, 0, 0, 4,
         0, 0, 0, 0, 5, 0, 5, 0, 0, 0, 1,
        0, 0, 0, 0, 0, 3, 4, 0, 0, 0, 2,
```

```
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 1, 2, 0 };
       DeleteDuplicates(11, A);
       for (int i = 1; i <= 7; i++){
              cout << "\nВузли з вагою: " << i << ": ";
              for (int j = 1; j <= 11; j++){
                     for (int k = 1; k \leftarrow 11; k++){
                             if (A[j - 1][k - 1] == i){
                                    cout << " " << j << "-" << k;;
                     }
              }
       cout << "\n";</pre>
       int B[11][11];
       BuildTrees(11, B);
       cout << "\n\nНове дерево: ";//вага 7 - максимальна вага
       for (int i = 1; i <= 7; i++){
              //перший вузол
              for (int j = 1; j <= 11; j++){
                     //другий вузол
                     for (int k = 1; k \leftarrow 11; k++){
                             if (A[j - 1][k - 1] == i \& InDifferTrees(11, B, j, k)){
                                    AddToTheTree(11, B, j, k);
                                    cout << " " << j << "-" << k;
                             }
                     }
              }
       return 0;
}
void DeleteDuplicates(int n, int A[q][q]) {
       for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     if (j < i) {</pre>
                            A[i][j] = 0;
                     }
              }
       }
int BuildTrees(int n, int A[q][q]) {
       for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     A[i][j] = 0;
       for (int i = 0; i < n; i++) {
              A[i][i] = i + 1;
       return A[n][n];
//Перевірте відсортовані вузли та додайте до дерева
void AddToTheTree(int n, int A[q][q], int first, int second) {
       int scndLine;
       for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     if (A[i][j] == second) {
                             scndLine = i;
                     }
              }
       for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     if (A[i][j] == first) {
```

```
for (int k = 0; k < n; k++) {
                              if (A[scndLine][k]) {
                                   A[i][k] = A[scndLine][k];
                                   A[scndLine][k] = 0;
                              }
                       }
               }
           }
     }
}
int InDifferTrees(int n, int A[q][q], int first, int second){
     int temp1, temp2;
     //Лінія
     for (int i = 0; i < n; i++){
           temp1 = 0;
           temp2 = 0;
            //перший елемент
            for (int j = 0; j < n; j++){
                  if (A[i][j] == first){
                        temp1 = 1;
                  }
            //другий елемент
            for (int k = 0; k < n; k++){
                 if (A[i][k] == second){
                        temp2 = 1;
                  }
            if (temp1 && temp2){
                  return 0;
            }
     return 1;
   }
                         1-2 9-11
   Вузли з вагою: 1:
                          1-3 4-6 10-11
   Вузли з вагою: 2:
                          1-4 2-5 6-10
   Вузли з вагою: 3:
   Вузли з вагою: 4:
                          2-7 4-7 7-10 8-11
                          5-9 7-9
   Вузли з вагою: 5:
   Вузли з вагою: 6:
                          3-6
                          3-5 5-8 6-8
   Вузли з вагою: 7:
   Нове дерево: 1-2 9-11 1-3 4-6 10-11 1-4 2-5 6-10 2-7 8-11
```

#### Прима



```
#include <iostream>
#include <iomanip>
using namespace std;
void output(int size, int** adjacencyarr) {
       cout << " ";
       for (int i = 0; i < size; i++) { cout << setw(3) << i + 1; }</pre>
       for (int i = 0; i < size; i++) {</pre>
               cout << endl << setw(3) << i + 1;</pre>
               for (int j = 0; j < i; j++) {</pre>
                      cout << setw(3) << adjacencyarr[j][i];</pre>
               }
               cout << " -";
               for (int j = i + 1; j < size; j++) {</pre>
                      cout << setw(3) << adjacencyarr[i][j];</pre>
       }
}
int main()
{
       int size;
       cout << "Enter amount of vertices ";</pre>
       cin >> size;
       int** adjacencyarr = new int* [size];
       bool* vertex = new bool[size];
       cout << "Enter adjacency matrix \n";</pre>
       cout << " ";
       for (int i = 0; i < size; i++) { cout << setw(3) << i + 1; adjacencyarr[i] = new
int[size]; vertex[i] = 0; }
       vertex[0] = 1;
       cout << endl;</pre>
       for (int i = 0; i < size; i++) {</pre>
               cout << setw(2) << i + 1;</pre>
              for (int j = 0; j < i; j++) { cout << setw(3) << adjacencyarr[j][i]; } cout << " -";
               for (int j = i + 1; j < size; j++) { cin >> adjacencyarr[i][j]; }
       }
       cout << endl;</pre>
       int min, minI, minJ;
       for (int n = 0; n < size - 1; n++) {
               min = 100, minI = 0, minJ = 0;
               for (int i = 0; i < size; i++) {
                      for (int j = i + 1; j < size; j++) {</pre>
                             if (adjacencyarr[i][j] < min && adjacencyarr[i][j] != 0 &&</pre>
vertex[i] != vertex[j]) {
```

```
Enter amount of vertices 11
Enter adjacency matrix
                5
    1
       2
          3
             4
                   6
                      7
                          8
                             9 10 11
1
       1
          2
             3
                0
                   0
                       0
                          0
                             0
                                0
                                   0
2
    1
          0
             0
                3
                   0
                       4
                          0
                             0
                                0
                                   0
3
    2
                   6
       0
             0
                7
                       0
                         0
                             0
                                0
                                   0
4
   3
                   2
       0
          0
                0
                       4
                          0
                             0
                                   0
                                0
5
   0
       3
          7
                          7
                             5
             0
                   0
                       0
                                   0
6
   0
       0
         6
             2
                0
                       0
                         7
                             0
                                3
                                   0
7
   0
          0
                0
                          0
                             5
       4
             4
                   0
                                4
                                   0
8
   0
       0
         0
             0
                7
                       0
                             0
                                0
                                   4
9
                5
   0
       0
          0
             0
                   0
                       5
                         0
                                0
                                   1
   0
          0
                   3
10
       0
             0
                0
                      4
                          0
                                   2
                             0
11
       0
          0
                0
                   0
                       0
                          4
                             1
                                2
   0
             0
1)conected 1-2
2)conected 1-3
3)conected 1-4
4)conected 4-6
5)conected 2-5
6)conected 6-10
7)conected 10-11
8)conected 9-11
9)conected 2-7
10)conected 8-11
```

## Завдання № 6.

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

17	17)									
	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	00	6	6	6	1	3	1	3		
2	6	00	5	5	1	6	1	5		
3	6	5	00	7	7	7	7	5		
4	6	5	7	00	6	5	1	2		
5	1	1	7	6	00	6	6	6		
6	3	6	7	5	6	00	1	2		
7	1	1	7	1	6	1	00	2		
8	3	5	5	2	6	2	2	90		

**№**1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	$\infty$	6	6	6	1	3	1	3
2	6	$\infty$	5	5	1	6	1	5
3	6	5	$\infty$	7	7	7	7	5
4	6	5	7	$\infty$	6	5	1	2
5	1	1	7	6	$\infty$	6	6	6
6	3	6	7	5	6	$\infty$	1	2
7	1	1	7	1	6	1	$\infty$	2
8	3	5	5	2	6	2	2	8

	1	7,2	3	4	5	6	8
1	$\infty$	6	6	6	1	3	3
7,2	6	$\infty$	5	5	1	6	5
3	6	5	$\infty$	7	7	7	5
4	6	5	7	$\infty$	6	5	2
5	1	1	7	6	8	6	6
6	3	6	7	5	6	$\infty$	2
8	3	5	5	2	6	2	$\infty$

	1	3	4	7,2,5	6	8
1	$\infty$	6	6	1	3	3
3	6	$\infty$	7	7	7	5
4	6	7	$\infty$	6	5	2
7,2,5	1	7	6	$\infty$	6	6
6	3	7	5	6	$\infty$	2
8	3	5	2	6	2	$\infty$

	7,2,5,1	3	4	6	8
7,2,5,1	$\infty$	6	6	3	<u>3</u>
3	6	$\infty$	7	7	5
4	6	7	$\infty$	5	2
6	3	7	5	$\infty$	2
8	3	5	2	2	$\infty$

	3	4	6	7,2,5,1,8
3	$\infty$	7	7	5
4	7	$\infty$	5	2
6	7	5	$\infty$	2
7,2,5,1,8	5	2	2	$\infty$

	3	4	7,2,5,1,8,6
3	$\infty$	7	7
4	7	$\infty$	<u>5</u>
7,2,5,1,8,6	7	<u>5</u>	$\infty$

	3	7,2,5,1,8,6,4
3	$\infty$	7
7,2,5,1,8,6,4	7	$\infty$

Шлях:  $7 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 7$ 

Вага: 1+1+1+3+2+5+7=20

**№**2

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	$\infty$	6	6	6	1	3	1	3
2	6	$\infty$	5	5	1	6	1	5
3	6	5	$\infty$	7	7	7	7	5
4	6	5	7	$\infty$	6	5	1	2
5	1	1	7	6	$\infty$	6	6	6
6	3	6	7	5	6	$\infty$	1	2
7	1	1	7	1	6	1	$\infty$	2
8	3	5	5	2	6	2	2	$\infty$

	5,1	2	3	4	6	7	8
5,1	$\infty$	6	6	6	<u>3</u>	1	3
2	6	$\infty$	5	5	6	1	5
3	6	5	$\infty$	7	7	7	5
4	6	5	7	$\infty$	5	1	2
6	<u>3</u>	6	7	5	$\infty$	1	2
7	1	1	7	1	1	$\infty$	2
8	3	5	5	2	2	2	8

	2	3	4	5,1,6	7	8
2	$\infty$	5	5	6	1	5
3	5	$\infty$	7	7	7	5
4	5	7	$\infty$	5	1	2
5,1,6	6	7	5	$\infty$	1	2
7	1	7	1	1	$\infty$	2
8	5	5	2	2	2	$\infty$

	2	3	4	5,1,6,7	8
2	$\infty$	5	5	1	5
3	5	$\infty$	7	7	5
4	5	7	$\infty$	1	2
5,1,6,7	1	7	1	$\infty$	2
8	5	5	2	2	$\infty$

	2	3	5,1,6,7,4	8
2	$\infty$	5	5	5
3	5	$\infty$	7	5
5,1,6,7,4	5	7	$\infty$	2
8	5	5	<u>2</u>	$\infty$

	2	3	5,1,6,7,4,8
2	$\infty$	5	<u>5</u>
3	5	$\infty$	5
5,1,6,7,4,8	<u>5</u>	5	$\infty$

	5,1,6,7,4,8,2	3
5,1,6,7,4,8,2	$\infty$	5
3	5	$\infty$

Шлях: 
$$5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5$$

Вага: 1+3+1+1+2+5+5=18

Цей шлях  $\epsilon$  найменшим , так як циклів  $\epsilon$  велика кількість перевіримо усі можливі програмно :

```
8-> 2-> 1-> 6-> 7-> 3-> 4-> 5-> 8 (41)
                                     (37)
                     5-> 3-> 4-> 8
                                                         7-> 1->
                                                                 2-> 3->
8-> 2-> 1-> 6-> 7-> 5-> 4-> 3-> 8 (39)
                                                     4-> 7-> 1-> 2-> 5-> 3-> 8 (28)
8-> 2-> 1-> 7-> 3-> 4-> 5-> 6-> 8 (40)
8-> 2-> 1-> 7-> 3-> 4-> 6-> 5-> 8 (43)
                                                     4-> 7-> 1-> 5->
8-> 2-> 1-> 7-> 3-> 5-> 4-> 6-> 8 (39)
8-> 2-> 1-> 7-> 3-> 5-> 6-> 4-> 8 (39)
                                                         7-> 2->
                                                                 1-> 3-> 5->
8-> 2-> 1-> 7-> 3-> 6-> 4->
                              5-> 8 (43)
                                                6 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 8 (28)
8-> 2-> 1-> 7-> 3-> 6-> 5-> 4-> 8 (40)
                                                    4-> 7-> 2-> 3-> 1-> 5-> 8 (27)
                                                         7-> 2->
                                                                 3->
                 4-> 3-> 6-> 5-> 8 (39)
                                                    4-> 7-> 2-> 5-> 1-> 3-> 8 (22)
                                                         7-> 3-> 1->
                                                                      2->5->8
                                                6-> 4-> 7-> 3-> 1-> 5-> 2-> 8 (28)
             7-> 4-> 6-> 5-> 3-> 8
8-> 2-> 1-> 7-> 5-> 3-> 4-> 6-> 8 (39)
                                                         7-> 3->
                                                                  2->
8-> 2-> 1-> 7-> 5-> 3-> 6-> 4-> 8 (39)
                                                         7-> 3-> 5-> 1-> 2-> 8 (34)
8-> 2-> 1-> 7-> 5-> 4-> 3-> 6-> 8 (40)
             7-> 5-> 4-> 6-> 3-> 8 (41)
                                                         7-> 5-> 1->
                                                                      2-> 3-> 8 (31)
8-> 2-> 1-> 7-> 5-> 6-> 3-> 4-> 8 (40)
                                                6-> 4-> 7-> 5-> 1-> 3-> 2-> 8 (31)
8-> 2-> 1-> 7-> 5-> 6-> 4-> 3-> 8 (41)
                                                6-> 4-> 7-> 5-> 2-> 1-> 3-> 8 (32)
                                                6-> 4-> 7-> 5-> 2-> 3-> 1-> 8 (32)
```

```
7-> 2-> 5-> 1-> 8-> 4-> 6-> 3-> 7 (27)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 1-> 3-> 4-> 8-> 7 (28)
7-> 2-> 5-> 1-> 8-> 6-> 3-> 4-> 7 (23)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 1-> 3-> 8-> 4-> 7 (25)
7-> 2-> 5-> 1-> 8-> 6-> 4-> 3-> 7 (27)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 1-> 4-> 3-> 8-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 1-> 4-> 6-> 8-> 7 (30)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 1-> 4-> 8-> 3-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 1-> 4-> 8-> 6-> 7 (26)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 1-> 8-> 3-> 4-> 7 (27)
7-> 2-> 5-> 3-> 1-> 6-> 4-> 8-> 7 (27)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 1-> 8-> 4-> 3-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 3-> 1-> 6-> 8-> 4-> 7 (23)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 3-> 1-> 4-> 8-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 1-> 8-> 4-> 6-> 7 (26)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 3-> 1-> 8-> 4-> 7 (27)
7-> 2-> 5-> 3-> 1-> 8-> 6-> 4-> 7 (26)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 3-> 4-> 1-> 8-> 7 (33)
7-> 2-> 5-> 3-> 4-> 1-> 6-> 8-> 7 (29)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 3-> 4-> 8-> 1-> 7 (33)
7-> 2-> 5-> 3-> 4-> 1-> 8-> 6-> 7 (28)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 3-> 8-> 1-> 4-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 3-> 4-> 6-> 1-> 8-> 7 (29)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 3-> 8-> 4-> 1-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 3-> 4-> 6-> 8-> 1-> 7 (29)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 4-> 1-> 3-> 8-> 7 (32)
7-> 2-> 5-> 3-> 4-> 8-> 1-> 6-> 7 (25)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 4-> 1-> 8-> 3-> 7 (34)
7-> 2-> 5-> 3-> 4-> 8-> 6-> 1-> 7 (25)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 4-> 3-> 1-> 8-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 6-> 1-> 4-> 8-> 7 (29)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 4-> 3-> 8-> 1-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 6-> 1-> 8-> 4-> 7 (25)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 4-> 8-> 1-> 3-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 6-> 4-> 1-> 8-> 7 (32)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 4-> 8-> 3-> 1-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 6-> 4-> 8-> 1-> 7 (32)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 8-> 1-> 3-> 4-> 7 (27)
7-> 2-> 5-> 3-> 6-> 8-> 1-> 4-> 7 (28)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 8-> 1-> 4-> 3-> 7 (33)
7-> 2-> 5-> 3-> 6-> 8-> 4-> 1-> 7 (28)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 8-> 3-> 1-> 4-> 7 (28)
7-> 2-> 5-> 3-> 8-> 1-> 4-> 6-> 7 (29)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 8-> 3-> 4-> 1-> 7 (28)
7-> 2-> 5-> 3-> 8-> 1-> 6-> 4-> 7 (26)
                                           7-> 2-> 5-> 6-> 8-> 4-> 1-> 3-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 8-> 4-> 1-> 6-> 7 (26)
                                            7-> 2-> 5-> 6-> 8-> 4-> 3-> 1-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 3-> 8-> 4-> 6-> 1-> 7 (26)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 1-> 3-> 4-> 6-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 3-> 8-> 6-> 1-> 4-> 7 (26)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 1-> 3-> 6-> 4-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 3-> 8-> 6-> 4-> 1-> 7 (26)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 1-> 4-> 3-> 6-> 7 (32)
7-> 2-> 5-> 4-> 1-> 3-> 6-> 8-> 7 (31)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 1-> 4-> 6-> 3-> 7 (36)
7-> 2-> 5-> 4-> 1-> 3-> 8-> 6-> 7 (28)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 1-> 6-> 3-> 4-> 7 (29)
7-> 2-> 5-> 4-> 1-> 6-> 3-> 8-> 7 (31)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 1-> 6-> 4-> 3-> 7 (33)
7-> 2-> 5-> 4-> 1-> 6-> 8-> 3-> 7 (31)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 3-> 1-> 4-> 6-> 7 (31)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 3-> 1-> 6-> 4-> 7 (28)
7-> 2-> 5-> 4-> 1-> 8-> 3-> 6-> 7 (30)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 3-> 4-> 1-> 6-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 4-> 1-> 8-> 6-> 3-> 7 (33)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 3-> 4-> 6-> 1-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 4-> 3-> 1-> 6-> 8-> 7 (28)
7-> 2-> 5-> 4-> 3-> 1-> 8-> 6-> 7 (27)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 3-> 6-> 1-> 4-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 4-> 3-> 6-> 1-> 8-> 7 (30)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 3-> 6-> 4-> 1-> 7 (30)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 4-> 1-> 3-> 6-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 4-> 3-> 6-> 8-> 1-> 7 (30)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 4-> 1-> 6-> 3-> 7 (33)
7-> 2-> 5-> 4-> 3-> 8-> 1-> 6-> 7 (27)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 4-> 3-> 1-> 6-> 7 (27)
7-> 2-> 5-> 4-> 3-> 8-> 6-> 1-> 7 (27)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 4-> 3-> 6-> 1-> 7 (27)
7-> 2-> 5-> 4-> 6-> 1-> 3-> 8-> 7 (29)
7-> 2-> 5-> 4-> 6-> 1-> 8-> 3-> 7 (31)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 4-> 6-> 1-> 3-> 7 (31)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 4-> 6-> 3-> 1-> 7 (31)
7-> 2-> 5-> 4-> 6-> 3-> 1-> 8-> 7 (31)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 6-> 1-> 3-> 4-> 7 (27)
7-> 2-> 5-> 4-> 6-> 3-> 8-> 1-> 7 (31)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 6-> 1-> 4-> 3-> 7 (33)
7-> 2-> 5-> 4-> 6-> 8-> 1-> 3-> 7 (31)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 6-> 3-> 1-> 4-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 4-> 6-> 8-> 3-> 1-> 7 (31)
                                            7-> 2-> 5-> 8-> 6-> 3-> 4-> 1-> 7 (30)
7-> 2-> 5-> 4-> 8-> 1-> 3-> 6-> 7 (27)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 6-> 4-> 1-> 3-> 7 (34)
7-> 2-> 5-> 4-> 8-> 1-> 6-> 3-> 7 (30)
                                           7-> 2-> 5-> 8-> 6-> 4-> 3-> 1-> 7 (34)
7-> 2-> 5-> 4-> 8-> 3-> 1-> 6-> 7 (25)
                                           7-> 2-> 6-> 1-> 3-> 4-> 5-> 8-> 7 (37)
7-> 2-> 5-> 4-> 8-> 3-> 6-> 1-> 7 (25)
                                            7-> 2-> 6-> 1-> 3-> 4-> 8-> 5-> 7 (37)
7-> 2-> 5-> 4-> 8-> 6-> 1-> 3-> 7 (28)
```

```
7-> 2-> 6-> 5-> 1-> 3-> 4-> 8-> 7 (31)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 4-> 2-> 5-> 8-> 7 (35)
7-> 2-> 6-> 5-> 1-> 3-> 8-> 4-> 7 (28)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 4-> 2-> 8-> 5-> 7 (43)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 4-> 5-> 2-> 8-> 7 (35)
7-> 2-> 6-> 5-> 1-> 4-> 3-> 8-> 7 (34)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 4-> 5-> 8-> 2-> 7 (39)
7-> 2-> 6-> 5-> 1-> 4-> 8-> 3-> 7 (34)
7-> 2-> 6-> 5-> 1-> 8-> 3-> 4-> 7 (30)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 4-> 8-> 2-> 5-> 7 (35)
7-> 2-> 6-> 5-> 1-> 8-> 4-> 3-> 7 (33)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 4-> 8-> 5-> 2-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 5-> 3-> 1-> 4-> 8-> 7 (36)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 5-> 2-> 4-> 8-> 7 (32)
7->2->6->5->3->1->8->4->7 (32)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 5-> 2-> 8-> 4-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 5-> 3-> 4-> 1-> 8-> 7 (38)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 5-> 4-> 2-> 8-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 5-> 3-> 4-> 8-> 1-> 7 (38)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 5-> 4-> 8-> 2-> 7 (36)
7-> 2-> 6-> 5-> 3-> 8-> 1-> 4-> 7 (35)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 5-> 8-> 2-> 4-> 7 (39)
7-> 2-> 6-> 5-> 3-> 8-> 4-> 1-> 7 (35)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 5-> 8-> 4-> 2-> 7 (36)
7-> 2-> 6-> 5-> 4-> 1-> 3-> 8-> 7 (38)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 8-> 2-> 4-> 5-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 5-> 4-> 1-> 8-> 3-> 7 (40)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 8-> 2-> 5-> 4-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 5-> 4-> 3-> 1-> 8-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 8-> 4-> 2-> 5-> 7 (32)
7-> 2-> 6-> 5-> 4-> 3-> 8-> 1-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 8-> 4-> 5-> 2-> 7 (28)
7-> 2-> 6-> 5-> 4-> 8-> 1-> 3-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 8-> 5-> 2-> 4-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 5-> 4-> 8-> 3-> 1-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 6-> 8-> 5-> 4-> 2-> 7 (36)
7-> 2-> 6-> 5-> 8-> 1-> 3-> 4-> 7 (36)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 2-> 4-> 5-> 6-> 7 (39)
7-> 2-> 6-> 5-> 8-> 1-> 4-> 3-> 7 (42)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 2-> 4-> 6-> 5-> 7 (43)
7-> 2-> 6-> 5-> 8-> 3-> 1-> 4-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 2-> 5-> 4-> 6-> 7 (34)
7-> 2-> 6-> 5-> 8-> 3-> 4-> 1-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 2-> 5-> 6-> 4-> 7 (34)
7-> 2-> 6-> 5-> 8-> 4-> 1-> 3-> 7 (40)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 2-> 6-> 4-> 5-> 7 (44)
7-> 2-> 6-> 5-> 8-> 4-> 3-> 1-> 7 (40)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 2-> 6-> 5-> 4-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 8-> 1-> 3-> 4-> 5-> 7 (37)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 4-> 2-> 5-> 6-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 8-> 1-> 3-> 5-> 4-> 7 (32)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 4-> 2-> 6-> 5-> 7 (41)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 4-> 5-> 2-> 6-> 7 (32)
7-> 2-> 6-> 8-> 1-> 4-> 3-> 5-> 7 (38)
7-> 2-> 6-> 8-> 1-> 4-> 5-> 3-> 7 (38)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 4-> 5-> 6-> 2-> 7 (37)
7-> 2-> 6-> 8-> 1-> 5-> 3-> 4-> 7 (28)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 4-> 6-> 2-> 5-> 7 (36)
7-> 2-> 6-> 8-> 1-> 5-> 4-> 3-> 7 (33)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 4-> 6-> 5-> 2-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 8-> 3-> 1-> 4-> 5-> 7 (38)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 5-> 2-> 4-> 6-> 7 (34)
7-> 2-> 6-> 8-> 3-> 1-> 5-> 4-> 7 (28)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 5-> 2-> 6-> 4-> 7 (35)
7-> 2-> 6-> 8-> 3-> 4-> 1-> 5-> 7 (34)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 5-> 4-> 2-> 6-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 8-> 3-> 4-> 5-> 1-> 7 (34)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 5-> 4-> 6-> 2-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 8-> 3-> 5-> 1-> 4-> 7 (29)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 5-> 6-> 2-> 4-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 8-> 3-> 5-> 4-> 1-> 7 (29)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 5-> 6-> 4-> 2-> 7 (39)
7-> 2-> 6-> 8-> 4-> 1-> 3-> 5-> 7 (36)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 6-> 2-> 4-> 5-> 7 (41)
7-> 2-> 6-> 8-> 4-> 1-> 5-> 3-> 7 (32)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 6-> 2-> 5-> 4-> 7 (32)
7-> 2-> 6-> 8-> 4-> 3-> 1-> 5-> 7 (31)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 6-> 4-> 2-> 5-> 7 (35)
7-> 2-> 6-> 8-> 4-> 3-> 5-> 1-> 7 (31)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 6-> 4-> 5-> 2-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 8-> 4-> 5-> 1-> 3-> 7 (31)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 6-> 5-> 2-> 4-> 7 (31)
7-> 2-> 6-> 8-> 4-> 5-> 3-> 1-> 7 (31)
                                        7-> 3-> 1-> 8-> 6-> 5-> 4-> 2-> 7 (36)
7-> 2-> 6-> 8-> 5-> 1-> 3-> 4-> 7 (30)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 4-> 5-> 6-> 8-> 7 (40)
7-> 2-> 6-> 8-> 5-> 1-> 4-> 3-> 7 (36)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 4-> 5-> 8-> 6-> 7 (39)
7-> 2-> 6-> 8-> 5-> 3-> 1-> 4-> 7 (35)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 4-> 6-> 5-> 8-> 7 (43)
7-> 2-> 6-> 8-> 5-> 3-> 4-> 1-> 7 (35)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 4-> 6-> 8-> 5-> 7 (43)
7-> 2-> 6-> 8-> 5-> 4-> 1-> 3-> 7 (40)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 4-> 8-> 5-> 6-> 7 (39)
7-> 2-> 6-> 8-> 5-> 4-> 3-> 1-> 7 (40)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 4-> 8-> 6-> 5-> 7 (40)
7-> 2-> 8-> 1-> 3-> 4-> 5-> 6-> 7 (35)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 5-> 4-> 6-> 8-> 7 (34)
7-> 2-> 8-> 1-> 3-> 4-> 6-> 5-> 7 (39)
                                        7-> 3-> 2-> 1-> 5-> 4-> 8-> 6-> 7 (30)
```

```
7-> 5-> 3-> 1-> 4-> 2-> 8-> 6-> 7 (38)
-> 3-> 4-> 2-> 8-> 5-> 6-> 1-> 7 (35)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 4-> 6-> 2-> 8-> 7 (43)
-> 3-> 4-> 2-> 8-> 6-> 1-> 5-> 7 (36)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 4-> 6-> 8-> 2-> 7 (38)
'-> 3-> 4-> 2-> 8-> 6-> 5-> 1-> 7 (36)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 4-> 8-> 2-> 6-> 7 (39)
'-> 3-> 4-> 5-> 1-> 2-> 6-> 8-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 4-> 8-> 6-> 2-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 1-> 2-> 8-> 6-> 7 (35)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 6-> 2-> 4-> 8-> 7 (37)
-> 3-> 4-> 5-> 1-> 6-> 2-> 8-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 6-> 2-> 8-> 4-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 1-> 6-> 8-> 2-> 7 (32)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 6-> 4-> 2-> 8-> 7 (39)
-> 3-> 4-> 5-> 1-> 8-> 2-> 6-> 7 (36)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 6-> 4-> 8-> 2-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 5-> 1-> 8-> 6-> 2-> 7 (33)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 6-> 8-> 2-> 4-> 7 (35)
'-> 3-> 4-> 5-> 2-> 1-> 6-> 8-> 7 (34)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 6-> 8-> 4-> 2-> 7 (32)
-> 3-> 4-> 5-> 2-> 1-> 8-> 6-> 7 (33)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 8-> 2-> 4-> 6-> 7 (38)
-> 3-> 4-> 5-> 2-> 6-> 1-> 8-> 7 (35)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 8-> 2-> 6-> 4-> 7 (39)
-> 3-> 4-> 5-> 2-> 6-> 8-> 1-> 7 (35)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 8-> 4-> 2-> 6-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 2-> 8-> 1-> 6-> 7 (33)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 8-> 4-> 6-> 2-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 2-> 8-> 6-> 1-> 7 (33)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 8-> 6-> 2-> 4-> 7 (36)
'-> 3-> 4-> 5-> 6-> 1-> 2-> 8-> 7 (42)
                                          7-> 5-> 3-> 1-> 8-> 6-> 4-> 2-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 5-> 6-> 1-> 8-> 2-> 7 (38)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 1-> 4-> 6-> 8-> 7 (39)
'-> 3-> 4-> 5-> 6-> 2-> 1-> 8-> 7 (43)
                                          7->5->3->2->1->4->8->6->7 (35)
-> 3-> 4-> 5-> 6-> 2-> 8-> 1-> 7 (43)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 1-> 6-> 4-> 8-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 6-> 8-> 1-> 2-> 7 (38)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 1-> 6-> 8-> 4-> 7 (32)
-> 3-> 4-> 5-> 6-> 8-> 2-> 1-> 7 (38)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 1-> 8-> 4-> 6-> 7 (35)
'-> 3-> 4-> 5-> 8-> 1-> 2-> 6-> 7 (42)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 1-> 8-> 6-> 4-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 5-> 8-> 1-> 6-> 2-> 7 (39)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 4-> 1-> 6-> 8-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 8-> 2-> 1-> 6-> 7 (41)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 4-> 1-> 8-> 6-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 5-> 8-> 2-> 6-> 1-> 7 (41)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 4-> 6-> 1-> 8-> 7 (36)
-> 3-> 4-> 5-> 8-> 6-> 1-> 2-> 7 (38)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 4-> 6-> 8-> 1-> 7 (36)
'-> 3-> 4-> 5-> 8-> 6-> 2-> 1-> 7 (38)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 4-> 8-> 1-> 6-> 7 (32)
'-> 3-> 4-> 6-> 1-> 2-> 5-> 8-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 4-> 8-> 6-> 1-> 7 (32)
-> 3-> 4-> 6-> 1-> 2-> 8-> 5-> 7 (45)
                                          7 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 7 (37)
-> 3-> 4-> 6-> 1-> 5-> 2-> 8-> 7 (31)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 6-> 1-> 8-> 4-> 7 (33)
-> 3-> 4-> 6-> 1-> 5-> 8-> 2-> 7 (35)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 6-> 4-> 1-> 8-> 7 (40)
-> 3-> 4-> 6-> 1-> 8-> 2-> 5-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 6-> 4-> 8-> 1-> 7 (40)
'-> 3-> 4-> 6-> 1-> 8-> 5-> 2-> 7 (33)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 6-> 8-> 1-> 4-> 7 (36)
'-> 3-> 4-> 6-> 2-> 1-> 5-> 8-> 7 (40)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 6-> 8-> 4-> 1-> 7 (36)
'-> 3-> 4-> 6-> 2-> 1-> 8-> 5-> 7 (46)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 8-> 1-> 4-> 6-> 7 (38)
-> 3-> 4-> 6-> 2-> 5-> 1-> 8-> 7 (32)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 8-> 1-> 6-> 4-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 6-> 2-> 5-> 8-> 1-> 7 (32)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 8-> 4-> 1-> 6-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 6-> 2-> 8-> 1-> 5-> 7 (40)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 8-> 4-> 6-> 1-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 6-> 2-> 8-> 5-> 1-> 7 (40)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 8-> 6-> 1-> 4-> 7 (35)
'-> 3-> 4-> 6-> 5-> 1-> 2-> 8-> 7 (39)
                                          7-> 5-> 3-> 2-> 8-> 6-> 4-> 1-> 7 (35)
-> 3-> 4-> 6-> 5-> 1-> 8-> 2-> 7 (35)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 1-> 2-> 6-> 8-> 7 (42)
-> 3-> 4-> 6-> 5-> 2-> 1-> 8-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 1-> 2-> 8-> 6-> 7 (40)
-> 3-> 4-> 6-> 5-> 2-> 8-> 1-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 1-> 6-> 2-> 8-> 7 (42)
-> 3-> 4-> 6-> 5-> 8-> 1-> 2-> 7 (41)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 1-> 6-> 8-> 2-> 7 (37)
'-> 3-> 4-> 6-> 5-> 8-> 2-> 1-> 7 (41)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 1-> 8-> 2-> 6-> 7 (41)
-> 3-> 4-> 6-> 8-> 1-> 2-> 5-> 7 (37)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 1-> 8-> 6-> 2-> 7 (38)
-> 3-> 4-> 6-> 8-> 1-> 5-> 2-> 7 (27)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 2-> 1-> 6-> 8-> 7 (38)
'-> 3-> 4-> 6-> 8-> 2-> 1-> 5-> 7 (39)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 2-> 1-> 8-> 6-> 7 (37)
-> 3-> 4-> 6-> 8-> 2-> 5-> 1-> 7 (39)
                                          7-> 5-> 3-> 4-> 2-> 6-> 1-> 8-> 7 (39)
·> 3-> 4-> 6-> 8-> 5-> 1-> 2-> 7 (35)
```

#### Мінімальні шляхи з кожної вершини:

```
Ways:
1 -> 5 -> 2 -> 3 -> 8 -> 4 -> 7 -> 6 -> 1
 -> 6 -> 7 -> 4 -> 8 -> 3 -> 2 -> 5 -> 1
 -> 3 -> 8 -> 4 -> 7 -> 6 -> 1 -> 5 ->
                       -> 4 -> 8 -> 3
       -> 1 -> 6 -> 7
  -> 2 -> 5 -> 1 -> 6 -> 7 -> 4 -> 8 ->
    8 -> 4 -> 7
                 -> 6 -> 1 -> 5 -> 2
       -> 6 -> 1 -> 5
                      -> 2 -> 3 -> 8
  -> 8 -> 3 -> 2 -> 5 -> 1 -> 6 -> 7
    1 \rightarrow 6 \rightarrow 7
                 -> 4 -> 8 -> 3 ->
      -> 3 -> 8 -> 4 -> 7 -> 6 -> 1
    1 \to 5 \to 2 \to 3 \to 8 \to 4 \to 7
       -> 4 -> 8 -> 3 -> 2 -> 5 -> 1
       -> 8 -> 3 -> 2 -> 5 -> 1 -> 6 ->
     6 -> 1 -> 5 -> 2 -> 3 -> 8 -> 4 -> 7
                     1 \to 6 \to 7 \to 4 \to
```

```
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <string>
#include <fstream>
using namespace std;
ifstream fin;
string path = "MyFile1.txt";
struct mass{
    int mas[9];
};
int** input() {
    int coun = 8;
    string str;
    str = "";
    fin.open(path);
    int** arr;
    arr = new int* [coun];
    for (int i = 0; i < coun; i++)</pre>
        arr[i] = new int[coun];
    for (int i = 0; i < coun; i++){</pre>
        for (int j = 0; j < coun; j++)</pre>
             arr[i][j] = 0;
    for (int i = 0; i < coun; i++){
        for (int j = i + 1; j < coun; j++){
             getline(fin, str);
             arr[i][j] = atoi(str.c str());
             arr[j][i] = atoi(str.c_str());
        }
    fin.close();
    return arr;
bool compon(int* arr, int count){
    int* mas = new int[count];
    for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
        mas[i] = count - i;
    for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
```

```
if (mas[i] != arr[i]){
            return true;
        else{
            continue;
        }
    }
    return false;
bool povt(int* mas, int size){
    bool k = true;
    for (int i = 0; i < size; i++){</pre>
        for (int j = 0; j < size; j++){</pre>
            if (mas[i] == mas[j] && i != j){
                 return false;
            }
        }
    }
    return true;
int way(int** mat, int* arr){
    int count = 0;
    for (int i = 0; i < 7; i++){
        count += mat[arr[i] - 1][arr[i + 1] - 1];
    count += mat[arr[7] - 1][arr[0] - 1];
    return count;
int main() {
    int const count = 8;
    int** arr;
    arr = input();
    int var = count - 1;
    bool k = true;
    int* mas = new int[count];
    int* minmas = new int[9];
    int min = 1000;
    int leng = 0;
    int m = 0;
    for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
        mas[i] = 1;
        minmas[i] = 1;
    while (compon(mas, count)){
        while (mas[var] != count){
            mas[var]++;
            if (povt(mas, count)){
                 leng = way(arr, mas);
                 for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
                     cout << mas[i] << "-> ";
                 cout << mas[0] << " (" << leng << ") ";</pre>
                 cout << endl;</pre>
                 if (leng < min){</pre>
                     min = leng;
                     m = 1;
                 if (leng == min){
                     m++;
                 }
            }
        }
        while (mas[var] == count){
            mas[var] = 1;
            var--;
        }
        mas[var]++;
        if (povt(mas, count)){
```

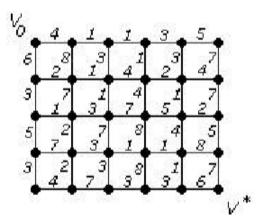
```
for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
             cout << mas[i] << "-> ";
        cout << mas[0] << " (" << leng << ") ";</pre>
        cout << endl;</pre>
        leng = way(arr, mas);
        if (leng < min){</pre>
            min = leng;
            m = 1;
        if (leng == min){
            m++;
    }
    var = count - 1;
for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
    mas[i] = 1;
    minmas[i] = 1;
mass* rez = new mass[m];
int iter = 0;
while (compon(mas, count)){
    while (mas[var] != count){
        mas[var]++;
        if (povt(mas, count)){
             leng = way(arr, mas);
             if (leng == min){
                 for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
                      rez[iter].mas[i] = mas[i];
                 rez[iter].mas[count] = mas[0];
                 iter++;
             }
        }
    while (mas[var] == count){
        mas[var] = 1;
        var--;
    mas[var]++;
    if (povt(mas, count)){
        leng = way(arr, mas);
        if (leng == min){
             for (int i = 0; i < count; i++){</pre>
                 rez[iter].mas[i] = mas[i];
             rez[iter].mas[count] = mas[0];
             iter++;
        }
    }
    var = count - 1;
cout << "Ways: " << endl;</pre>
for (int i = 0; i < iter - 1; i++){</pre>
    for (int j = 0; j <= count; j++){
        if (j != 0){
            cout << "-> ";
        cout << rez[i].mas[j] << " ";</pre>
    cout << endl;</pre>
cout << "Minimal leng = " << min;</pre>
return 0;
```

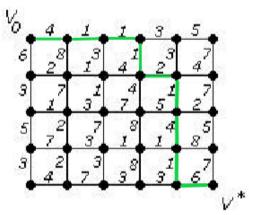
}

#### Завдання №7.

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V0 і  $V^*$  .

## 17)





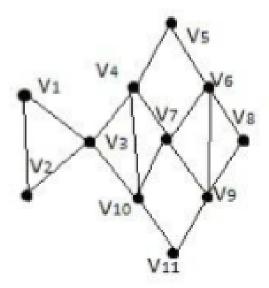
```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <locale>
using namespace std;
int main()
{
       ifstream fin("MyFile.txt");
       setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
       int versh, rebro;
       fin >> versh >> rebro;
       const int SIZE = 30;
       int matr[SIZE][SIZE]; // матриця зв'язків
       int dist[SIZE]; // мінімальна відстань
       int visit[SIZE]; // чи відвідані вершни
       int dis, top, min;
       int start_index = 0;
       for (int i = 0; i < versh; i++){</pre>
                                          // Ініціалізація матриці зв'язків
              dist[i] = 99999;
              visit[i] = 0;
              for (int j = 0; j < versh; j++){
                     matr[i][j] = 0;
                     matr[j][i] = 0;
              }
       for (int i = 0; i < rebro; i++) {</pre>
              int v1, v2, dis;
              fin >> v1 >> v2 >> dis;
              matr[v1 - 1][v2 - 1] = dis;
              matr[v2 - 1][v1 - 1] = dis;
       cout << "Алгоритм Дейкстра\n";
       dist[0] = 0;
       do {
              top = 99999;
              min = 99999;
              for (int i = 0; i < versh; i++){</pre>
                     if (visit[i] == 0 && dist[i] < min){</pre>
                            min = dist[i];
                            top = i;
```

```
}
          if (top != 99999){
                 for (int i = 0; i < versh; i++){</pre>
                        if (matr[top][i] > 0){
                               dis = min + matr[top][i];
                               if (dis < dist[i]){</pre>
                                      dist[i] = dis;
                               }
                        }
                 visit[top] = 1;
   } while (top < 99999);</pre>
   int end = versh - 1;
   int waga = dist[end];
   int way[30];
   way[0] = versh - 1;
   int k = 1;
   while (end != 0){
          for (int i = 0; i < versh; i++){</pre>
                 if (matr[end][i] > 0){
                        if (dist[i] == waga - matr[end][i]){
                               waga = dist[i];
                               way[k] = i;
                               end = i;
                               k++;
                        }
                 }
          }
   cout << "\nНайменший шлях з V0 в V29: ";
   for (int i = k; i > 0; i--){
          if (i - 1 > 0)
                 cout << way[i - 1] << " -> ";
          else
                 cout << way[i - 1];</pre>
   cout << "\n\nДовжина відстані: " << dist[versh - 1] << endl;
Алгоритм Дейкстра
Найменший шлях з V0 в V29: 0 -> 1 -> 2 -> 3 -> 9 -> 10 -> 16 -> 22 -> 28 -> 29
Довжина відстані: 21
```

#### Завдання № 8

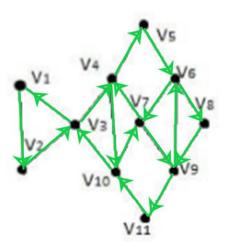
Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами:

- а) Флері;
- б) елементарних циклів.



A) 
$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

```
#include <iostream>
#include <string.h>
#include <algorithm>
#include <list>
using namespace std;
class Graph{
       int V;
       list<int>* adj;
public:
       Graph(int V) { this->V = V; adj = new list<int>[V + 1]; }
       ~Graph() { delete[] adj; }
       void addEdge(int u, int v) { adj[u].push_back(v);
adj[v].push_back(u); }
       void rmvEdge(int u, int v);
       void printEulerTour();
       void printEulerUtil(int s);
       int DFSCount(int v, bool visited[]);
       bool isValidNextEdge(int u, int v);
};
void Graph::printEulerTour(){
       int u = 1;
       for (int i = 1; i <= V; i++)</pre>
              if (adj[i].size() & 1){
                     u = i; break;
       printEulerUtil(u);
       cout << endl;</pre>
}
void Graph::printEulerUtil(int u){
       list<int>::iterator i;
       for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i){
              int v = *i;
```



```
if (v != -1 && isValidNextEdge(u, v)){
                    cout << u << "-" << v << " ";
                    rmvEdge(u, v);
                    printEulerUtil(v);
              }
      }
}
bool Graph::isValidNextEdge(int u, int v){
      int count = 0;
      list<int>::iterator i;
      for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
              if (*i != -1)
                    count++;
      if (count == 1)
              return true;
      bool visited[20];
      memset(visited, false, V);
      int count1 = DFSCount(u, visited);
      rmvEdge(u, v);
      memset(visited, false, V);
      int count2 = DFSCount(u, visited);
      addEdge(u, v);
      return (count1 > count2) ? false : true;
}
void Graph::rmvEdge(int u, int v){
      list<int>::iterator iv = find(adj[u].begin(), adj[u].end(), v);
       *iv = -1;
       list<int>::iterator iu = find(adj[v].begin(), adj[v].end(), u);
       *iu = -1;
}
int Graph::DFSCount(int v, bool visited[]){
      visited[v] = true;
      int count = 1;
       list<int>::iterator i;
      for (i = adj[v].begin(); i != adj[v].end(); ++i)
              if (*i != -1 && !visited[*i])
                    count += DFSCount(*i, visited);
       return count;
}
int main(){
      Graph g1(17);
      g1.addEdge(1, 2);
      g1.addEdge(1, 3);
      g1.addEdge(2, 3);
      g1.addEdge(3, 4);
      g1.addEdge(3, 10);
      g1.addEdge(4, 10);
      g1.addEdge(4, 7);
      g1.addEdge(4, 5);
      g1.addEdge(5, 6);
      g1.addEdge(6, 7);
      g1.addEdge(6, 8);
      g1.addEdge(6, 9);
      g1.addEdge(7, 9);
      g1.addEdge(7, 10);
      g1.addEdge(8, 9);
      g1.addEdge(9, 11);
      g1.addEdge(10, 11);
      g1.printEulerTour();
      return 0;
```

```
Б) 1 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1
#include <iostream>
#include <vector>
#include <stack>
#include <algorithm>
#include <list>
using namespace std;
vector < list<int> > graph;
vector <int> deg;
stack<int> head, tail;
int main() {
         int n, a, x, y;
     cin >> n >> a;
     graph.resize(n + 1);
     deg.resize(n + 1);
     for (; a--;) {
         cin >> x >> y;
         graph[x].push_back(y);
         graph[y].push_back(x);
         ++deg[x];
         ++deg[y];
     if (any_of(deg.begin() + 1, deg.end(), [](int i) {return i & 1; }))
         cout << "No euler cycle exists\n";</pre>
    else {
         head.push(1);
         while (!head.empty()) {
              while (deg[head.top()]) {
                   int v = graph[head.top()].back();
                   graph[head.top()].pop_back();
                   graph[v].remove(head.top());
                   --deg[head.top()];
                   head.push(v);
                   --deg[v];
              while (!head.empty() && !deg[head.top()]) { tail.push(head.top()); head.pop(); }
         while (!tail.empty()) { cout << tail.top() << ' '; tail.pop(); }</pre>
    }
    }
    11 17
    1 2
    1 3
    2 3
    3 4
    3 10
    4 10
    4 5
    4 7
    10 7
    10 11
    5 6
    7 6
    7 9
    11 9
    6 9
    6 8
    9
      8
       3 10 11 9 8 6 9 7 6 5 4 7 10 4 3 2 1
```

#### Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

17. 
$$x\bar{y} \vee \bar{x}\bar{z} \vee yz$$

$$= (x \land \neg y) \lor (\neg x \land \neg z) \lor (y \land z) =$$

$$= (x \land \neg y) \lor ((\neg x \land \neg z) \lor y) \land ((\neg x \land \neg z) \lor z) =$$

$$= (x \land \neg y) \lor ((\neg x \lor y) \land (\neg z \land y)) \land ((\neg x \lor z) \land (\neg z \land z)) =$$

$$= (x \land \neg y) \lor ((\neg x \lor y) \land (\neg z \land y)) \land ((\neg x \lor z)) =$$

$$= (x \land \neg y) \lor (\neg x \lor y) \land (\neg z \land y)) \land ((\neg x \lor z)) =$$

$$= (x \land \neg y) \lor \neg x \lor y =$$

$$= ((x \land \neg x) \land (\neg y \lor \neg x)) =$$

$$= \neg y \lor \neg x \lor y =$$

$$= 1$$