Контрольна робота.

Виконав студент групи ВТ-21-1(1) – Бабушко Андрій.

Тема: Диференціальні рівняння

Сторінка 1:

Контрольна робота. Диференціальні рівняння 14.06.22

Розв'язати рівняння Варіант – 1

№11 $x + xy + yy'(1+x) = 0$

$yy'(x+1) = -xy - x \quad \Big| : x+1$

$yy' = -\dfrac{xy + x}{x+1} \qquad yy' = \dfrac{x(-y-1)}{x+1} \Rightarrow \dfrac{ydy}{dx} = \dfrac{x(-y-1)}{x+1} \quad \Big| \cdot dx$

$ydy = \dfrac{x(-y-1)\,dx}{x+1} \quad \Big| : (-y-1) \Rightarrow -\dfrac{ydy}{y+1} = \dfrac{xdx}{x+1}$

втрачено рішення: $y+1=0$; $y=-1$.

Інтегруємо: $\displaystyle\int -\frac{y}{y+1}\,dy = \int \frac{x}{x+1}\,dx$

					«Житомирська політехніка».21.121.01.000–Кр2
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	
Розроб.		Бабушко А.С.			Звіт з лабораторної роботи — Літ. / Арк. 1 / Аркушів 4
Перевір.		Сверчевська І.А.			
Керівник					ФІКТ Гр. ВТ-21-1[1]
Н. контр.					
Зав. каф.					

Сторіка 2:

$y - \ln(y+1) = \ln(x+1) - x + C, \quad y = -1$

№2.1 $xy' = y + 2x \cdot tg\left(\frac{3y}{x}\right) \Rightarrow \frac{x\,dy}{dx} = y + 2x \cdot tg\left(\frac{3y}{x}\right) \Big| \cdot dx$

$x\,dy = \left(y + 2x \cdot tg\left(\frac{3y}{x}\right)\right) dx$ Підстановка: $y = ux$; $dy = u\,dx + x\,du$

$x(u\,dx + x\,du) = (2tg(3u) + u)\,x\,dx$

$\cancel{ux\,dx} + x^2 du = 2tg(3u)\,x\,dx + \cancel{ux\,dx}$

$x^2 du = 2tg(3u)\,x\,dx \;\Big|\; : x^2, \; : tg(3u)$

$\frac{du}{tg(3u)} = \frac{2dx}{x}$ Втрачено рішення: $u = 0$; $\frac{y}{x} = 0$; $y = 0$

$\int \frac{1}{tg(3u)} du = \int \frac{2}{x} dx \Rightarrow \frac{\ln(\sin 3u)}{3} = 2\ln(x) + C$

одразу до розвязаного інтегралу

Використовуємо формулу: $e^{\ln(\alpha)} = \alpha$

$\sqrt[3]{\sin 3u} = e^C \cdot x^2 \Rightarrow$ Обернена заміна: $\sqrt[3]{\sin\left(\frac{3y}{x}\right)} = Cx^2$

Результат: $\underline{\sin\left(\frac{3y}{x}\right) = Cx^6, \; y = 0}$

№3.1 $y' + y\,tg x = \cos^2 x$ Лін рівняння I порядку

$a(x) = tg(x), \quad b(x) = \cos^2 x$

Підстановка: $y = u \cdot v, \; y' = uv' + u'v \Rightarrow uv\,tg x + uv' + u'v = \cos^2 x$ $\quad u'v + u(v\,tg x + v') = \cos^2 x$

1) $v\,tg(x) + v' = 0 \quad v' = -v\,tg x \quad \frac{dv}{d} = -v\,tg x \Big| \cdot dx$

$dv = -v\,tg\,x\,dx \;\Big|\; : v \quad \frac{dv}{v} = -tg x\,dx$

$\int \frac{1}{v} dv = \int -tg x\,dx \Rightarrow \ln(v) = \ln(\cos x)$

Викор. формулу: $e^{\ln(\alpha)} = \alpha \Rightarrow \underline{v = \cos x}$

Сторінка 3:

2) $u' \cos x = \cos^2 x \mid : \cos x$ $\quad u' = \cos x$ втрачено рішення: $\cos(x)$ $x = \frac{\pi}{2}$

$\frac{du}{dx} = \cos x \mid \cdot dx$

$du = \cos x \, dx$

$\int 1 \, du = \int \cos x \, dx \Rightarrow u = \sin x + C, \; x = \frac{\pi}{2}$

Розв'язок: $y = \cos x (\sin x + C)$

№4.1 $(y - \sin x)\, dx + (x+1)\, dy = 0$

Рівняння у повних диференціалах: $M(x,y)\, dy + N(x,y)\, dx = 0$

Знайдемо: $F(x,y) \Rightarrow F'_x dx + F'_y dy = \int N(x,y)\, dx = \int y - \sin x \, dx =$

$= \cos x + yx + C_y$, де $(\cos x + yx)'_y = x$

$C_y = \int M(x,y) - (\cos x + yx)'_y \, dy = \int 1 \, dy = y$

$F(x,y) = \cos x + yx + C_y \Rightarrow y + \cos x + yx = C$

№5.1 $y' = \frac{1}{x} y - \frac{y^2}{x}$ $\quad y' = \frac{y - y^2}{x}$ $\quad \frac{dy}{dx} = \frac{y - y^2}{x} \mid \cdot dx, : y - y^2$

$-\frac{dy}{y^2 - y} = \frac{dx}{x}$ $\quad$ втрачено рішення: $\begin{cases} y - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

$\int -\frac{1}{y^2 - y} dy = \int \frac{1}{x} dx$ $\quad \Big| \quad \int -\frac{1}{y^2 - y} dy = -\int \frac{1}{y(y-1)} dy =$

$\ln(y-1) - \ln(y) = C - \ln(x)$ $\quad = -\int \frac{1}{y-1} - \frac{1}{y} dy = \ln(y) -$

$\frac{y-1}{y} = \frac{e^c}{x} \Rightarrow$ $\quad - \ln(y-1)$

$\Rightarrow y = \frac{x}{x + C}$; $y = 1$, якщо $C = 0$

$y = 0$, якщо $C = \infty$

					«Житомирська політехніка».21.121.01.000 – Кр2	Арк.
		Бабушко А.С.				
		Сверчевська І.А,				3
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Сторінка 4:

№6.1 $y'' - 6y' + 13y = 0$

Лін. рів. з постійними коеф. $x^2 - 6x + 13 = 0$ $D<0$

$k = 1$ $x_{1,2} = \pm 2i + 3$

Для розвязання рівняння використовуємо теорему:

$C_1 e^{3x} \sin 2x + C e^{3x} \cos 2x$

$y = C_1 e^{3x} \sin 2x + C e^{3x} \cos 2y$

№7.1. $y'' + 2y' - 35y = e^{5x}$ Лін. рів з постійними коеф.

1) Загальне рішення:

$x^2 + 2x - 35 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+7) = 0;$ $x_1 = 5$; $x_2 = -7$ $k=1$

$y = Ce^{5x} + \frac{C_1}{e^{7x}}$ – загальне рішення

$k = 1$ y Ce^{5x}

$k = 1$ $\frac{C_1}{e^{7x}}$

2) Часткове рішення: $s = 1$

$y_0' = e^{5x}(5Ax + A)$ $y_0'' = e^{5x}(25Ax + 10A)$

$12Ae^{5x} = e^{5x}$ $12A = 1$ $A = \frac{1}{12}$ $y_0 = \frac{xe^{5x}}{12}$ – часткове рішення

Розвязок рівняння: $y = Ce^{5x} + \frac{C_1}{e^{7x}} + \frac{xe^{5x}}{12}$