

Контрольна робота. Виконав студент групи ВТ-21-1(1) – Бабушко Андрій.

Тема: Визначений інтеграл.

Контрольна робота з математичного аналізу

Розділ Визначений інтеграл.

Варіант - 1.

№1. Обчислити інтеграл

$$\begin{aligned} 1.1 \int_4^9 \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx &= \int_4^9 \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{\sqrt{x}} dx = \int_4^9 \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} dx = \int_4^9 \left(\frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx \\ &= \int_4^9 1 dx + \int_4^9 \frac{2}{\sqrt{x}} dx + \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = x \Big|_4^9 + 4\sqrt{x} \Big|_4^9 + \ln(x) \Big|_4^9 = \\ &= 9 + 4\sqrt{9} + \ln(9) - (4 + 4\sqrt{4} + \ln(4)) = 9 + 2\ln\left(\frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

№2. Обчислити інтеграл

$$\begin{aligned} \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln(x)}} &= \left[\begin{array}{l} u = \ln(x) + 1 \\ du = \frac{1}{x} \\ dx = x du \end{array} \right] = \int_1^{e^3} \frac{1}{\sqrt{u}} du = \int_1^{e^3} \frac{1}{\sqrt{u}} du = 2\sqrt{u} \Big|_1^{e^3} = \\ &= 2\sqrt{\ln(e^3) + 1} - 2 \end{aligned}$$

№3. Обчислити інтеграл

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(x) dx &= x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \\ &= \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} - (0 \sin 0 + \cos 0) = \frac{\pi}{2} - 1 \end{aligned}$$

№4. Обчислити інтеграл

$$\int_0^2 |x^2 - 1| dx = \int_0^1 -(x^2 - 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

N°5. Найти площадь фигуры, образованной линиями. Зная начальные.
 $xy=4$, $x=1$, $x=4$, $y=0$

N°6. Найти площадь фигуры образованной линиями

$$x = a \cdot \cos^3 t; \quad y = a \sin^3 t$$

$$S = \int_a^b y(t) x'(t) dt$$

t	x	y
0	a	0
$\frac{\pi}{2}$	0	a
π	-a	0
$\frac{3\pi}{2}$	0	-a
2π	a	0



Значит площадь в промежутке $[0; 2\pi]$ $x' = (a \cdot \cos^3 t)' = 3a \cos^2 t \cdot (-\sin t)$

$$S = \int_0^{2\pi} (a \cdot \sin^3 t) \cdot 3a \cos^2 t \cdot (-\sin t) dt =$$

$$= -\frac{3a^2 \sin^4 t}{4} - 3(\sin^2 t + \sin^4 t + 12t)$$