

**Контрольна робота з математичного аналізу**  
**Розділ. Визначений інтеграл.**

**№1 Обчислити інтеграли**

<b>1.1.</b> $\int_4^9 \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$	<b>1.5.</b> $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{xdx}{\sqrt{1-x}}$
<b>1.2.</b> $\int_0^1 \frac{xdx}{1+\sqrt{x}}$	<b>1.6.</b> $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}$
<b>1.3.</b> $\int_0^{\frac{1}{6}} \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$	<b>1.7.</b> $\int_0^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$
<b>1.4.</b> $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$	<b>1.8.</b> $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$

**№2 Обчислити інтеграли**

<b>2.1.</b> $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$	<b>2.5.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$
<b>2.2.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x dx$	<b>2.6.</b> $\int_1^e \frac{1+\lg x}{x} dx$
<b>2.3.</b> $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}$	<b>2.7.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin x dx$
<b>2.4.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 x dx$	<b>2.8.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x \sin^2 x dx$

**№3 Обчислити інтеграли**

<b>3.1.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$	<b>3.5.</b> $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \arctg x dx$
<b>3.2.</b> $\int_1^2 x \ln x dx$	<b>3.6.</b> $\int_1^2 (3x+2) \ln x dx$
<b>3.3.</b> $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$	<b>3.7.</b> $\int_0^1 \arccos x dx$
<b>3.4.</b> $\int_0^1 \arctg x dx$	<b>3.8.</b> $\int_0^1 \arcsin x dx$

#### №4 Обчислити інтеграли

4.1. $\int_0^2  x^2 - 1  dx$	4.5. $\int_0^2  1 - x  dx$
4.2. $\int_0^3  1 - x  dx$	4.6. $\int_{-3}^2  x - 1  dx$
4.3. $\int_{-1}^3  x^2 - 4  dx$	4.7. $\int_0^3  2 - x  dx$
4.4. $\int_{-3}^0  x + 2  dx$	4.8. $\int_0^2  1 - x^2  dx$

#### № 5. Знайти площу фігури, обмеженої лініями. Зробити малюнок.

5.1. $xy=4, x=1, x=4, y=0$	5.5. $y=0, y=(x+1)^2, y=5-x$
5.2. $y=\ln x, x=e, y=0$	5.6. $y=-x, y=2x-x^2$
5.3. $y=x^2, y=2-x^2$	5.7. $y=\sin x, y=\cos x$ (один криволінійний трикутник)
5.4. $y=x^3, y=8, x=0$	5.8. $y=\frac{x^2}{2}, y=\frac{1}{1+x^2}$ (локон Ан'єзі)

#### № 6. Знайти площу фігури, обмеженої лінією. Зробити малюнок

6.1. $x = a \cdot \cos^3 t; y = a \cdot \sin^3 t$	6.5. Сликаком Паскаля $\rho = 2(2 + \cos \varphi)$
6.2. $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$	6.6. $\rho = a \cdot \sin 3\theta$
6.3. $r = a(1 + \cos \varphi)$	6.7. $x = p \cdot \cos^3 t; y = p \cdot \sin^3 t$
6.4. $r = a \cdot \sin 3\varphi$	6.8. $\rho = a(1 + \cos \theta)$

#### № 7.

7.1. Обчислити довжину дуги  $\rho = a \cos^4 \frac{\varphi}{4}$ .

7.2. Знайти об'єм тіла, одержаного від обертання навколо осі ОХ фігури, обмеженої віссю абсцис та дугою синусоїди  $y=\sin x$ , що відповідає пів періоду.

7.3. Обчислити площу катеноїда – поверхні, утвореної обертанням ланцюгової лінії

$$y = a \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{a} = \frac{a}{2} \cdot \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) \text{ навколо осі абсцис (від } x_1 = 0 \text{ до } x_2 = a).$$

7.4. Поверхня, одержана від обертання навколо осі ОХ ланцюгової лінії

$$y = a \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{a} = \frac{a}{2} \cdot \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) \text{ називається катеноїдом. Знайти об'єм тіла, обмеженого}$$

катеноїдом і двома площинами на відстані  $a$  та  $b$  від початку координат і перпендикулярними до осі ОХ.

7.5. Обчислити площу поверхні, утвореної обертанням кубічної параболи  $3y - x^3 = 0$  навколо осі абсцис (від  $x_1 = 0$  до  $x_2 = a$ ).

7.6. Знайти довжину астроїди  $x = a \cdot \cos^3 t; y = a \cdot \sin^3 t$ .

7.7. Обчислити площу поверхні, утвореної обертанням навколо осі ОХ дуги параболи  $y^2 = 2x$  між точками перетину з прямою  $2x=3$ .

7.8. Знайти об'єм тіла, яке утворюється при обертанні навколо осі ОХ фігури, обмеженої кривою  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), t \in [0; 2\pi]$ .

### Варіанти завдань для контрольної роботи

Варіант	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
1	1.1	2.1	3.1	4.1	5.1	6.1	7.1
2	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2
3	1.3	2.3	3.3	4.3	5.3	6.3	7.3
4	1.4	2.4	3.4	4.4	5.4	6.4	7.4
5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5
6	1.6	2.6	3.6	4.6	5.6	6.6	7.6
7	1.7	2.7	3.7	4.7	5.7	6.7	7.7
8	1.8	2.8	3.8	4.8	5.8	6.8	7.8
9	1.3	2.4	3.5	4.2	5.3	6.4	7.5
10	1.4	2.1	3.2	4.3	5.5	6.1	7.3
11	1.5	2.6	3.7	4.8	5.1	6.2	7.8
12	1.6	2.7	3.8	4.1	5.2	6.8	7.2
13	1.7	2.8	3.1	4.2	5.3	6.4	7.5
14	1.8	2.9	3.5	4.6	5.7	6.8	7.4
15	1.1	2.2	3.6	4.7	5.8	6.5	7.1