

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА”**

**Кафедра систем штучного інтелекту**

**Лабораторна робота № 2**

з дисципліни

«Дискретна математика»

**Виконав:**

студент групи КН-114

Долінський А.Г.

**Викладач:**

Мельникова Н.І.

Львів – 2019р.

**Тема:** Моделювання основних операцій для числових множин.

**Мета роботи:** Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

### Теоретичні відомості.

**Множина** – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина  $A$  є **підмножиною** множини  $S$  (цей факт позначають  $A \subseteq S$ , де  $\subseteq$  – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини  $S$ . Досить часто при цьому кажуть, що множина  $A$  міститься в множині  $S$ .

Якщо  $A \subseteq S$  і  $S \neq A$ , то  $A$  називають **власною (строгою, істинною) підмножиною**  $S$  (позначають  $A \subset S$ , де  $\subset$  – знак строгого включення).

Дві множини  $A$  та  $S$  називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть  $A=S$ .

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою  $U$  (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини  $A$  і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною  $A$ ), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини  $A$  і позначають  $P(A)$ . **Потужністю** скінченної множини  $A$  називають число її елементів, позначають  $|A|$ .

Множина, яка не має жодного елемента, називається **порожньою** і позначається  $\emptyset$ .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також  $A \subset A$ .

Множина всіх підмножин множини  $A$  називається *булеаном* і позначається  $P(A)$ . Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається  $|A|$ . Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Над множинами можна виконувати дії: об'єднання, переріз, доповнення, різницю, симетричну різницю, декартів добуток.

**Об'єднанням** двох множин  $A$  і  $B$  називають множину

$$A \cup B = \{x : (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

**Перетином (перерізом)** двох множин  $A$  і  $B$  називають множину

$$A \cap B = \{x : (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

**Різницею** множин  $A$  та  $B$  називають множину

$$A \setminus B = \{x : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

**Симетричною різницею** множин  $A$  та  $B$  називають множину

$$A \Delta B = \{x : ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

## Додаток №1

### Варіант №7

- Для даних скінченних множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а)  $A \Delta B$  б)  $B \cap \bar{C} \cap \bar{A}$ .

Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин. \_\_\_\_\_

- На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $A \Delta C \cap B$ . Знайти його потужність.
- Нехай маємо множини:  $N$  – множина натуральних чисел,  $Z$  – множина цілих чисел,  $Q$  – множина раціональних чисел,  $R$  – множина дійсних чисел;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):
  - $\{1, 2\} \in \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3\}, 1, 2\}$ ;      б)  $N \cap R \subset Z$ ;
  - $Z \cup N \subset N$ ;      г)  $R \setminus (N \cap Z) \subset Q$ ;
  - якщо  $A \cup C \subset B \cup C$ , то  $A \subset B$ .

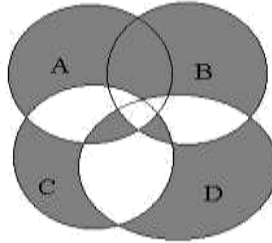
#### 4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):  $((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$ .

8. Скільки чисел серед  $1, 2, 3, \dots, 999, 1000$  таких, що не діляться на жодне з чисел  $2, 3, 7$ ?

1. a)  $A \Delta B = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$ ;  $A \Delta B = \{1110000111\}$ ;

$$6) B \cap \bar{C} \cap \bar{A} = \{9\}; B \cap \bar{C} \cap \bar{A} = \{0000000010\}.$$

2.  $P(A \Delta C \cap B) = 2^4 = 16$ ;

$$A \Delta C \cap B = \{5, 7, 8, 10\};$$

$$A \Delta C \cap B = \{ \{O\}, \{5\}, \{7\}, \{8\}, \{10\}, \{5,7\}, \{5,8\}, \{5,10\}, \{7,8\}, \{7,10\}, \{8,10\}, \{5,7,8\}, \{5,7,10\}, \{5,8,10\}, \{7,8,10\}, \{5,7,8,10\} \}$$

$$|A \Delta C \cap B| = 4.$$

3. а) Твердження вірне.

б) Твердження вірне.

в) Твердження хибне.

г) Твердження хибне.

д) Твердження вірне.

Припустимо, що множини  $A$ ,  $B$  і  $C$  – такі:

$$A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 6, 7\}, C = \{1, 3, 5\}.$$

$$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\};$$

$$B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\};$$

$$A \sqsubset B \text{ i } A \cup C \sqsubset B \cup C;$$

Отже, якщо  $A \subset B$ , то і  $A \cup C \subset B \cup C$  та навпаки.

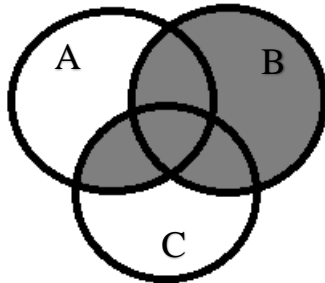
$$4. A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

$$1) A \setminus (B \setminus C) = A \setminus (B \cap \bar{C}) = A \cap \overline{(B \cap \bar{C})} = A \cap (\bar{B} \cup C).$$

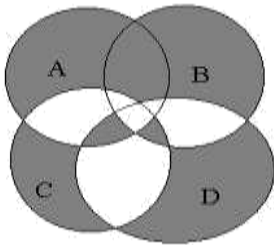
$$2) (A \setminus B) \cup (A \cap C) = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap C) = A \cap (\bar{B} \cup C).$$

Тотожність доведена.

$$5. ((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \Delta B.$$



6.



$$(D \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (C \cap \bar{A} \cap \bar{D}) \cup ((A \cup B) \cap (\bar{C} \cap \bar{D})) \cup ((\bar{A} \cup \bar{B}) \cap ((B \cap C) \cup (A \cup D))).$$

$$7. ((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = ((A \cup B) / C) \cup (C / (A \cup B)) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = ((A \cup B) \cap \bar{C}) \cup (C \cap (\bar{A} \cap \bar{B})) \cup ((B \cap C) \cup (A \cap C)).$$

$$8. |U| = 1000;$$

A – числа, що діляться на 2;

B – числа, що діляться на 3;

C – числа, що діляться на 7;

$$|A| = 500;$$

$$|B| = 333;$$

$$|C| = 142;$$

$$|A \cap B| = \frac{1000}{2 \cdot 3} = 166;$$

$$|A \cap C| = \frac{1000}{2 \cdot 7} = 71;$$

$$|B \cap C| = \frac{1000}{3 \cdot 7} = 47;$$

$$|A \cap B \cap C| = \frac{1000}{2 \cdot 3 \cdot 7} = 23;$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|) + |A \cap B \cap C| = 500 + 333 + 142 - (166 + 71 + 47) + 23 = 714;$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = 1000 - 714 = 286.$$

## Додаток №2

7. Ввести з клавіатури множину символічних даних. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти її булеан.

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

int main() {
    unsigned int x, y, BOOL;
    int iterator = 0;
    char arr[100], arr1[100], arr2[100];
    // Entering the A array;
    cout << "Enter the number of terms in first array: " << endl;
    cin >> x;
    for (int i = 0; i < x; i++) {
        cin >> arr[i];
        bool uniq = true;
        for (int k = 0; k < i; k++) {
            if (arr[i] == arr[k]) {
                uniq = false;
            }
        }
        if (uniq == false) {
            cout << "The element should be unique!" << endl;
            exit(0);
        }
    }
    cout << "The U array: ";
    for (int j = 0; j < x; j++) {
        cout << "{" << arr[j] << "}" << " ";
    }
    // Entering the B array;
    cout << "\nNow, enter the number of terms in second array: " << endl;
    cin >> y;
    if (y <= x) {
        for (int i = 0; i < y; i++) {
            cin >> arr1[i];
            bool uniq = true;
            for (int k = 0; k < i; k++) {
                if (arr1[i] == arr1[k]) {
                    uniq = false;
                }
            }
            if (uniq == false) {
                cout << "The element should be unique!" << endl;
                exit(0);
            }
        }
        cout << "The A array: ";
        for (int j = 0; j < y; j++) {
            cout << "{" << arr1[j] << "}" << " ";
        }
        // Calculating A - B;
        for (int i = 0; i < x; i++) {
            bool isInclude = false;
            for (int j = 0; j < y; j++) {
                if (arr1[j] == arr[i]) {
                    isInclude = true;
                    break;
                }
            }
            if (!isInclude) {
                arr2[iterator] = arr[i];
                iterator++;
            }
        }
        cout << "\nU-B = ";
        for (int s = 0; s < iterator; s++) {
            cout << "{" << arr2[s] << "}" << " ";
        }
        // Calculating a boolean of B-A.
        BOOL = pow(2, iterator);
        cout << "\nBoolean of B-A = " << BOOL << endl;
        system("pause");
    }
    else {
        cout << "The number of elements in second array should be equal or less than in first array!" << endl;
    }
    return 0;
}
```

Скрін-шот реалізації програми на мові C++.

C:\Users\Admin\source\repos\Lab 2 (math)\Debug\Lab 2 (math).exe

```
Enter the number of terms in first array:
7
qwertyu
The U array: {q} {w} {e} {r} {t} {y} {u}
Now, enter the number of terms in second array:
3
qer
The A array: {q} {e} {r}
U-A = {w} {t} {y} {u}
Boolean of U-A = 16
```

Скрін-шот тесту програми №1.

Microsoft Visual Studio Debug Console

```
Enter the number of terms in first array:
7
qwertyu
The element should be unique!
```

Скрін-шот тесту програми №2.

Microsoft Visual Studio Debug Console

```
Enter the number of terms in first array:
7
qwertyu
The U array: {q} {w} {e} {r} {t} {y} {u}
Now, enter the number of terms in second array:
9
The number of elements in second array should be equal or less than in first array!
```

Скрін-шот тесту програми №3.