Latvijas Universitāte Fizikas un matemātikas fakultāte Fizikas maģistra studiju programma 1.kurss

Elza Līna Liniņa (st.apl.nr: el11078)

NEPĀRTRAUKTAS VIDES FIZIKAS LABORATORIJA

2. MATERIĀLU SABRUKŠANA

Izstrādāts:	15.09.2016
Nodots:	30.01.2017
A izstāvēts:	2016

DARBA MĒRĶI:

- 1) Iepazīties ar galvenajiem plaisu mehānikas pamatjēdzieniem un to eksperimentālās noteikšanas metodēm;
- 2) Noteikt organiskā stikla kritisko sprieguma intensitātes koeficientu.

DARBA UZDEVUMI: 1) Noteikt organiskā stikla kritisko sprieguma intensitātes koeficientu, izmantojot materiālu slogošanas mašīnu *Zwick/Roell BDO-FB005TN*.

TEORĒTISKAIS PAMATOJUMS:

1.Plaisu mehānika

<u>Griffitsa teorija</u>[1]. Var parādīt, ka plaisa materiālā var būt stabila, ja tai netiek pievadīts gana enerģijas, lai tā augtu. No šiem apsvērumiem var secināt, ka materiāla izturība ir atkarīga no defektu/plaisu lieluma.

Ķermeņa potenciālā enerģija veidojas no divām daļām — materiālā uzkrātās enerģijas un pieliktās slodzes potenciālās enerģijas. Materiālā uzkrāto enerģiju deformācijas rezultātā apraksta formula (1.1).

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_{V} \sigma \cdot \varepsilon \cdot dV, \tag{1.1}$$

kur σ – spriegums jebkurā materiāla punktā;

 ε – deformācija jebkurā materiāla punktā;

V – materiāla tilpums.

Pieliktās slodzes potenciālās enerģijas daļu nosaka pieliktās slodzes un iegūtā pārvietojuma reizinājums, kas parādīts formulā (1.2).

$$W_2 = -P \cdot \Delta, \tag{1.2}$$

 $\ker P$ – pieliktā slodze (spēks)[N];

 Δ – iegūtais pārvietojums [m].

Sistēmas kopējā enerģija ir formulās (1.1) un (1.2) uzdoto enerģiju summa.

Ja plakanu plāksni bez plaisām deformē, uzkrātā deformācijas enerģija E_0 , ir:

$$E_0 = \frac{V \cdot \sigma^2}{2E},\tag{1.3}$$

 $kur V - pl\bar{a}ksnes tilpums;$

 σ – spriegums, ar kuru plāksne tiek deformēta;

E – materiāla elastības modulis.

Lai izveidotu nemainīga biezuma plāksnē plaisu ar garumu 2l, nepieciešama papildus enerģija E_1 :

$$E_1 = 4l \cdot p, \tag{1.4}$$

kur p – proporcionalitātes koeficients;

4l – plaisas *laukums*, ja plaisas garums ir 2l.

Kad izveidojas plaisa, materiāls ap to atslogojas. Enerģija plāksnē samazinās proporcionāli atslogotajam laukumam, kas, savukārt, atkarīgs no plaisas ģeometrijas.

Energijas izmaina, plaisai palielinoties ir:

$$\Delta E = |E_1| - |E_2|, \tag{1.5}$$

kur E_1 – enerģija, kas nepieciešama plaisas izveidošanai;

 E_2 – atbrīvotā enerģija, atslogojot materiālu.

Redzams, ka, ja $\Delta E > 0$, plaisa būs stabila, bet, ja $\Delta E < 0$, plaisa palielināsies. Materiāla sabrukšanas kritērijs šādā formulējumā ir $\Delta E = 0$.

No šiem apsvērumiem var pāriet uz enerģijas atbrīvošanās ātrumu G [N/m], veidojoties plaisai, $G=\frac{dE_2}{dl}$, un salīdzināt to ar kritisko enerģijas atbrīvošanās ātrumu $G_c=\frac{dE_1}{dl}$.

Tā kā E_2 ir atkarīgs no pieliktā sprieguma kvadrāta σ^2 , tad, palielinot pielikto spriegumu, var izpildīties nosacījums $G > G_c$ un plaisa sāk augt. Jāņem vērā, ka visi apskatīties lielumi ir atkarīgi no plaisas ģeometrijas.

Lai eksperimentāli noteiktu lielumu, kas raksturo materiāla pretestību plaisas augšanai, neatkarīgi no plaisas ģeometrijas, sākumā aplūko, kā noteikt parauga potenciālo enerģiju kā funkciju no plaisas garuma:

$$E = -\frac{u \cdot P}{2} \tag{1.6}$$

kur P – ķermenim ar plaisu pieliktais spēks [N];

u – pieliktā spēka rezultātā iegūtais pārvietojums [m].

Lielumi P un u ir savstarpēji proporcionāli un to attiecību $\frac{u}{P}$ sauc par parauga *padevīgumu* jeb *komplianci*:

$$c = \frac{u}{P} \tag{1.7}$$

Enerģijas atbrīvošanās ātrumu G nosaka sakarība (1.8).

$$G = \frac{P^2}{2} \cdot \frac{dc(l)}{dl} \tag{1.8}$$

kur G – enerģijas atbrīvošanās ātrums;

P – paraugam pieliktais spēks;

dc(l)/dl – kompliances atkarība no plaisas garuma izmaiņas.

Plaisas uzvedība atkarīga no materiālā esošajiem spriegumiem, kuru galvenais raksturlielums ir koeficients K, ko sauc par sprieguma intensitātes koeficientu. Tas ir atkarīgs no slodzes veida un parauga vai konstrukcijas ģeometrijas. Sprieguma intensitātes koeficientu un enerģijas atbrīvošanās ātrumu saista (1.9).

$$G = \frac{K^2}{E} \tag{1.9}$$

kur *G* –enerģijas atbrīvošanās ātrums;

K – sprieguma intensitātes koeficients;

E – Junga modulis.

Ja enerģijas atbrīvošanās ātrums ir kritiskais enerģijas atbrīvošanās ātrums, iegūst kritisko sprieguma intensitātes koeficientu:

$$K_c = \sqrt{E \cdot G_c} \tag{1.9}$$

kur K_c – kritiskais sprieguma intensitātes koeficients;

E – Junga modulis;

 G_c – kritiskais enerģijas atbrīvošanās ātrums.

4. Plaisas polimēros. Polimēros dažādas deformācijas un defektu veidošanos var ietekmē materiāla viskoelastīgās īpašības [2]. Tā, piemēram, stiepjot polietilēna maisiņu ļoti skaidri var novērot krasu stiepšanas procesa fizikālā rakstura izmaiņu. Iedarbojoties ar noteiktu spēku uz polimēru, atkarībā no iedarbības laika un temperatūras var novērot gan elastīgas, gan plastiskas deformācijas.

PMMA ir augsta mehāniskā izturība, praktiski nenotiek biezēšana, taču PMMA ir interesants, jo tam piemīt no laika atkarīgi parametri [3] — gan Junga modulis E, gan stiepes slodze (*yield stress*) σ . To var novērot, kad pirms sabrukšanas, norisinās lēna, stabila plaisas augšana [4].

Eksperimentālā iekārta un mērāmā parauga parametri. Eksperimenta ietvaros lietota iekārta *Zwick/Roell BDO-FB005TN* un kompaktais stiepes paraugs, kurā veic iezāģējumus ar rokas zāģi un nosaka to garumu ar elektroniskā bīdmēra palīdzību. Eksperimentā izmantotā kompaktā stiepes parauga parametri apkopoti attēlā (*Figure 1*) un tabulā (*Table 1*) zemāk. Mērskaitļu tabulas katram noteiktajam un aprēķinātajam lielumam, kā arī aprēķinu piemēri un metodes, kas izmantotas datu apstrādē, pievienotas pielikumā (*Pielikums I*) darba beigās.

Table 1. Kompaktā parauga iezāģējumu dziļumi

	Paredzētais	Patiesais
Nr.	iezāģējuma	iezāģējuma
p. k.	dziļums	dziļums
	l _t , mm	l, mm
1	5	4.47 ± 0.50
2	10	9.80 ± 0.50
3	15	15.46 ± 0.50
4	20	20.23 ± 0.50
5	25	25.42 ± 0.50

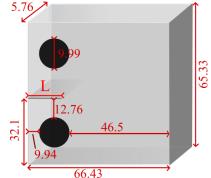


Figure 1. Mērāmā parauga ģeometriskie izmēri.

Slogošanas parametri (kustības ātrums, priekšslogošana u.c.) kā arī PMMA fizikālie parametri apkopoti pirmā pielikuma (*Pielikums I*) sākumā.

Darba gaitā paraugs slogots 6 reizes — bez iezāģējuma un ar pieciem dažāda dziļuma iezāģējumiem (vērtības apkopotas tabulā (*Table 1*)), pie tam pēdējā mērījuma laikā paraugs sagrauts, ļaujot plaisai augt.

Iegūtie rezultāti:

Eksperimentālā darba ietvaros noteikts, atbilstoši darba uzdevumiem, noteikts stikla kritiskais sprieguma intensitātes koeficients, izmantojot materiālu slogošanas mašīnu *Zwick/Roell BDO-FB005TN*:

$$K_c = (1.79 \pm 0.08) \cdot 10^6 \, (\text{N/m}^{3/2}) \, [r = 4.4\%]$$

Secinājumi:

Eksperimenta gaitā organiskās stikla (PMMA) kompaktās stiepes paraugam noteikta deformācija atkarībā no pieliktā spēka pie dažādiem plaisu garumiem. Izmantojot šos datus, noteikta parauga kompliance katram plaisas garumam un iegūts enerģijas atbrīvošanās ātrums, augot plaisai. Sagraujot pēdējo paraugu, noteikts kritiskais sprieguma intensitātes koeficients K_c , kas kļūdas robežās tomēr nesakrīt ar literatūrā [5] norādīto vērtību PMMA – $(0.7 - 1.6) \cdot 10^6$ (N/m³/²).

Kopumā iegūtais rezultāts ir diezgan ticams, un, visticamāk, kļūdas vērtība ir novērtēta pārāk zemu (kā arī patiesībā literatūrā pieejams ļoti plašs K_c vērtību diapazons (piemēram, avotā [6] norādītas vērtības $(1.29-1.4)\cdot 10^6$ (N/m^{3/2})),

atkarībā no mērījuma metodes vai parauga ģeometrijas utml.). Iegūtās kompliances vērtības atkarībā no plaisas garuma ir ļoti izkaisītas, jo atšķirības star šīm vērtībām ir relatīvi nelielas, un, kā aprakstīts pirmā pielikuma (Pielikums I) nodaļā (2.2 Lineārās daļas datu atlase) tad izvēlēties plaisas garumam atbilstošu kompliances vērtību ir visai netriviāli.

Iespējams, eksperiments dotu labāku priekšstatu par materiāla īpašībām, ja tiktu nomērīti vairāki paraugi un katrs no tiek tiktu sagrauts. Tādējādi būtu vieglāk atlasīt lineāro daļu datiem, jo būtu vairāk datu punktu, pie tam būtu labāk noteikts kritiskais enerģijas atbrīvošanās ātrums.

Interesanti būtu arī salīdzināt PMMA īpašības (plaisu veidošanās) atkarībā no temperatūras [4] un stiepšanas ātruma [7], jo PMMA kā jau polimēram piemīt no laika atkarīgi fizikālie parametri, kā arī papētīt šīs īpašības ar citām metodēm, piemēram, nanoindentāciju [8], ja šāda metode būtu pieejama.

Izmantotā literatūra:

- [1] S. Lācis, "Materiālu sabrukšana laboratorijas darba apraksts," Riga, 2015.
- [2] E. H. Andrews, "Fracture Mechanics and Engineering Design in Polymers," London.
- [3] J. Ackermann, M. Juda, and D. Hirsch, "Polymethyl Methacrylate (PMMA)," *Kunststoffe Int.*, vol. 2014, no. 10, pp. 59–64, 2014.
- [4] J. G. Williams, "Fracture mechanics of polymers," *Polym. Eng. Sci.*, vol. 17, no. 3, pp. 144–149, 1977.
- [5] Wikipedia, "Fracture toughness," 2016. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Fracture_toughness.
- [6] M. R. Ayatollahi, M. Rashidi Moghaddam, S. M. J. Razavi, and F. Berto, "Geometry effects on fracture trajectory of PMMA samples under pure mode-I loading," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 163, pp. 449–461, 2016.
- [7] W. G. Knauss, "Time Dependent Fracture of Polymers," 7th Int. Conf. Fract., pp. 2683–2711, 1989.
- [8] H. Lu, B. Wang, and G. Huang, "Measurement of Complex Creep Compliance Using Nanoindentation," *Draft*.

Mērskaitļu tabulas un datu apstrāde.

Table 2. Kompaktā stiepes parauga dimensijas.

Nr.	Parauga biezums	Parauga platums
p. k.	$b \pm \theta_b$, mm	$h \pm \theta_h$, mm
1	5.74 ± 0.20	65.45 ± 0.20
2	5.76 ± 0.20	65.28 ± 0.20
3	5.73 ± 0.20	65.34 ± 0.20
4	5.81 ± 0.20	65.31 ± 0.20
5	5.75 ± 0.20	65.27 ± 0.20
	5.76 ± 0.20	65.33 ± 0.21

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5}, \quad x = b, h$$

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \cdot \gamma_{0.95, 5 - 1}$$

$$\Delta x = \sqrt{\varepsilon_{x}^2 + \theta_{x}^2}, \quad x = b, h$$

Slogošanas režīms: **stiepe** Slogošanas ātrums: **0.1 mm/min**

Sākotnējais attālums: **66.0 mm** (aptuveni atbilst parauga platumam h)

Sākumslodzes lielums: katram paraugam 1% no maksimālās paredzētās slodzes

Parauga sabrukšanas kritērijs: katram paraugam $F_{max}\left[N\right]$, kas atbilst darbā norādītajai vērtībai

 $P_{max} - 10$ N.

Organiskā stikla fizikālie parametri un mehāniskās īpašības:

Elastības modulis: E = 2200 - 3800 MPa (pieņem 3300 MPa)

Blīvums: $\rho = 1.15 - 1.19 \text{ g/cm}^3$

1. Iegūto datu sagatavošana:

Eksperimentāli iegūti dati, kas atbilst attēlā (Figure 2) parādītajam, šāda rakstura dati iegūti 5 paraugiem ar atšķirīgiem sākotnējās plaisas garumiem (apkopoti tabulā (Table 1) pie eksperimentālās iekārtas un paraugu parametru apkopojuma). Tā kā iekārtā spēka un pārvietojuma nulles vērtību var uzdot patvaļīgi, tad šo lielumu absolūtā vērtība uzdota ar precizitāti līdz konstantei.

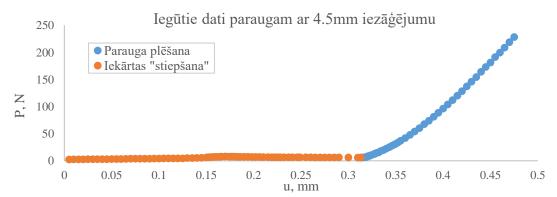


Figure 2. No videomateriāla izgūtie dati bez papildus apstrādes.

Lai atvieglotu tālāku datu apstrādi, atbrīvojas no datu punktiem, kas apraksta iekārtas "izstiepšanu", pieņem, ka brīdī, kad sāk stiept paraugu, gan pārvietojums, gan pieliktais spēks ir nulle, sīkāk šī datu apstrādes daļa apskatīta nākamajā nodaļā (1.1 Iekārtas stiepšana).

1.1 Iekārtas stiepšana

Uzņemot datus, ievērots, ka iekārtas stiepšanas procesā veidojas lokāls spēka maksimums. Ņemot vērā, ka tas ir iekārtu raksturojošs lielums, šo lokālo maksimumu varētu izmantot, kā atskaites punktu datu "nonullēšanai". Lokālā maksimuma spēka vērtību izvēlas par spēka nulles vērtību.

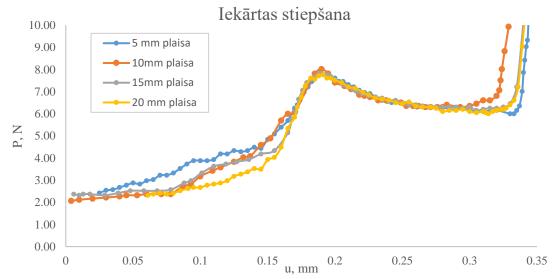


Figure 3. Lokāla spēka maksimuma veidošanās iekārtas stiepšanas gaitā.

Visbeidzot, atņemot katram datu punktam lokālā maksimuma spēka vērtību, dati ir apstrādāti, lai varētu veikt tālākos aprēķinus (Figure 4).

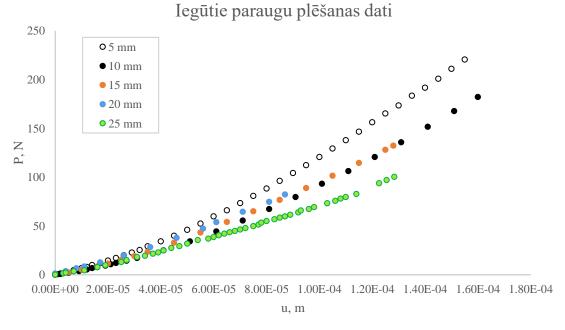


Figure 4. Apstrādātie dati tālākiem aprēķiniem.

2. Parauga kompliances noteikšana:

Eksperimentāli nomēra pielikto spēku P un parauga pārvietojumu u. Attēlo funkciju u = u(P) grafiski un lineāro daļu apraksta ar taisni. Taisnes virziena koeficients a (ja funkcijas grafiks uzdots formā u = aP + b) atbilst lielumam u/P, kas pēc definīcijas (1.7) ir parauga kompliance c.

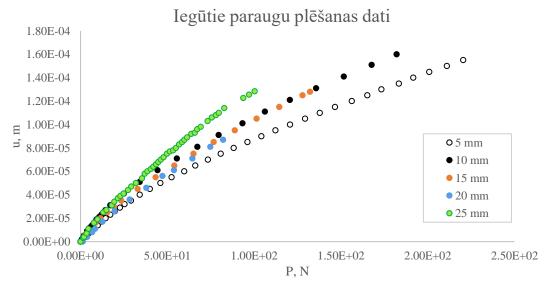


Figure 5. Iegūtie paraugu plēšanas dati - pārvietojuma atkarība no pieliktās slodzes.

Lai noteiktu, cik datu punktus izmantot, lineārās daļas aproksimācijai, izmantota metode, kas sīkāk aprakstīta (2.2 Lineārās daļas datu atlase).

2.1. Nedefektīva parauga stiepšana

Lai iegūtu papildus punktu kompliances noteikšanā, stiepts arī paraugs bez iezāģējuma, tādējādi iegūstot kompliances c vērtību pie plaisas garuma l=0.

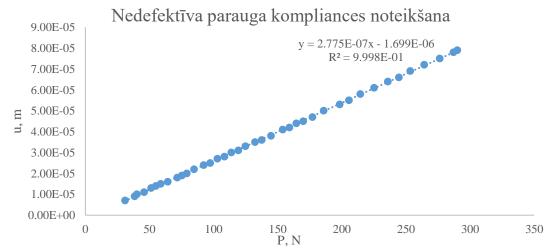


Figure 6. Kompliances noteikšana paraugam bez plaisas.

2.2. Lineārās daļas datu atlase:

Tā kā datu punktu ir maz, un ir grūti saprast, kuri datu punkti jau apraksta funkcijas lineāro daļu, tiek ieviests vienots kritērijs visām līknēm. Sākot ar pēdējo punktu (pie lielākās P vērtības), tiek aproksimēti datu punkti, iegūts taisnes virziena koeficients un R² vērtība (Figure 7).

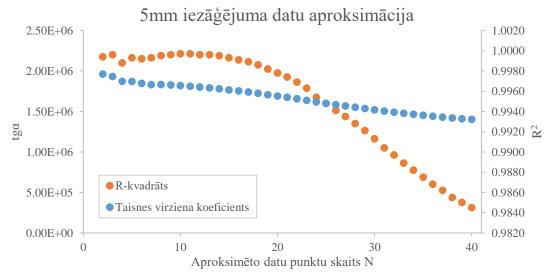


Figure 7. Taisnes virziena koeficienta un R² vērtības atkarība no aproksimēto datu punktu skaita.

Redzams, ka aproksimācijas taisnes virziena koeficienta absolūtā vērtība samazinās, palielinot aproksimēto punktu skaitu, taču var aproksimēt tikai pēdējos divus datu punktus, jo statistisko kļūdu dēļ iegūtā vērtība nedotu labu novērtējumu. Funkcijas raksturam kļūstot nelineāram, strauji samazinās R² vērtība, tas ļauj izvēlēties aproksimējamo punktu skaitu – apgabalu, kur R² vērtība vēl ir pietiekami liela un taisnes virziena koeficients ir noteikts ar labāku precizitāti, jo izmantoti vairāki punkti.

Piemēram, attēlā redzamajā 5mm iezāģējuma gadījumā aproksimēti pēdējie 15 datu punkti.

2.3. Kļūdas aprēķināšana (Origin piedzīšana izvēlētajam datu punktu skaitam):

Table 3. Kompliances vērtību kļūdas.

Plaisas dziļums	Izmantoto punktu	Taisnes virziena	Taisnes slīpuma
l, m	skaits	koeficients	koeficienta kļūda
0.0000	39	$2.78 \cdot 10^{-7}$	$0.06 \cdot 10^{-8}$
0.0045	12	$5.52 \cdot 10^{-7}$	$0.03 \cdot 10^{-7}$
0.0098	6	$6.33 \cdot 10^{-7}$	$0.07 \cdot 10^{-7}$
0.0155	6	$7.46 \cdot 10^{-7}$	$0.08 \cdot 10^{-7}$
0.0202	6	$9.26 \cdot 10^{-7}$	$0.15 \cdot 10^{-7}$
0.0254	13	$9.71 \cdot 10^{-7}$	$0.27 \cdot 10^{-7}$

3. Parauga kompliances atkarība no plaisas garuma

Izvēloties atbilstošos taisnes virziena koeficientus (kompliances vērtības) katram plaisas garumam, grafiski attēlo kompliances vērtību no plaisas garuma un datu punktus aproksimē ar kādu funkciju. Balstoties uz punktu raksturu, darba autors izvēlas aproksimāciju veikt ar trīs dažādu kārtu polinomiem — pirmās kārtas (Figure 8); otrās kārtas (Figure 9) un trešās kārtas (Figure 10).

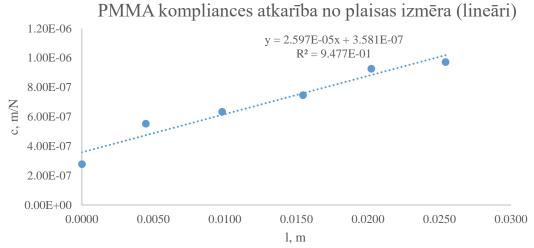


Figure 8. Lineāra aproksimācija kompliances vērtībai no plaisas garuma.

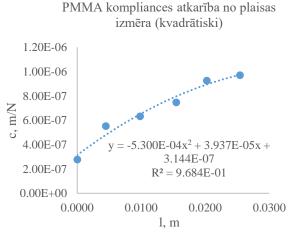


Figure 9. Kvadrātiska aproksimācija kompliances vērtībai no plaisas garuma.

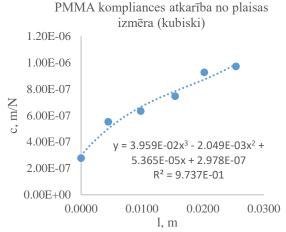


Figure 10. Kubiska aproksimācija kompliances vērtībai no plaisas garuma.

3.1 Aproksimāciju kļūdas (caur Origin datu piedzīšanu):

Table 4. Aproksimāciju koeficientu kļūdas.

Aproksimācijas veids	Kļūda x ³	Kļūda x²	Kļūda x	Brīvā koeficienta kļūda
Lineāra	-	-	$0.30 \cdot 10^{-5}$	$0.46 \cdot 10^{-7}$
Kvadrātiska	-	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$0.99 \cdot 10^{-5}$	$0.52 \cdot 10^{-7}$
Kubiska	$6.2 \cdot 10^{-2}$	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$0.64 \cdot 10^{-7}$

Redzams, ka augstāku kārtu polinomu aproksimācijām kļūdas ievērojami palielinās, jo datu punktu ir ļoti maz (saprotams, ka ir bezjēdzīgi aproksimēt n punktus ar n-1 kārtas polinomu).

3.1 Kompliances kā funkcijas no plaisas garuma atvasinājuma noteikšana

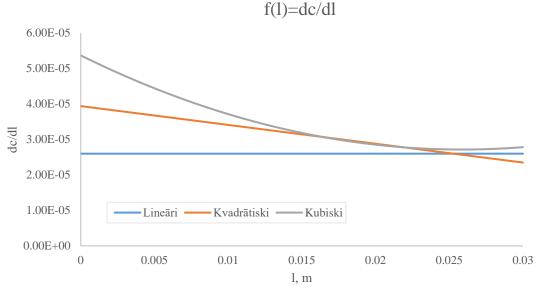


Figure 11. Kompliances atvasinājums pēc plaisas dziļuma.

4. Kritiskā sprieguma intensitātes koeficienta aprēķināšana

Veicot eksperimentu, fiksēta kritiskā sprieguma vērtība $P_c = 657 \pm 15$ (N).

Lai noteiktu G_c , nepieciešama atvasinājuma funkcijas vērtība pie atbilstošā plaisas garuma. Visu trīs atvasinājuma funkciju vērtības 25 mm plaisai apkopotas tabulā zemāk (Table 5).

Table 5. Kompliances atvasinājuma funkciju vērtība 25mm plaisai.

l, m	$\frac{dc}{dl}$ (lineāri)	$\frac{dc}{dl}(kvadrātiski)$	$\frac{dc}{dl}$ (kubiski)
0.025	$2.60 \cdot 10^{-5}$	$2.61 \cdot 10^{-5}$	$2.72 \cdot 10^{-5}$

$$G_c = \frac{P_c^2}{2b} \cdot \frac{dc}{dl}\Big|_{l_0} = \frac{657^2}{2 \cdot 0.00576} \cdot 2.6 \cdot 10^{-5} = 974.21 \text{ (N/m)}$$

$$K_c = \sqrt{E \cdot G_c} = \sqrt{3300 \cdot 10^6 \cdot 974.21} = 1.79 \cdot 10^6 \, (\text{N/m}^{3/2})$$

4.1. Kritiskā sprieguma intensitātes koeficienta kļūdas noteikšana

 G_c kļūdu veido atvasinājuma funkcijas, kritiskās sprieguma vērtības un parauga biezuma kļūda, izmanto relatīvo kļūdu saskaitīšanas metodi:

$$\begin{split} r_{P_c} &= 2 \cdot \frac{\Delta P_c}{P_c} = 2 \cdot \frac{15}{657} = 0.023 \\ r_{f(l)} &= \frac{\Delta f(l_0)}{f(l_0)} = \frac{4.6 \cdot 10^{-8}}{3.0 \cdot 10^{-6}} = 0.015 \\ r_b &= \frac{\Delta b}{b} = \frac{0.2}{5.76} = 0.035 \\ \Delta G_c &= G_c \cdot \sqrt{\left(r_{P_c}\right)^2 + \left(r_{f(l)}\right)^2 + (r_b)^2} = 974.21 \cdot 0.044 = 43.15 \text{ (N/m)} \\ K_c \text{ k} \text{l} \text{u} \text{d} \text{u} \text{ rad} \text{a} G_c, \text{ t} \text{a} \text{p} \text{e} \text{c} \text{ izmanto jau iepriek} \text{s} \text{ noteikto relatīvo k} \text{l} \text{u} \text{d} \text{u}. \\ \Delta K_c &= r_{G_c} \cdot K_c = 0.08 \cdot 10^{-6} \text{ (N/m}^{3/2}) \end{split}$$