

## Teorētiskais pamatojums:

Lai mērķtiecīgi un efektīvi izmantotu materiālus dažādās iekārtās, konstrukcijās un būvēs, ir svarīgi pietiekami precīzi zināt to fizikālās īpašības un šo īpašību maiņu dažādu faktoru (temperatūra, mitrums) ietekmē. Ļoti daudzveidīgos lietojumos svarīgas ir materiālu termiskās īpašības, tādas kā siltuma vadītspēja  $\lambda$  [ $W/(m \cdot K)$ ] un siltuma ietilpība  $C_p$  [ $J/(kg \cdot K)$ ], kā arī to izmaiņas līdz ar temperatūru, spiedienu un mitrumu. Materiālu siltuma vadītspēju būtiski ietekmē to ķīmiskais sastāvs, blīvums, porozitāte u.c. faktori. Siltuma vadītspēja dažādiem materiāliem var atšķirties par daudzām kārtām. Praksē bieži tiek izmatots jēdziens termiskā pretestība  $R$  [ $m^2 \cdot K/W$ ] un tai apgrieztais lielums – siltuma caurlaidība koeficients jeb  $U$  - vērtība [ $W/(m^2 \cdot K)$ ], kuru plašāk pielieto ēku siltumfizikā.

Termiskā pretestība raksturo materiāla slāņa vai konstrukcijas spēju pretoties siltuma vadīšanai, tās analogs ir elektriskā pretestība noslēgtā ķēdē. Viendabīgam materiālam ar siltuma vadīšanas koeficientu  $\lambda$  un biezumu  $d$  termisko pretestību aprēķina:

$$R = d/\lambda$$

Ja dažādu materiālu slāņi savienoti “virknē”, tad:

$$R = \sum R_i$$

Ja slāņi novietoti “paralēli”, tad jāņem vērā katra individuālā materiālā slāņa laukuma daļa  $a_i$ :

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{a_i}{R_i}$$

Šajā darbā siltuma vadīšanas koeficienta un siltumietilpības mērīšana veikta ar iekārtu *C-Therm*. Šī iekārta balstās uz modificētās plaknes impulsa avota metodes. Mēriekārtas galvenā sastāvdaļa ir sensors, kuram ir kompensācijas gredzens un apvienots sildelements un termopāris. Iekārtai aiz sensora ir izolējoša materiāla slānis ar zināmām īpašībām – siltumietilpību un siltuma vadīšanas koeficientu. Sildelementā plūst strāva, kura silda sensoru, savukārt, kompensācijas gredzens domāts, lai nodrošinātu 1D siltumapmaiņu. Siltumapmaiņu starp pētāmo materiālu un izolējošā materiāla slāni var raksturot ar sekojošu diferenciālvienādojumu:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + G'$$

kur  $G'$  - siltuma avots [ $W/m^3$ ],  $\rho$  – blīvums. Šī vienādojuma atrisinājums plakņu saskares vietā, pieņemot, ka star tām nav termiskās pretestības ir šāds:

$$\Delta T(x = 0, t) = \frac{1.1284 G \sqrt{t}}{e_1 + e_2}$$

kur  $G$  – siltuma avots [ $W/m^2$ ],  $e = \sqrt{C_p \rho \lambda}$  – termiskā efūzija.

## Darba uzdevumi:

1. Eksperimentāli noteikt siltuma vadīšanas koeficientu un siltuma ietilpību dažādiem materiāliem;
2. Izveidot sensora un parauga matemātisko modeli, ar datorsimulācijas palīdzību veikt virtuālo eksperimentu brīvi izvēlētiem parametriem. No aprēķinu rezultātiem izveidot grafiku temperatūras starpības atkarībai no laika kvadrātsaknei  $\Delta T = f(\sqrt{t})$ .

## Mērījumu rezultāti un datu apstrāde:

Tabula 1. Ar iekārtu *C-Therm* iegūtās siltumvadītspējas un siltumietilpības vērtības.

|           | Gumija                         |                             | Putuplasts                     |                             | Koks                           |                             |
|-----------|--------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| Nr. p. k. | $\lambda$ ,<br>$W/(m \cdot K)$ | $C_p$ ,<br>$J/(kg \cdot K)$ | $\lambda$ ,<br>$W/(m \cdot K)$ | $C_p$ ,<br>$J/(kg \cdot K)$ | $\lambda$ ,<br>$W/(m \cdot K)$ | $C_p$ ,<br>$J/(kg \cdot K)$ |
| 1         | 0.06315                        | 2440                        | 0.03262                        | 1082                        | 0.1360                         | 2246.1                      |
| 2         | 0.06215                        | 2387                        | 0.03213                        | 914                         | 0.1325                         | 2263.7                      |
| 3         | 0.06258                        | 2410                        | 0.03254                        | 1052                        | 0.1336                         | 2258.2                      |
| 4         | 0.06260                        | 2411                        | 0.03227                        | 960                         | 0.1354                         | 2249.4                      |
| 5         | 0.06239                        | 2400                        | 0.03221                        | 942                         | 0.1355                         | 2248.9                      |
| 6         | 0.06218                        | 2389                        | 0.03240                        | 1006                        | 0.1340                         | 2256.1                      |
| 7         | 0.06264                        | 2414                        | 0.03249                        | 1036                        | 0.1328                         | 2262.1                      |
| 8         |                                |                             | 0.03265                        | 1090                        | 0.1336                         | 2258.3                      |
| 9         |                                |                             | 0.03244                        | 1019                        |                                |                             |
| Vidēji    | 0.06253                        | 2407                        | 0.03242                        | 1011                        | 0.1342                         | 2255.4                      |
| Kļūda     | 0.00031                        | 17                          | 0.00014                        | 47                          | 0.0011                         | 5.4                         |

Aprēķins konstrukcijas termiskajai pretestībai un U-vērtībai (horizontāli un vertikāli):

$$\begin{aligned}
 1) \quad R_H &= \frac{0.25}{\lambda_k} + \left( \frac{\lambda_k}{0.25} \frac{0.05}{0.55} + \frac{\lambda_p}{0.25} \frac{0.05}{0.55} \right)^{-1} + \frac{0.02}{\lambda_g} = 8.183 \frac{m^2 K}{W} \\
 2) \quad U_H &= R_H^{-1} = 0.1222 \frac{W}{m^2 K} \\
 3) \quad R_V &= \left( \frac{\lambda_k}{0.05} \frac{0.5}{0.52} + \frac{\lambda_p}{0.05} \frac{0.02}{0.52} \right)^{-1} + \left( \frac{\lambda_k}{0.5} \frac{0.25}{0.52} + \frac{\lambda_p}{0.5} \frac{0.25}{0.52} + \frac{\lambda_g}{0.5} \frac{0.02}{0.52} \right)^{-1} = 6.442 \frac{m^2 K}{W} \\
 4) \quad U_V &= R_V^{-1} = 0.1552 \frac{W}{m^2 K}
 \end{aligned}$$

## Rezultāti:

$$\lambda_{gumija} = (62.52 \pm 0.31) \cdot 10^{-3} W/(m \cdot K), r = 0.5\%$$

$$\lambda_{putuplasts} = (32.41 \pm 0.14) \cdot 10^{-3} W/(m \cdot K), r = 0.4\%$$

$$\lambda_{koks} = (134.2 \pm 1.1) \cdot 10^{-3} W/(m \cdot K), r = 0.8\%$$

$$C_{p_{gumija}} = (2407 \pm 17) J/(kg \cdot K), r = 0.7\%$$

$$C_{p_{putuplasts}} = (1011 \pm 47) J/(kg \cdot K), r = 4.7\%$$

$$C_{p_{koks}} = (2255.3 \pm 5.4) J/(kg \cdot K), r = 0.2\%$$

$$R_H = (8.183 \pm 0.035) m^2 K/W, r = 0.4\%$$

$$R_V = (6.442 \pm 0.042) m^2 K/W, r = 0.7\%$$

$$U_H = (122.20 \pm 0.52) \cdot 10^{-3} W/(m^2 K), r = 0.4\%$$

$$U_V = (155.2 \pm 1.0) \cdot 10^{-3} W/(m^2 K), r = 0.7\%$$

SILTUMVADĪŠANAS VIENĀDOJUMA ATRISINĀJUMS.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \left\| D = \frac{\lambda}{\rho C_p} \right\|$$

PĀRĒJAM ņEMAMIZO  $\eta$ :  $T(x, t) \Rightarrow T(\eta)$ , AR SĀSĀKŠNĀJĀ:  $\eta = \frac{x}{\sqrt{D t}}$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = \left( \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \cdot \left( -\frac{x}{2} (D t)^{-\frac{3}{2}} \cdot D \right) = -\frac{x}{2 \sqrt{D t}} \frac{\partial T}{\partial \eta} = -\frac{\eta}{2 t} \frac{\partial T}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{1}{D t} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}, \quad \text{SALĪKŅU IERĪKST VIENĀDOJUMA:}$$

$$-\frac{\eta}{2 t} \frac{\partial T}{\partial \eta} = D \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \frac{1}{D t} \Rightarrow T''_{\eta\eta} + \frac{\eta}{2} T'_\eta = 0 \quad \left\| T'_\eta = z(\eta) \right\|,$$

$$z'_\eta = -\frac{1}{2} \eta z$$

$$\frac{dz}{z} = -\frac{1}{2} \eta d\eta \Rightarrow \ln|z| = -\frac{\eta^2}{4} + C \Rightarrow z = C_1 \cdot e^{-\frac{\eta^2}{4}}$$

$$z = T'_\eta = C_1 \cdot e^{-\frac{\eta^2}{4}}$$

$$T = C_1 \int e^{-\frac{\eta^2}{4}} d\eta = C_1 \cdot \sqrt{\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\eta}{2}\right) + C_2$$

$$T(\eta) \Rightarrow T(x, t)$$

$$T(x, t) = C_1 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\rho C_p}}{2 \sqrt{\lambda t}} x\right) + C_2$$

Attēls 1. Siltumvadīšanas vienādojuma atrisinājums.

### Secinājumi:

Laboratorijas darbā tika noteikta siltumietilpība un siltumvadītspējas koeficients gumijai, kokam un putuplastam. Pēc iegūtajām vērtībām tika aprēķināta dotas konstrukcijas termiskā pretestība un U-vērtība.

Iegūto siltumvadītspējas koeficienta vērtība kokam ir lielāka par literatūrā pieejamo vērtību (0.04-0.12 W/(mK)). Šo nesakritību varētu skaidrot ar to, ka darbā tika izmantots saplāksnis. Putuplasta gadījumā novērojama labāka sakritība ar literatūras datiem (0.033 W/(mK)) [1]. Salīdzinot darbā iegūtas siltumietilpības ar literatūrā norādītajām, kokam tā sakrīt (1300-2400 J/(kgK)), savukārt putuplasta gadījumā eksperimentāli iegūta nedaudz mazākā vērtība (literatūrā – 1131 J/(kgK)) [2,3].

Apskatot vērtības dotās konstrukcijas termiskajai pretestībai, var secināt, ka tā ir labāks siltuma izolators horizontālā virzienā kā vertikālā.

### Izmantotā literatūra:

1. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Tables/thrcn.html>
2. [https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-d\\_391.html](https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-d_391.html)
3. <https://www.clemson.edu/ces/phoenix/labs/223/spheat/index.html>