

Nepārtrauktas vides fizikas laboratorijas darbs:

**Rotējošu pastāvīgo magnētu elektromagnētiskā indukcijas
sūkņa spiediena un caurteces raksturlīkņu mērīšana.**



Imants Bucenieks, Linards Goldšteins

Rīga/ Salaspils

2016

Saturs

Ievads	3
1. Elektromagnētisko sūkņu veidi.....	4
1.1. Kondukcijas elektromagnētiskie sūkņi	4
1.2. Indukcijas elektromagnētiskie sūkņi	5
1.2.1. Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS detalizēts apraksts un priekšrocības	8
2. Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS teorētiskais apraksts.....	11
2.1. EM pamatprocesu vienkāršots apraksts	11
2.2. Indukcijas vienādojums un tā atrisinājums	14
2.3. Šķērsefektu ietekme.....	17
2.4. Hidrauliskās pretestības un ķēdes.....	18
3. Praktiskā darba apraksts.....	22
3.1. Eksperimentālā iekārta.....	22
3.2. Darba piederumu apraksts.....	25
3.3. Darba izpildes gaita	25
4. Darba uzdevumi.....	27
Kontroljautājumi pirms darba veikšanas.	29
Bibliogrāfija	29
Pielikumi.....	30

levads

Šķidri, izkausēti metāli plaši ir sastopami un ir svarīgi ne tikai metalurģijā. To augstās siltum-ietilpības un -vadītspējas dēļ tie tiek izmantoti kā siltumnesēji dažādās enerģētiskās iekārtās. Kā lielākos un nozīmīgākos var minēt:

Ātro neitronu reaktorus – Na, Pb

Kodolsintēzes reaktorus - Li, Pb-Li eitektiskais sakausējums,

Neitronu atskaldīšanas avotus - Pb, Pb-Bi, Hg

Šķidro metālu pārsūkņēšana un transportēšana ir tehniski sarežģīts process augsto kušanas temperatūru un ķīmiskās agresivitātes (oksidēšanās un korozija) dēļ. Pārsūkņēšanas iekārtām tiek izvirzītas stingras drošības prasības, pirmkārt, no hermētiskuma un ilgmūžības viedokļa. Šādā gadījumā mehānisko sūkņu pielietošana nav optimāls risinājums, jo ietver vizuļus vai lāpstīņas, kas ir tiešā kontaktā ar šķidro metālu un ir pakļautas korozijas iedarbībai, gan blīvslēgus, kas laika gaitā var zaudēt hermētiskumu, kā arī gultņus vai citas nodilumam pakļautas mehāniskas detaļas, kas speciāli jāpielāgo šādiem darba apstākļiem.

Taču šķidrā metāla transportēšanas jautājumu var risināt arī citādāk – izmantojot tiem piemītošu, būtisku fizikālu īpašību – elektrovadītspēju. Noteiktā veidā iedarbojoties uz elektrovadošo šķidrumu ar ārēju magnētisko lauku, iespējams radīt tādas elektromagnētiskos (EM) spēkus, kas nodrošinās šķidrā metāla sūkņēšanu. Šādu iekārtu sauc par EM sūkni (EMS) un tā galvenā priekšrocība ir bez-kontakta sūkņēšana, jo magnētiskā sistēma atrodas ārpus šķidrā metāla kanāla – tādējādi nodrošinot absolūti hermētisku šķidrā metāla cilpas konstrukciju.

Šajā laboratorijas darbā tiks aplūkots rotējošu pastāvīgo magnētu EMS modelis. Šī sūkņa tipam ir vairākas būtiskas priekšrocības salīdzinājumā ar tradicionāli izmantojamiem 3-fāžu lineāriem EM sūkņiem:

- Vienkāršāka konstrukcija,
- Aktīvās magnētiskās sistēmas mazāki gabarīti (un līdz ar to mazāks svars)
- Lielāks lietderības koeficients
- Vienkāršāka vadība

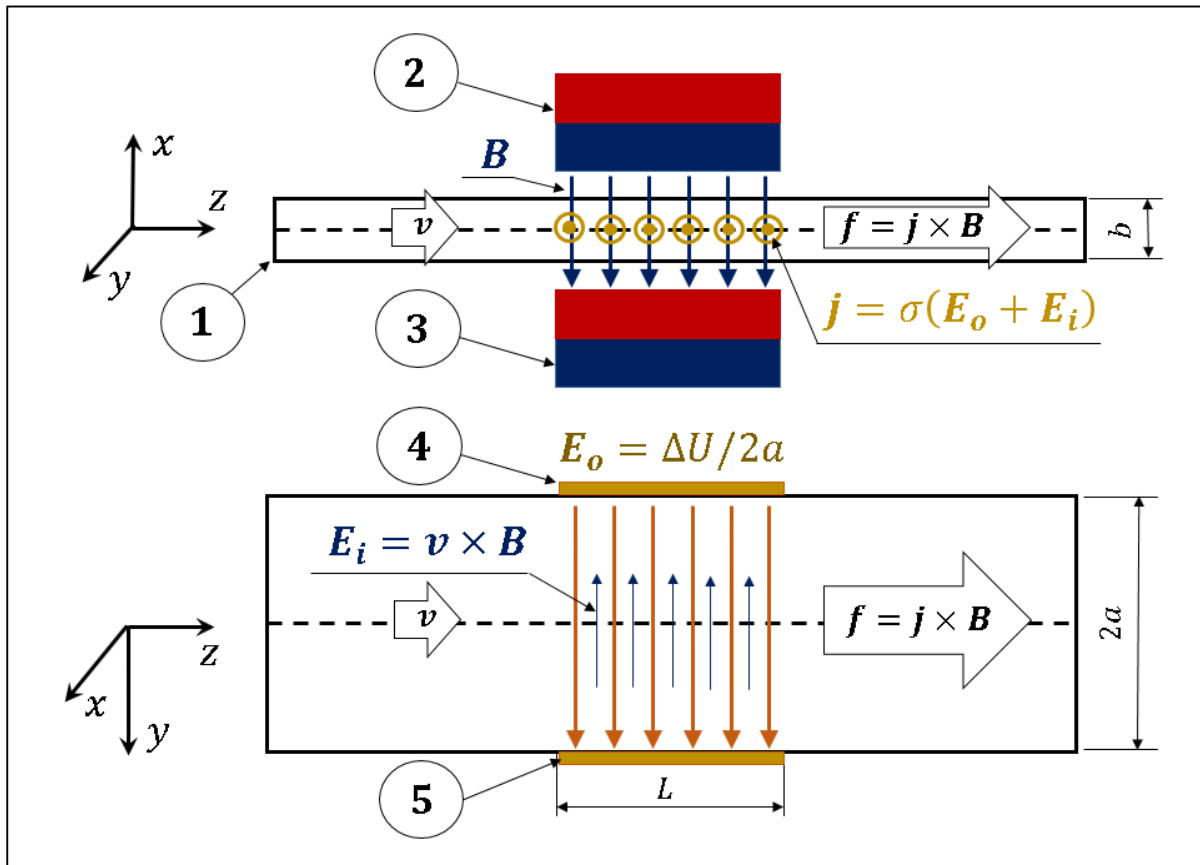
Nemot vērā minētās pastāvīgo magnētu EMS priekšrocības, kas ir nodemonstrētas un pierādītas LU Fizikas institūtā, izgatavojot vairāk nekā 50 šādu sūkņu, tiem ir paredzama liela perspektīva arī nākotnē, taču nepieciešama to tālāka optimizācija vienlaicīgi risinot savstarpēji saistītus elektrodinamikas, hidrauliskus, siltumfizikas un materiālu izturības uzdevumus

Šī laboratorijas darba mērķis ir iepazīties ar pamatprincipiem, kas ir pastāvīgo magnētu EMS darbības pamatā un eksperimentāli izpētīt tā darbību.

1. Elektromagnētisko sūkņu veidi

1.1. Kondukcijas elektromagnētiskie sūkņi

Vienkāršākais EMS veids ir līdzstrāvas kondukcijas sūknis. Lai turpmāk būtu vieglāk izskaidrot indukcijas EMS darbības principu un to priekšrocības, vispirms apskata kondukcijas EMS darbības principu (Attēls 1). Tas sastāv no kanāla 1) ar augstumu d_h un platumu $2a$, kurā plūst šķidrums ar elektrovadāmību σ un vienmērīgu ātrumu v z-ass virzienā. Virs kanāla novietota pastāvīga magnētiskā lauka sistēma ar garumu L (piem. pastāvīgie magnēti 2) un 3), kas kanālā rada konstantu magnētisko lauku B vērstu x-ass virzienā.



Attēls 1. Kondukcijas EMS principālā shēma.

Kanāla sānos, starp magnētiem pievienoti elektrodi 4) un 5) ar garumu L un pieslēgti līdzsprieguma avotam ar sprieguma starpību ΔU , tādējādi kanālā radot ārējo elektrisko lauku, kas vērsts y-ass virzienā:

$$E_0 = \Delta U / 2a \, e_y \quad [V/m] \quad (1)$$

Neapšaubāmi, pieliktais elektriskais lauks vadošajā vidē radītu stāvu, taču jāņem vērā fakts, ka vadošās vide kustas stacionārā magnētiskajā laukā. Šis relatīvās kustības rezultātā, rodas elektriskais lauks E_r , kas šajā gadījumā ir vērsts pretēji pieliktajam:

$$E_r = v \times B = -(vB)(e_z \times e_x) = -vB \, e_y \quad (2)$$

Līdz ar to, lai aprēķinātu plūstošās strāvas blīvumu kustīgajā vidē, izmanto Oma likumu diferenciālajā formā (3):

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E}_0 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \frac{\sigma}{2a}(\Delta U - \Delta U_r) \mathbf{e}_y \quad [A/m^2] \quad (3)$$

EM spēka blīvumu atrod no strāvas blīvuma un magnētiskā lauka vektoriāla reizinājuma :

$$\mathbf{f}_{EM} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \frac{\sigma B}{2a}(\Delta U - \Delta U_r)(-\mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x) = \frac{\sigma B}{2a}(\Delta U - \Delta U_r)\mathbf{e}_z \quad [N/m^3] \quad (4)$$

Visbeidzot sūkņa attīstīto EM spiediena starpību atrod integrējot spēka blīvumu pa aktīvās daļas tilpumu, tādējādi atrodot kopējo EM spēku, un dalot ar šķērsriezuma laukumu S :

$$\Delta p_{EM} = \int \mathbf{f}_{EM} dV / S = \frac{\sigma BL}{2a}(\Delta U - \Delta U_r) \quad [Pa] \quad (5)$$

Kaut gan kondukcijas EMS konstrukcija liekas diezgan vienkārša un vilinoša, taču praksē tie nav raduši plašu pielietojumu sekojošu apsvērumu dēļ:

- Reālos apstākļos pie augstām šķidrā metāla darba temperatūrām ir grūti (un dažos gadījumos tas pat nav iespējams) nodrošināt stabilu un drošu elektriskās strāvas pievadīšanu sūkņa kanālam;
- Kondukcijas EMS barošanai ir nepieciešami speciāli, nestandarta zema sprieguma (daži volti) un lielu elektrisko strāvu (vairāki kA) avoti, jo šķidrā metāla pretestība ir maza un barošanas avots ir tik pat kā īsslēgts.

Noslēdzot šo nelielo ieskatu jāatzīmē, ka iepriekš analizētai shēmai ir arī citas praktiskas nozīmes. Nepieliekot ārējo spriegumu, tā var darboties kā caurteces mērītājs (mērot ΔU_r) gan kā ģenerators (izmantojot ΔU_r kā avotu). Kā vienā tā otrā gadījumā šķidrā metāla kustību rada citi, ārēji spēki.

1.2. Indukcijas elektromagnētiskie sūkņi

Praksē šķidro metālu pārsūkņēšanai visvairāk ir izplatīti indukcijas EMS. Indukcijas EMS darbības princips (kā par to liecina pats sūkņa nosaukums) balstās uz to, ka EM spēkus rada laikā mainīgs magnētiskais lauks:

$$\mathbf{B}(x, t) = \mathbf{B}(x)\cos(\omega t) \quad [T] \quad (6)$$

Kur leņķiskā frekvence:

$$\omega = 2\pi f \quad [m/s] \quad (7)$$

Tas elektrovadošajā vidē inducē elektrisko (virpuļ-) lauku (un līdz ar to arī virpuļstrāvas), kā to nosaka Faradeja likums:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (8)$$

Tieši tāpat kā kondukcijas sūknī, šķidrā metālā esošo strāvu un magnētiskā lauka vektoriālais reizinājums rada EM spēka blīvumu, kurš metālu dzen caur sūkņa kanālu.

$$\mathbf{f}_{EM} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (9)$$

Lai mainīgie EM spēki būtu vērsti vienā noteiktā virzienā (nevis vienkārši pulsējoši spēki), jāizmanto īpašs mainīga magnētiskā lauka veids – t.s. *skrejošais magnētiskais lauks*. Idealizētu, skrejošu magnētisko lauku sūkņa kanālā var aprakstīt ar vienu komponenti, kas kustas ar ātrumu v_B un ir perpendikulāra šķidrā metāla plūsmas virzienam:

$$\mathbf{B}(z, t) = B_0 \cos(\alpha z - \omega t) \mathbf{e}_x = B_0 \cos(\alpha[z - v_B t]) \mathbf{e}_x \quad (10)$$

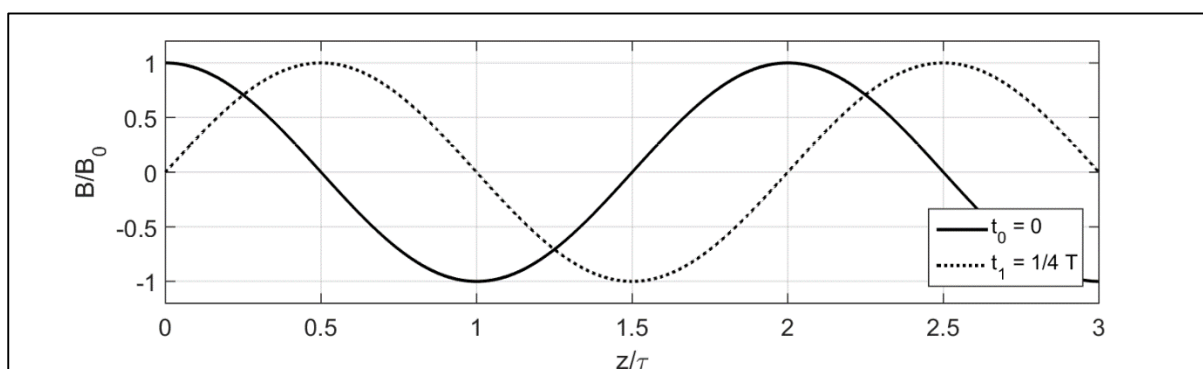
Kur viļņuskaitlis:

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau} \quad [\text{rad/m}] \quad (11)$$

Magnētiska lauka ātrums:

$$v_B = 2\tau f \quad [\text{m/s}] \quad (12)$$

τ [m] – pusviļņa garums vadošajā vidē un f [Hz] - frekvence.

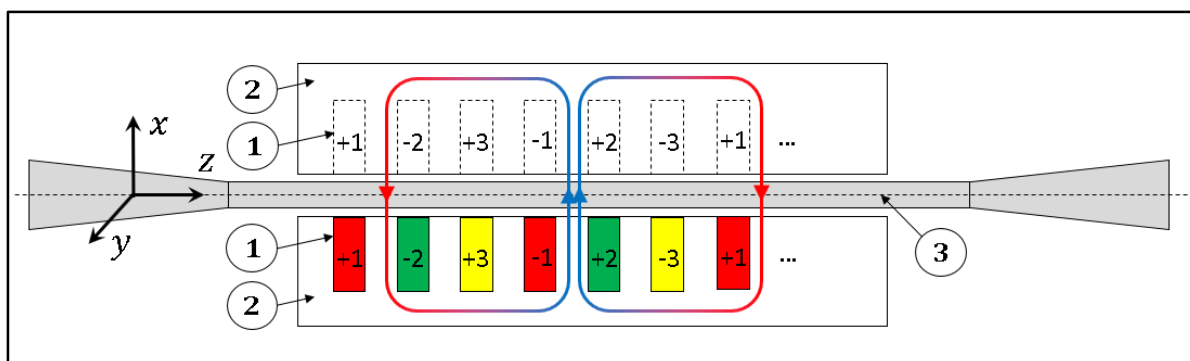


Attēls 2. Skrejošs magnētiskais lauks.

Grafiski idealizēts, skrejošs lauks parādīts attēlā 2, bet praksē to var iegūt divējādi:

1. Izmantojot 3-fāzu statoru jeb induktoru

Induktoru sastāv no spolēm(2), kas iegremdētas laminētā, feromagnētiskā materiālā (1) un tiek pieslēgtas 3-fāzu maiņspriegumam noteiktā secībā (Attēls 3). Induktora feromagnētisko daļu, līdzīgi kā transformatoros, veido laminētu, lai samazinātu siltuma zudumus mainīgā magnētiskā lauka dēļ.



Attēls 3. Indukcijas EMS shēma, izmantojot trīs fāzu induktoru.

Lai izveidotu **lineāro indukcijas EMS**, virs induktora novieto kanālu (3) ar šķidro metālu un, lai būtiski palielinātu EMS efektivitāti, virs kanāla vēl vienu induktoru vai laminētu feromagnētisku detaļu bez spolēm (magnetvadu).

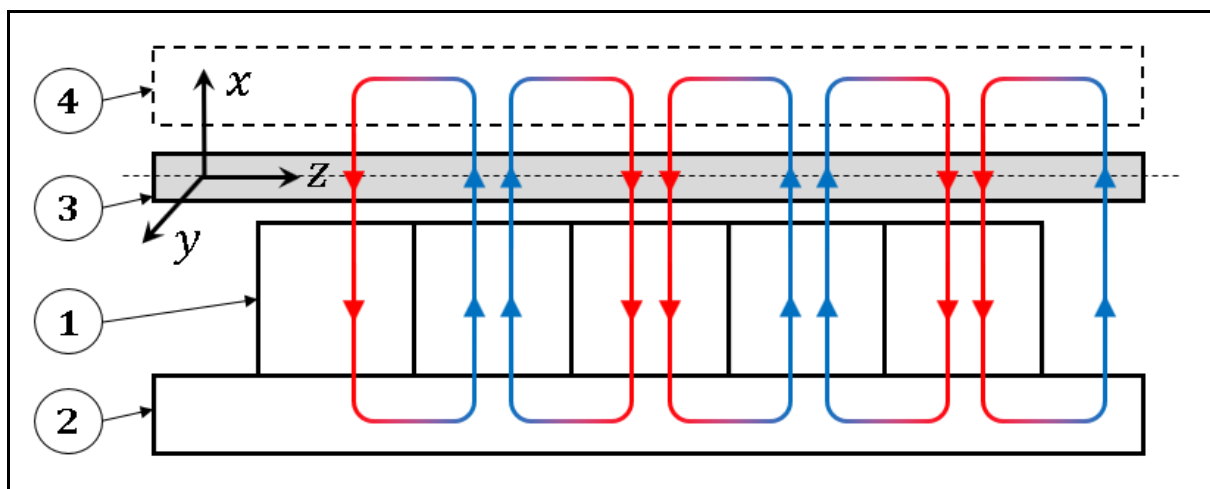
Lineāro indukcijas sūkņu galvenā priekšrocība ir kustīgu detaļu neesamība, līdz ar to minimāla apkopes vajadzība un augstāka drošība. Šo iemeslu dēļ, lielas jaudas (>100 kW) un izmēra lineāros indukcijas EMS paredzēts izmantot ātro neitronu reaktoru sekundārajos dzesēšanas kontūros, šķidra Na transportēšanai. Attēlā 4. parādīts eksperimentālais kontūrs PEMDYN šāda sūkņa darbības padziļinātai izpētei.



Attēls 4. Gredzenveida indukcijas EMS darbam ar šķidru Na (Kadaraša, Francija, 2014).

2. Izmantojot kustīgus pastāvīgos magnētus

Attēlā 5 redzamajā shēmā uz viengabalaina dzelzs pamata (2) pamīšus novietoti pretēji magnetizēti pastāvīgie magnēti (1). Dzelzs pamats ar magnētiem kustas z ass virzienā. Lai izveidotu **pastāvīgo magnētu indukcijas EMS**, virs magnētu sistēmas novieto kanālu ar šķidru metālu (3) un, lai koncentrētu magnētisko lauku kanālā, laminētu magnetvadu (4) vai vēl vienu kustīgu pastāvīgo magnētu sistēmu. Lai gan EMS var darboties arī bez magnetvada, tā funkcija ir koncentrēt lauku kanālā, tādējādi uzlabojot sūkņa efektivitāti.



Attēls 5. Indukcijas EMS shēma, izmantojot kustīgus pastāvīgos magnētus.

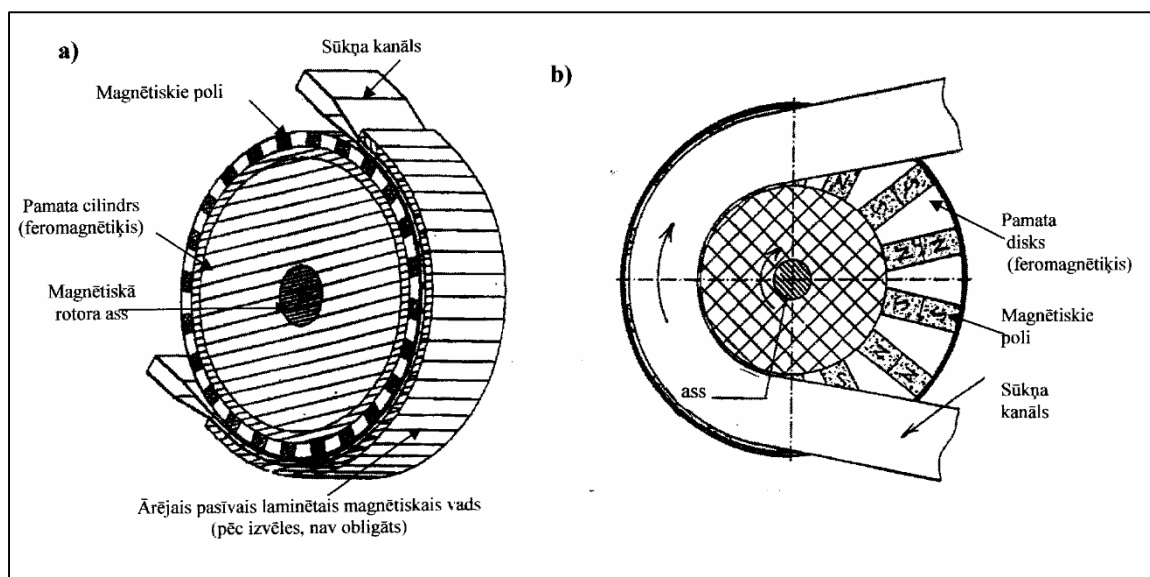
Kustīgu/rotējošu pastāvīgo magnētu EMS ir daudz priekšrocību salīdzinājumā ar lineārajiem indukcijas EMS, kas uzskaitītas sekojošās nodaļās, taču ne vienmēr tie var viens otru aizstāt. Grūtības rada situācijas, ar augstu šķidrā metāla temperatūru (>500°C), kas var negatīvi iespaidot pastāvīgos magnētus. Problemātiski var būt gadījumi augsta spiediena ieguvei, kad sūkņa kanāls jāveido pārmērīgi garš, vai lielu sūknēšanas jaudu ieguvei (> 100

kW), kam būtu jāpiemēro īpaša izgatavošanas tehnoloģija. Jāņem vērā arī fakts, ka kustīgas detaļas ir pakļautas nodilumam un ilgstošā darba režīmā (piem. vairāki gadi) var būt nepieciešama sūkņa apturēšana un apkope.

1.2.1. Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS detalizēts apraksts un priekšrocības

Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS darbības principa koncepcija bija zināma jau sen, taču šāda tipa sūkņu efektivitātes pētīšana, to modelēšana un teorētiskie aprēķini, projektēšana un reālo sūkņu izgatavošana praktiskiem pielietojumiem tika iesākta LU Fizikas institūta pavisam nesen (tikai sākot no 1999. gada). Agrāk neeksistēja tik spēcīgi un stabili pastāvīgie magnēti, lai praksē varētu realizēt efektīvus sūkņus. Pateicoties straujam progresam pēdējās desmitgadēs visā pasaulē jaunu magnētisko materiālu izpētē un izgatavošanā, un to komerciālai pieejamībai, pastāvīgo magnētu EMS kļuva konkurent spējīgi ar tradicionāliem induktoru sūkņiem.

Pastāvīgo magnētu EMS konstrukcijas var būt dažādas. Šajā laboratorijas darba teorētiskajā pamatojumā tiek apskatītas tikai divas galvenās pamata konstrukcijas (Attēls 6).



Attēls 6. Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS divu principiālo konstrukciju skices: a) - cilindrveidīgais sūknis ar vienaspusīgu aktīvo magnētisko rotoru un pasīvo ārējo magnētisko vadu; b) - diskveidīgais sūknis ar vienu vai diviem pretī novietotiem aktīviem magnētiskiem diskiem. Attēlā, skaidrības labad, parādīts tikai viens magnētiskais disks.

Pirmā no tām (Attēls 6 a) un Attēls 7) ir tā dēvētais cilindrveidīgais sūknis. Sūkņa galvenās funkcionālas sastāvdaļas ir sekojošas: 1) – feromagnētisks viengabalains pamata cilindrs (tam nav jābūt laminētam, jo tajā nav mainīgs magnētiskais lauks), uz kura pamīšus izvietoti pastāvīgie magnēti; 2) – apkārt šim cilindram jeb magnētiskajam rotoram izvietots sūkņa kanāls ar šķidru metālu (starp rotoru un kanālu pastāv neliela gaisa sprauga lai rotors varētu brīvi griezties); 3) – apkārt kanālam izvietots cieši tam piegulošs ārējais pasīvais magnētiskais vads, lai pastiprinātu magnētisko lauku šķidrajā metālā. Šim magnētiskam vadam jābūt laminētam, jo tas ir nekustīgs.

Visos indukcijas EMS (neatkarīgi no to konstruktīvā izpildījuma) sūkņa kanāla sienām jābūt nemagnētiskām – no nemagnētiskā nerūsējoša tērauda vai arī no keramikas.

Otra no tām (Attēls 6 b) Attēls 8) ir tā dēvētais diskveidīgais sūknis, kura konstrukcija sastāv no viena vai diviem magnētiskiem diskiem (viengabalaini tērauda diski ar radiāli izvietotiem magnētiskiem poliem no pastāvīgiem magnētiem), starp kuriem izvietots sūkņa kanāls ar šķidru metālu. Gadījumā, kad sūknim ir divi aktīvie magnētiskie diski, tad šāda sūkņa konstrukcijā nav nepieciešams izmantot laminētos feromagnētiskos materiālus. Ja sūknim ir tikai viens aktīvais magnētiskais disks, tad, lai palielinātu sūkņa efektivitāti, tam pretim jānovieto pasīvs (bez magnētiem) disks.



Attēls 7. Cilindrveidīgs EMS eutektiskā sakausējuma In-Ga-Sn pārsūkņēšanai (Ilmenau, Vācija).



Attēls 8. Diskveidīgais EMS sakausējuma Pb-Li pārsūkņēšanai (Paula Šēra Institūts, Šveice).

Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS (salīdzinājumā ar agrāk minētiem 3-fāžu lineāriem EMS) **galvenā priekšrocība ir tā, ka sūkņos nav tinumi (spoļu).** No šīs galvenās sūkņu ar pastāvīgiem magnētiem priekšrocības izriet **vairākas citas būtiskas priekšrocības:**

1) **Daudz vienkāršāka konstrukcija.** 3-fāžu induktoru magnētiskiem laminētiem vadiem (izgatavotiem no plānām speciālā elektrotehniskā tērauda loksne) ir profilēta konstrukcija – ar daudzām izfrēzētām gropēm induktora tinumu izvietojumam, līdz ar to induktora izgatavošana ir diezgan sarežģīta, darbietilpīga un dārga. Savukārt, sūkņos ar pastāvīgiem magnētiem aktīvās magnētiskās sistēmas poli tiek izvietoti un nofiksēti uz parasta magnētiska tērauda pamata konstrukcijām, kuras tiek izgatavotas viengabalainas un līdz ar to viņu **izgatavošana ir vienkāršāka un daudz lētāka.**

2) Tā kā pastāvīgo magnētu EMS vispār nav tinumi, tad atkrīt arī visas 3-fāžu induktoriem raksturīgas problēmas, tādas kā tinumu elektriskās izolācijas izturība, pašu tinumu dzesēšana pie lielā barošanas strāvām. Pie tam, ja avārijas gadījumā induktora tinumos notiek īssavienojums un tie tiek bojāti, tad tie praktiski nav remontējami, jo tie ir stingri iekompaundēti induktora gropēs. Tādēļ vienkāršāka ir jauna induktora izgatavošana, nekā tā remonts. Savukārt, pastāvīgo magnētu pārkarsēšanas gadījumā, zaudējot savas magnētiskās īpašības, tie vienkārši var būt aizvietoti ar jauniem magnētiem. Tā tad **sūkņi ar pastāvīgiem magnētiem ir viegli remontējami.**

3) **Sūkņiem ar pastāvīgiem magnētiem ir daudz lielāks lietderības koeficients.** Pirmkārt, nav jātērē elektriskā enerģija magnētiskā lauka radīšanai. Otrkārt, izmantojot pastāvīgos magnētus šķidrā metāla slānī sūkņa kanālā var iegūt stiprāku magnētisko lauku, nekā ar 3-fāžu induktoru. Treškārt, **aktīvās jaudas koeficients - $\cos(\varphi)$ - tiem ir vienāds ar elektriskā motora $\cos(\varphi)$ (pat līdz 0.8),** bet 3-fāžu induktoriem tas ir relatīvi zems (labākajā gadījumā ap 0.3).

4) 3-fāžu indukcijas EMS barošanai tiek izmantoti transformatori sūkņa ražotspējas regulēšanai. Šādi transformatori ir relatīvi dārgas elektriskās iekārtas un to izmaksas daudzos gadījumos, it sevišķi jaudīgiem sūkņiem, var pat pārsniegt paša sūkņa cenu. Gadījumos, kad nepieciešama no tīkla atšķirīga frekvence (ne 50 Hz) jāizmanto frekvenču pārveidotāji vai pat speciāli motoru - ģeneratori, kas vēl vairāk samazina sistēmas kopējo lietderību un palielina izmaksas. Savukārt, **pastāvīgo magnētu EMS piedziņai izmanto relatīvi lētus, standarta rūpnieciskos elektriskos dzinējus,** kuriem barošanu pievada caur arī relatīvi lētu standartu frekvences pārveidotāju sūkņa ražotspējas regulēšanai, mainot sūkņa aktīvās magnētiskās sistēmas rotācijas ātrumu. **Tādējādi to vadība ir vienkārša.**

5) Pie vienādām sūkņu ražotspējām sūkņiem ar pastāvīgiem magnētiem (tā kā pastāvīgo magnētisko poli izvietošanai nepieciešamie aktīvās magnētiskās sistēmas gabarīti ir mazāki, salīdzinājumā ar 3-fāžu induktoru sūkņiem, kuros daudz vietas aizņem induktora tinumi) ir **mazāki gabarīti un līdz ar to arī mazāks svars.**

Sūkņiem ar pastāvīgiem magnētiem ir arī citas priekšrocības, kuras nav tik acīmredzamas, kā augstāk minētās, bet kuras noskaidrojas analizējot un optimizējot konkrēta sūkņa parametrus.

2. Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS teorētiskais apraksts

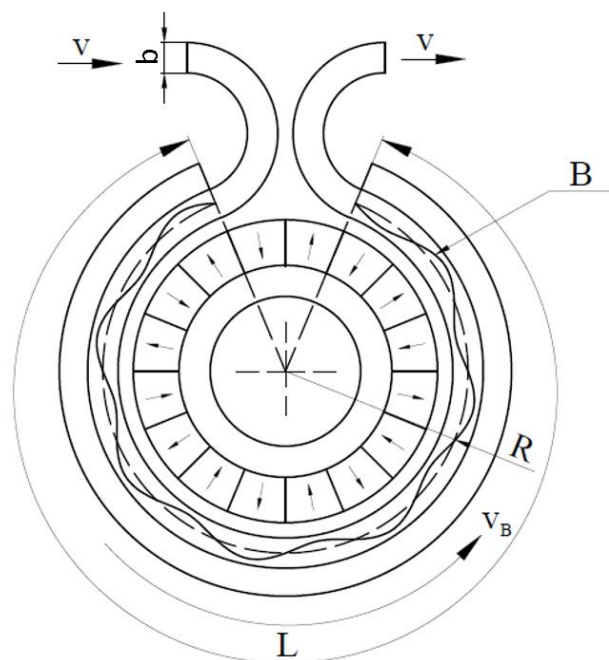
2.1. EM pamatprocesu vienkāršots apraksts

Apskata cilindriskā rotējošu pastāvīgo magnētu EMS attēlā 9 ar šķidrā metāla slānīša augstumu - b platumu (plaknes virzienā) - $2a$ un elektrisko vadāmību σ , kas kustas ar ātrumu v pa EMS aktīvo daļu ar garumu L un rādiusu R . Uz slānīti iedarbojas pastāvīgo magnētu radīts lauks B , kas rotē ar ātrumu v_B .

Uzskata, ka izpildās ģeometriskā sakarība (13), kas ļauj pietiekoši korekti pāriet no polārās uz Dekarta koordinātu sistēmu (attēls 10):

$$b \ll R \quad (13)$$

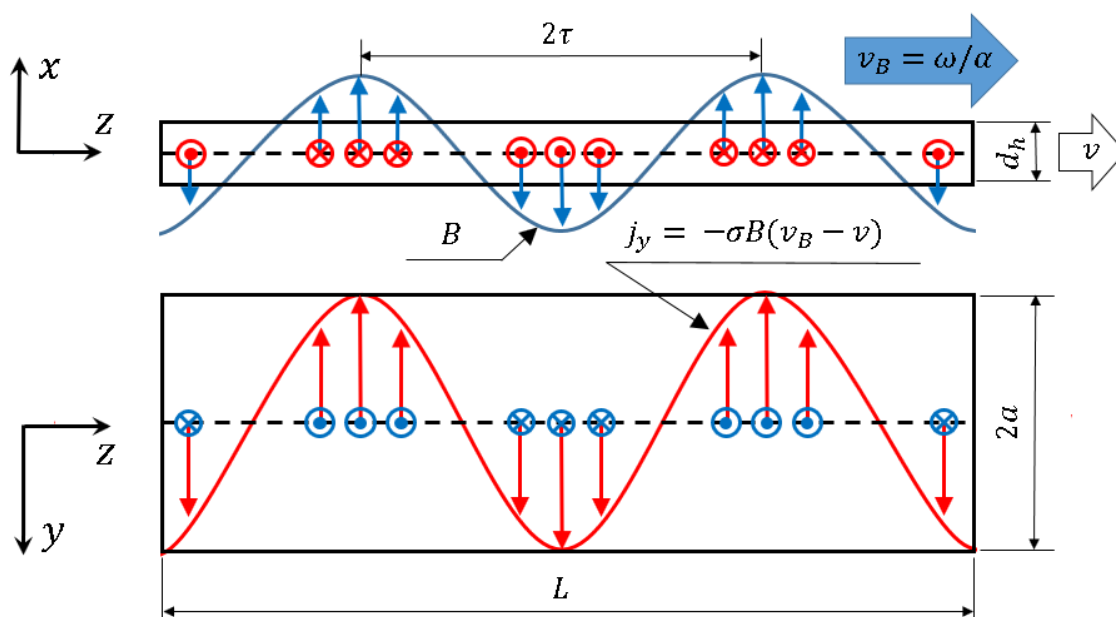
Tālāk aplūko tikai pa augstumu vidējos EM procesus ($\frac{\partial}{\partial x} = 0$) un uzskata, ka slānīša platums $2a$ ir pietiekoši liels, lai neņemtu vērā šķērsefektus ($\frac{\partial}{\partial y} = 0$).



Attēls 9. Pastāvīgo magnētu EMS modelis.

Uzskata, ka uz slānīti iedarbojas skrejošs magnētiskais lauks vērsts tikai x ass virzienā:

$$\mathbf{B}(z, t) = B_0 \cos(\alpha z - \omega t) \mathbf{e}_x = B_0 \cos(\alpha[z - v_B t]) \mathbf{e}_x \quad (14)$$



Attēls 10. Idealizēta indukcijas EMS darbības shēma.

Šajā gadījumā magnētiskā lauka pusviļņa garums τ ir atkarīgs no vidējā kanāla rādiusa R un magnētu skaita n_m :

$$\tau = \frac{2\pi R}{n_m} \quad (15)$$

Savukārt vidējais magnētiskā lauka ātrums kanālā v_B atrodams zinot magnētiskās sistēmas rotācijas ātrumu minūtē n_{rpm} un vidējo kanāla rādiusu R :

$$v_B = \frac{\pi R n_m}{30} \quad (16)$$

Laikā mainīga magnētiskā lauka iedarbības rezultātā elektrovadošajā slānītī tiks radītas virpuļstrāvas, kuras vienkārši aprēķināt pārejot kustīgās vides atskaites sistēmā, tajā skrejošais magnētiskais lauks kustēsies ar relatīvo ātrumu $v_B - v$:

$$\mathbf{B} = B_0 \cos(\alpha z - \alpha[v_B - v]t) \mathbf{e}_x \quad (17)$$

No iepriekšējās izteiksmes izriet, ja vadošā vide kustas līdz ar magnētisko lauku jeb sasniedz t.s. *sinhrono ātrumu*: $v = v_B$, magnētiskais lauks kustīgajā vidē kļūst stacionārs ($\frac{\partial B}{\partial t} = 0$). No Faradeja likuma seko, ka šādā gadījumā elektriskais lauks un strāvas netiks inducētas.

Magnētiskā lauka relatīvās kustības ātruma aprakstam lieto slīdi s :

$$s = 1 - \frac{v}{v_B} \rightarrow \mathbf{B} = B_0 \cos(\alpha[z - v_B s t]) \mathbf{e}_x \quad (18)$$

Apskatītajā tuvinājumā elektriskajam laukam ir tikai y komponente un to meklē formā:

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(\alpha[z - v_B s t]) \mathbf{e}_y \quad (19)$$

Tad no Faradeja likuma iegūst:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \rightarrow -\frac{\partial E}{\partial z} \mathbf{e}_x = -\frac{\partial B}{\partial t} \mathbf{e}_x \rightarrow E = -v_B s B$$

Izmantojot Oma likumu kustīgajā atskaites sistēmā (bez $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ locekļa) atrod strāvas blīvumu:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma v_B s B_0 \cos(\alpha[z - v_B s t]) \mathbf{e}_y \quad (20)$$

Inducēto strāvu sadalījums pa z asi shematiski parādīts attēlā 10. Mīnus zīme izteiksmē (20) nosaka strāvas plūšanas virzienu, kas būtisks aprēķinot EM spēka blīvumu:

$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = -\sigma v_B s B_0^2 \cos^2(\alpha[z - v_B s t]) \cdot [\mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x] \quad (21)$$

Izmantojot trigonometrisku identitāti (22) redzams, ka spēka blīvumu raksturo stacionāra un nestacionāra daļa ar dubultu frekvenci, kas raksturīga arī citās mainīga magnētiskā lauka iekārtās (EM krāsnis, maisītājos utml.):

$$\cos^2(\alpha[z - v_B s t]) = \frac{1 + \cos(2\alpha[z - v_B s t])}{2} \quad (22)$$

Ja nestacionārās daļas frekvence ir pietiekoši augsta, šim efektam ir sekundāra nozīmē, tādēļ praksē bieži ņem vērā tikai stacionāro daļu (t.s. kvazi-stacionārais tuvinājums):

$$\mathbf{f}_{EM} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \frac{j_0 \mathbf{e}_y \times B_0 \mathbf{e}_x}{2} = \frac{\sigma B_0^2 (v_B - v)}{2} \mathbf{e}_z \quad (23)$$

Integrējot spēka blīvumu pa slānīša tilpumu un dalot ar tā šķēsgriezuma laukumu EM sūkņa attīstītā spiediena starpība ir :

$$\Delta p_{EM} = \int f_{EM} dV / S = f \cdot L = \frac{\sigma B_0^2 (v_B - v) L}{2} \quad (24)$$

Šī relatīvi vienkāršā formula apraksta pamata fizikālos procesus EM sūknī un ir viegli uztverama. EMS attīstāmo spiedienu pamatā nosaka:

1. šķidruma elektrovadītspēja - σ
2. pieliktais magnētiskais lauks - B_0^2
3. magnētiskā lauka un metāla ātrumu starpība - $(v_B - v)$
4. kanāla aktīvās daļas garums - L

Nereti inženiertehniskos aprēķinos visi pārējie efekti (galīgas ģeometrijas ietekme utml.), tiek ņemti vērā ieviešot papildus korekcijas koeficientus. Tālākai analīzei formulu lietderīgi pārrakstīt arī sekojošā veidā, sadalot to trijos reizinātājos:

$$\Delta p_{EM} = \left[\frac{B_0^2}{2\mu_0} \right] \cdot [\alpha L] \cdot \left[\frac{\mu_0 \sigma (v_B - v)}{\alpha} \right] \quad (25)$$

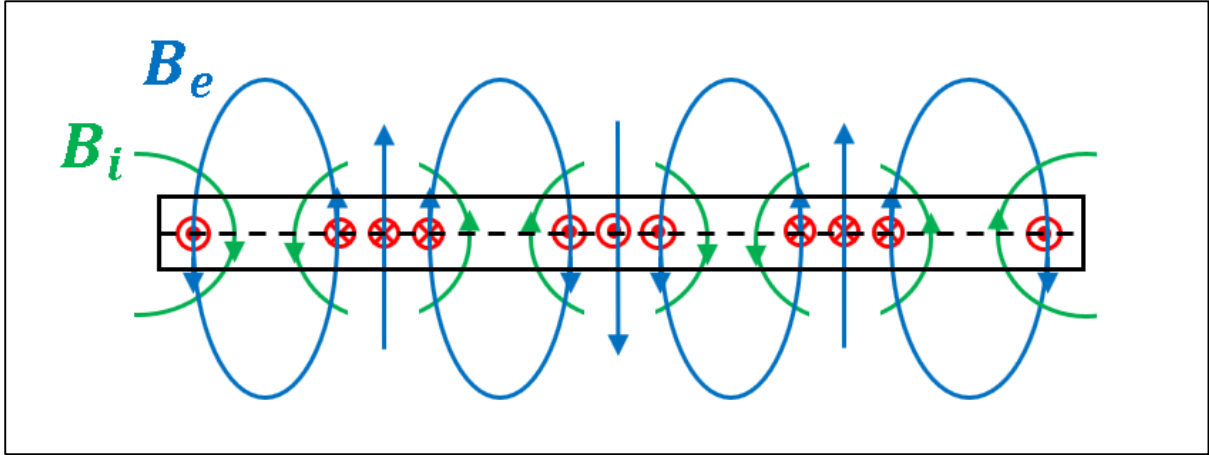
1. Reizinātājam no kreisās ir spiediena dimensija, tādēļ literatūrā šāda tipa locekļus mēdz saukt par **magnētisko spiedienu**.
2. Vidējam reizinātājam nav dimensijas un tas raksturo sūkņa pola - τ un kopējā garuma - L attiecību.
3. Reizinātājam no labās arī nav dimensijas un tas ir t.s. **slīdes magnētiskais Reinoldsa skaitlis**, kas raksturo magnētiskā lauka konvekcijas un difūzijas attiecību kustīgajā atskaides sistēmā:

$$Rm_s = \frac{\mu_0 \sigma (v_B - v_z)}{\alpha} \quad (26)$$

Acīmredzami, palielinot magnētisko lauku un/vai sūkņa aktīvās daļas garumu attīstītā spiediena starpība pieaugs. No izteiksmes (26) izriet, ka līdzīgi varētu teikti arī par Rm_s , taču tas darāms ar atrunu, ka $Rm_s < 1$.

Kāpēc tā?

Īsa atbilde - augstākminētajā aprēķinā ir lietots bezindukcijas tuvinājumu, t.i. - nav ņemts vērā fakts, ka inducētās strāvas \mathbf{j} arī neizbēgami radīs savu - inducēto - magnētisko lauku (skat. attēlu 11), kam ir *demagnetizējošs* efekts (Lenca likums). Citiem vārdiem sakot, Rm_s pieaugums konkurēs ar magnētiskā lauka B samazināšanos un attīstītais spiediens mainīsies nelineāri. Taču šāds vārdiskais skaidrojums nav pietiekams, lai izprastu teiktā detaļas, nepieciešams apskatīto problēmu risināt, izmantojot magnētiskā lauka pārneses jeb indukcijas vienādojumu.



Attēls 11. Ārējais B_e un strāvu radītais inducētais B_i magnētiskais lauks vienkāršākajā gadījumā ($Rm_s \ll 1$), kad to savstarpējais fāzu nobīdes leņķis $\varphi = 90^\circ$.

2.2. Indukcijas vienādojums un tā atrisinājums

Indukcijas vienādojums tiek iegūts kombinējot Faradeja, Ampēra un Oma likumus diferenciālā formā, kā arī izmantojot magnētiskā lauka un ātruma nepārtrauktību. Bez ārējiem strāvas avotiem tas pierakstāms:

$$\Delta \mathbf{B} - \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B} - (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{v} \right] = 0 \quad (27)$$

Pieņemot konstantu \mathbf{v} , tas vienkāršojas vēl vairāk (28) un iegūst acīmredzamu līdzību pēc formas ar siltumpārneses vienādojumu, kur $\Delta \mathbf{B}$ apraksta magnētiskā lauka difūziju, $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ - nestacionāro dabu un $(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B}$ - konvekciju:

$$\Delta \mathbf{B} - \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B} \right] = 0 \quad (28)$$

Lieto \mathbf{B} superpozīciju, kur \mathbf{B}_e – ārējais, uzdotais lauks, bet \mathbf{B}_i - inducētais:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_e + \mathbf{B}_i \quad (29)$$

Tādējādi iegūst indukcijas vienādojumu, kas risināms attiecībā pret \mathbf{B}_i , izmantojot \mathbf{B}_e kā avotu:

$$\Delta \mathbf{B}_i - \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B}_i \right] = \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{B}_e}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B}_e \right] - \Delta \mathbf{B}_e \quad (30)$$

Aplūko EM procesus tikai sūkņa kanālā, t.i. apgabalā, kur nav \mathbf{B}_e avotu (strāvu, kas rada \mathbf{B}_e), tādēļ no Ampēra likuma seko, ka šajā apgabalā:

$$\nabla \times \mathbf{B}_e = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta \mathbf{B}_e = 0 \quad (31)$$

Izmantojot vienkāršojumu (31), indukcijas vienādojumā iespējams lietot tuvinātu \mathbf{B}_e formu piem. (10). Prakse rāda, ka šādā veidā iegūtie atrisinājumi ir gana precīzi.

Magnētisko lauku meklē kompleksā formā, kas vienkāršo (30) risināšanas gaitu.:

$$\mathbf{B}(z, t) = \mathbf{B}_e + \mathbf{B}_i = \text{Re}[B_0 \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)}] \mathbf{e}_x = \text{Re}[(B_{e,0} + B_{i,0})e^{i(\alpha z - \omega t)}] \mathbf{e}_x \quad (32)$$

Kur:

$$e^{i(\alpha z - \omega t)} = \cos(\alpha z - \omega t) + i \sin(\alpha z - \omega t) \quad (33)$$

Amplitūdas B_0 un $B_{i,0}$ ir kompleksi skaitļi, savukārt $B_{e,0}$ tiek uzdots kā reāls, līdz ar to redzams, ka ārējais lauks ir identisks iepriekš apskatītajam (10):

$$\text{Re}[B_{e,0} \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)}] \mathbf{e}_x = B_{e,0} \cdot \cos(\alpha z - \omega t) \mathbf{e}_x \quad (34)$$

Lietojot komplekso formu, pēc noklusējuma tiek saprasts, ka fizikāla ir tā reālā daļa, tādēļ turpmākā pierakstā $\text{Re}[\dots]$ lieto tikai atsevišķos gadījumos.

Nemot vērā $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ indukcijas vienādojums magnētiskā lauka x komponentei pārrakstāms skalārā formā:

$$\frac{\partial^2 B_i}{\partial z^2} - \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial B_i}{\partial t} + v \frac{\partial B_i}{\partial z} \right] = \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial B_e}{\partial t} + v \frac{\partial B_e}{\partial z} \right] \quad (35)$$

Izmantojot $\mathbf{B}_e, \mathbf{B}_i$ izteiksmes, izpildot atvasināšanu un atbrīvojoties no kompleksās eksponentes, iegūst izteiksmi, kas saista ārējā un inducētā lauka kompleksās amplitūdas:

$$(-\alpha^2 - \mu_0 \sigma [-i\omega + i\alpha v]) B_{i,0} = \mu_0 \sigma [-i\omega + i\alpha v] B_{e,0} \quad (36)$$

Izsakot inducētā lauka (komplekso) amplitūdu $B_{i,0}$ iegūst:

$$B_{i,0} = \frac{i R m_s}{1 - i R m_s} B_{e,0} \quad (37)$$

Tādējādi kopējā magnētiskā lauka amplitūda:

$$B_0 = B_{e,0} + B_{i,0} = \frac{1}{1 - i R m_s} B_{e,0} \quad (38)$$

B_0 modulis saista kopējā lauka amplitūdas vērtību (reālos skaitļos) ar ārējā lauka amplitūdu.

$$|B_0| = \frac{B_{e,0}}{\sqrt{1 + R m_s^2}} \quad (39)$$

Lietderīgi arī aplūkot $B_{i,0}$ moduli:

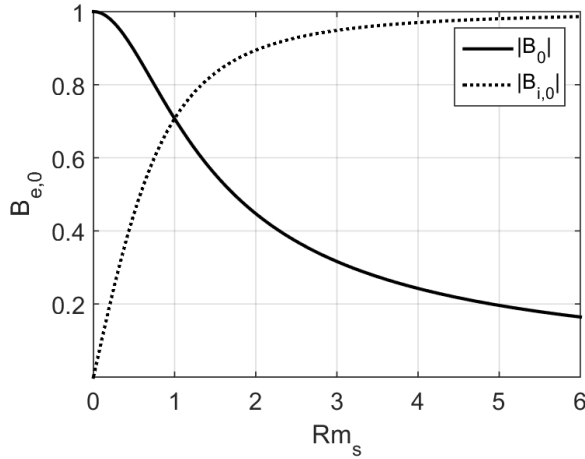
$$|B_{i,0}| = \frac{R m_s}{\sqrt{1 + R m_s^2}} B_{e,0} \quad (40)$$

Redzams, ka $B_{i,0}$ un B_0 moduļu attiecība ir $R m_s$. Šī iemesla dēļ EM sūkņu teorijas ietvaros $R m_s$ var interpretēt arī kā inducētā un kopējā magnētisko lauku attiecību.

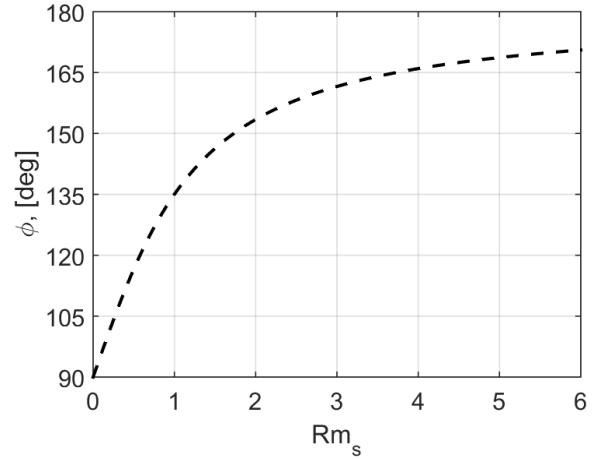
Nosaka B_i fāzes nobīdes leņķi (attiecībā pret B_e , kam pieņem $\varphi = 0$):

$$\varphi = \text{atan}\left(\frac{\text{Im}[B_{i,0}]}{\text{Re}[B_{i,0}]}\right) = \text{atan}\left(\frac{1}{-Rm_s}\right) \quad (41)$$

Attēls 12 parādīta kopēja un inducētā lauku amplitūdu, bet Attēls 13 inducētā lauka fāzes leņķa atkarība no Rm_s . Redzams, ka pieaugot Rm_s inducētā lauka amplitūda tiecas sasniegt ārējā lauka vērtību, bet fāzes leņķis – uz 180° , tādējādi samazinot kopējo magnētisko lauku.



Attēls 12. Normētas kopējā un inducētā lauka amplitūdu atkarība no Rm_s .



Attēls 13. Inducētā lauka fāzes leņķis attiecībā pret ārējo lauku atkarībā no Rm_s .

Inducētās strāvas atrod, izmantojot Ampēra likumu inducētajam magnētiskajam laukam:

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}_i}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial B_i}{\partial z} = j_0 \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)} \mathbf{e}_y = -\frac{\alpha}{\mu_0} \cdot \frac{Rm_s}{1 - iRm_s} B_{e,0} \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)} \mathbf{e}_y \quad (42)$$

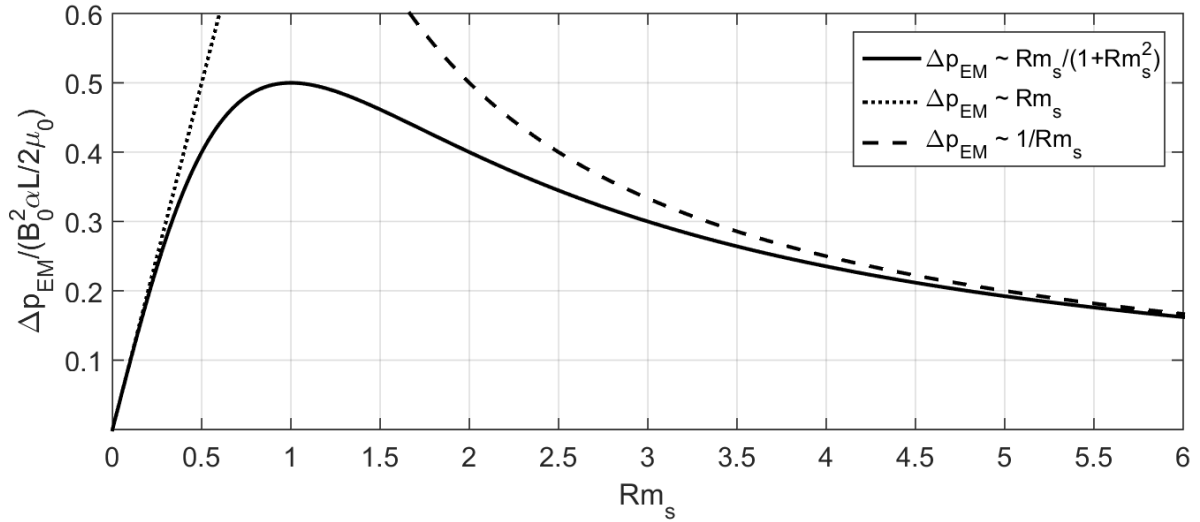
Kvazistacionārā tuvinājumā EM spēka blīvumu var viegli aprēķināt izmantojot kompleksās amplitūdas, kur simbols (*) nozīmē - kompleksi saistīto:

$$\mathbf{f}_{EM} = \text{Re}[\mathbf{j}] \times \text{Re}[\mathbf{B}] = \text{Re}\left[\frac{\mathbf{j}_0^* \mathbf{e}_y \times B_0 \mathbf{e}_x}{2}\right] = \text{Re}\left[\frac{B_{e,0}^2}{2\mu_0} \cdot \alpha \cdot \frac{Rm_s}{1 + iRm_s} \cdot \frac{1}{1 - iRm_s}\right] \mathbf{e}_z \quad (43)$$

Tādējādi EM sūkņa attīstītais spiediens ir:

$$\Delta p_{EM} = \left[\frac{B_{e,0}^2}{2\mu_0}\right] \cdot [\alpha L] \cdot \left[\frac{Rm_s}{1 + Rm_s^2}\right] \quad (44)$$

Salīdzinot izteiksmes (25) un (44) būtiskākā atšķirība meklējama labās puses reizinātājā jeb atkarībā no Rm_s , kas šajā gadījumā vairs nav lineāra. No izteiksmes (44) redzams, ka mazu $Rm_s \ll 1$ gadījumā var lietot lineāro tuvinājumu (25), bet lielu Rm_s gadījumā attīstītais EM spiediens proporcionāls $1/Rm_s$. Attēls 14 parādīta normēta attīstītā EM spiediena līkne (44) un tās divi tuvinājumi - mazu un lielu Rm_s gadījumā. No grafika izriet arī būtisks secinājums – EM sūknis jācenšas projektēt tā, lai darba režīms būtu $Rm_s < 1$, jo lielākas tā vērtības spiedienu nepaaugstinās, kā arī noved pie citiem nevēlamiem efektiem, piem. lielākiem siltuma zudumiem un tādējādi mazākas efektivitātes.



Attēls 14. Indukcija EMS attīstītā spiediena raksturlīkne atkarībā no Rm_s .

Dotajā teorētiskajā aprakstā tika apskatīts pa šķidrā metāla augstumu vidējos uzdevums, taču jāuzsver, ka fizikāli Rm_s ir tiešā veidā saistīts ar magnētiskā lauka iespiešanās dziļumu vadošajā vidē jeb *skinslāni* (attālumu, kurā magnētiskais lauks samazinās $e = 2.71..$ reizes). To izsakot pēc analogijas iegūst:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \rightarrow \delta \approx \frac{1}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{2}{Rm_s}} \quad (45)$$

Iespiešanās dziļuma samazināšanās, palielinoties Rm_s , tiešā veidā saistāma ar inducētā magnētiskā lauka pieaugumu un tā fāzes leņķa tuvošanos 180° , attiecībā pret ārējo lauku, tādējādi to *spiežot ārā* no vadošās vides. Vidēji pa kanāla augstumu tas nozīmē kopējā lauka samazināšanos jeb demagnetizāciju, kā tas jau parādīts attēlā 12.

2.3. Šķērsefektu ietekme

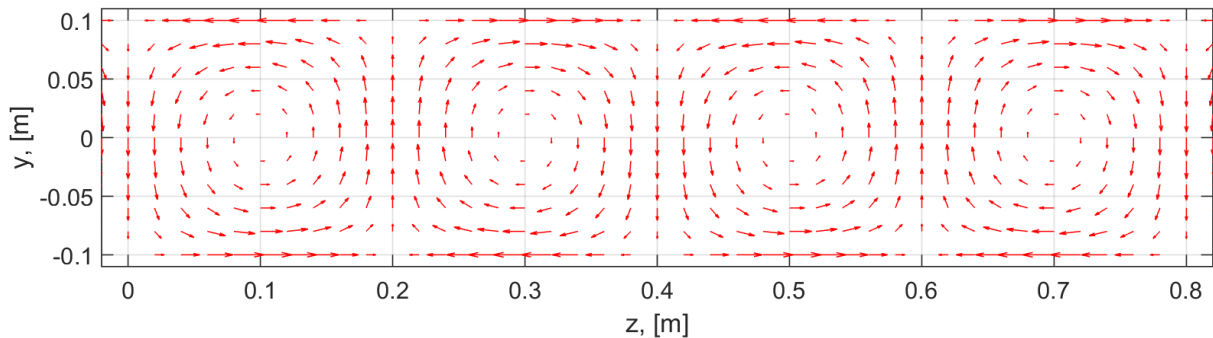
Attīstītā EM spiediena izteiksme (44) dos pietiekami precīzus rezultātus gadījumos, kad EMS kanāla platums ir ievērojami liels jeb attiecība: $\frac{a}{\tau} \gg 1$. Gadījumos, kad šāds nosacījums neizpildās, jāņem vērā efekti, kas rodas galīgas ģeometrijas dēļ y virzienā - vispuļstrāvu noslēgšanās īpatnības. Tad inducētā lauka amplitūdu meklē arī kā funkciju no y (46) ar robežnosacījumiem (47):

$$\mathbf{B}_i(y, z, t) = B_{i,0}(y) \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)} \mathbf{e}_x \quad (46)$$

$$B_{i,0}(y) \Big|_{y=\pm a} = 0 \quad (47)$$

Detalizēti neapskatot risināšanas gaitu, pielietojot Ampēra likumu, no (46) formas iespējams secināt, ka inducētajam strāvas blīvumam jābūt divām komponentēm. Pie šiem nosacījumiem strāvas blīvuma sadalījums šķidrā metālā parādīts attēlā 15, kad $2a = \tau = 0.2$ un $Rm_s \ll 1$. Redzams, ka strāva noslēgšanās dēļ veidojas virpuļi, un pie slāņa robežām

$y = \pm a$ ir tikai strāvu z komponente, kas radīs EM spēkus y ass nevis vēlamajā z ass virzienā, tādēļ integrāli EM spēks samazināsies.



Attēls 15. Strāvu sadalījums galīga platuma indukcijas EMS kanālā, kad $2a = \tau = 0.2$ un $Rm_s \ll 1$.

EM spiediens, ko sūknis attīsta, šajā gadījumā ir:

$$\Delta p_{EM} = \left[\frac{B_{e,0}^2}{2\mu_0} \right] \cdot [\alpha L] \cdot [Rm_s] \cdot Re \left[\frac{\alpha^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{th(\lambda a)}{\lambda a} \right) \right] \quad (48)$$

Kur:

$$\lambda = \alpha \sqrt{1 - iRm_s} \quad (49)$$

Izteiksmē (48) abi efekti – inducēto strāvu/magnētiskā lauka sadalījums un tā demagnetizējošā ietekme ir cieši sasaistīta kopā. Reālās daļas analītiska atrašana no kompleksā skaitļa vienādojuma (48) labajā pusē ir sarežģīta un to krietni ērtāk darīt izmantojot MatLab utml.

Mazu Rm_s gadījumā ($Rm_s \ll 1$) pietiekoši precīzus rezultātus dod vienkāršota formula, kas iegūstama bezindukcijas tuvinājumā :

$$\Delta p_{EM} = \left[\frac{B_{e,0}^2}{2\mu_0} \right] \cdot [\alpha L] \cdot [Rm_s] \cdot \left[1 - \frac{th(\alpha a)}{\alpha a} \right] \quad (50)$$

2.4. Hidrauliskās pretestības un ķēdes

Lai analizētu EM sūkņa darbību, to nepieciešams ievietot hidrauliskajā ķēdē jeb kontūrā, kas sastāv no elementiem šķidrā metāla caurteces nodrošināšanai, regulēšanai un mērīšanai. Līdzīgi kā elektriskajās ķēdēs, kur katram elementam ir elektriskā pretestība, arī hidrauliskajās ķēdēs var runāt gan par katra elementa pretestību, gan kopējo ķēdes pretestību.

Vispirms aplūko Oma likumu, kur pieliktā sprieguma starpība ΔU ir vienāds ar sprieguma kritumu ķēdē ΔU_k , ko nosaka tajā plūstošā strāva I un visu ķēdes elementu kopējā pretestība $R = \sum_n R_n$:

$$\Delta U = IR = \Delta U_k \quad (51)$$

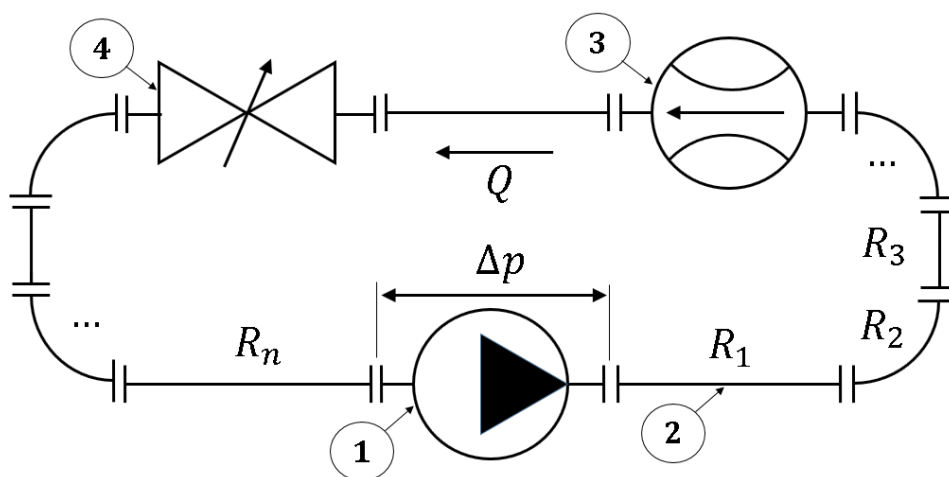
Uzskata, ka analogiski arī hidrauliskās ķēdes var raksturot ar pretestību, kas rodas no berzes. Tas nozīmē, ka pieliekot ķēdei spiediena starpību Δp (to rada piem. sūknis), caurteci Q kontūrā noteiks kopējā hidrauliskā pretestība $R_H = \sum_n R_n$, radot spiediena kritumu Δp_H :

$$\Delta p = Q R_H = \Delta p_H \quad (52)$$

Lineāra atkarība no caurteces derīga lamināru plūsmu gadījumā ($Re < 2'000$), taču turbulentās plūsmās ($Re > 2000 \dots 3000$) spiediena kritums hidrauliskajā ķēdē ir proporcionāls caurteces kvadrātam (53). Apskatīto principu pēc būtības tas nemaina:

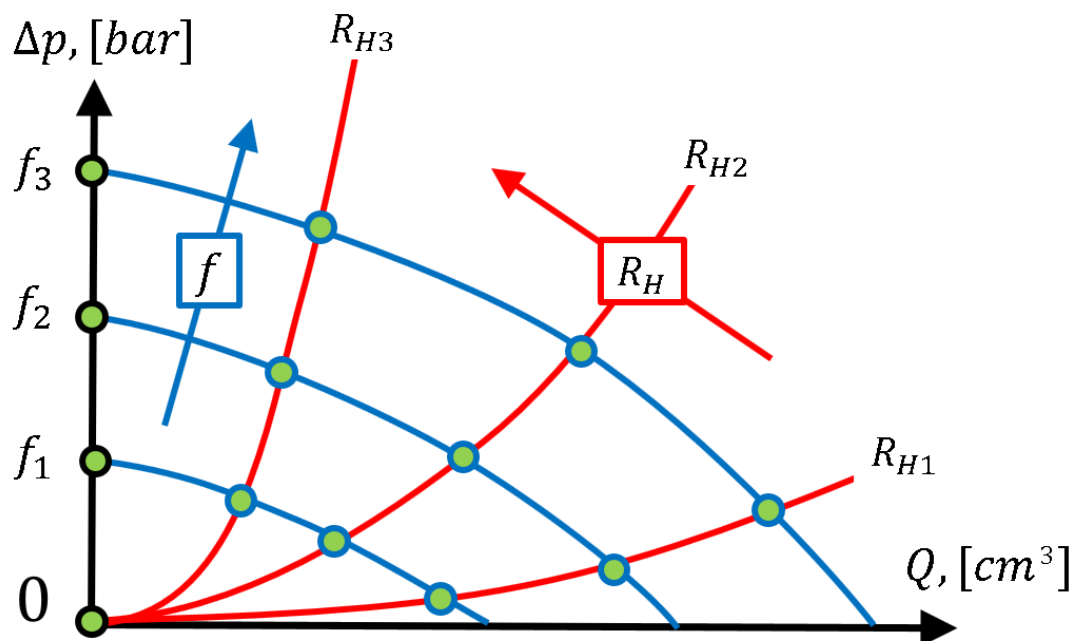
$$\Delta p = Q^2 R_H = \Delta p_H \quad (53)$$

Attēlā 16 parādīta aprakstītā hidrauliska ķēde, kur katrs nogrieznis atbilst vienam ķēdes elementam ar sev raksturīgu pretestību: 1) sūknis; 2) taisnas caurules, pagriezieni; 3) plūsmas mērītājs; 4) regulējamo vārstu, kurš aizvērtā stāvoklī dod $R_H = \infty$ un $Q = 0$. Jāuzsver, ka arī pašam sūknim ir iekšējā hidrauliskā pretestība, ko rada sūkņa kanāls.



Attēls 16. Hidrauliskās ķēdes principālā shēma.

Attēlā 17 parādītas EMS (zilas) un hidrauliskās ķēdes (sarkanas) p-Q raksturlīknes, pie dažādiem magnētu sistēmas kustības ātrumiem, ko maina ar motora piedziņas frekvenci $f_{1..3}$, un kontūra hidrauliskās pretestības ($R_{H1..3}$), kas krustojas, kad $\Delta p = \Delta p_H$. Shematiski parādīts, ka konstantas hidrauliskās pretestības gadījumā, palielinot f tiks iegūts lielāks spiediens un caurtece, pārvietojoties pa attiecīgo pretestības R_H līkni. Savukārt, konstantas f gadījumā, mainot kontūra pretestību (regulējot vārstu un mainot caurteci), tiks iegūti punkti, pārvietojoties pa EMS p-Q raksturlīkni.



Attēls 17. Sūkņa un hidrauliskā kontūra spiediena – caurteces raksturlīkņu mijiedarbība pie mainīgas piedziņas frekvences un kontūra pretestības.

Hidrodinamikā analītiski aprēķināt hidraulisko pretestību vai spiediena kritumu kāda elementa garumā iespējams tikai lamināru plūsmu gadījumā, aplūkojot vienkāršas ģeometrijas (piem. plūsma cilindriskā caurulē - Puazeļa plūsma).

Turbulentām plūsmām, kas sastāda lielāko daļu no praksē (t.sk. šai darbā) sastopamajām, tiek izmantota pusempīriska pieeja, ieviešot pretestības koeficientu:

$$\zeta = \Delta p_K / \left(\rho \frac{v^2}{2} \right) \quad (54)$$

Kur Δp_K - spiediena kritums apskatītajā elementā, ρ - šķidruma blīvums; v - vidējais ātrums attiecīgajā elementā.

Pieņemts uzskatīt, ka pretestības koeficients sastāv no divām daļām - berzes pretestības ζ_B un t.s. lokālās pretestības ζ_L :

$$\zeta = \zeta_B + \zeta_L \quad (55)$$

Par berzes pretestību attiecīgajā elementā bieži pieņem ekvivalentās caurules pretestību – t.i. pretestību, kas veidotos taisnā caurulē ar tādu pašu garumu un hidraulisko diametru kā apskatītajā elementā:

$$\zeta_B = \lambda_h \frac{L}{D_h} \quad (56)$$

Kur λ_h - berzes koeficients, $D_h = \frac{4S}{P} = \frac{4ab}{2a+b}$ - hidrauliskais diametrs, L – apskatītā elementa garums.

Turbulentās plūsmās berzes koeficienta λ_h noteikšanai caurulēs ar mazu virsmas raupjumu var lietot Blasiusa formulu, kur Re ir Reinoldsa skaitlis:

$$\lambda_h = 0.3164 \cdot Re^{-0.25} \quad (57)$$

Lamināru plūsmu gadījumā berzes koeficients λ_h cilindriskās caurulēs tiek noteikts, izmantojot Hagen – Puazeļa sakarību:

$$\lambda_h = 64/Re \quad (58)$$

Savukārt lokālā pretestība rodas ģeometrijas izmaiņas dēļ (piem, virziena, šķērsriezuma maiņa utml), kas izsauc papildus lielizmēra virpuļu veidošanos un noved pie pretestības palielināšanās, salīdzinot ar taisnu cauruli. Koeficientam ζ_L nav vienas unikālas formulas, pirmkārt, jau tāpēc, ka iespējami bezgalīgi daudz dažādas ģeometrijas plūsmu. Tādēļ eksperimentāli ir izpētītas praksē visbiežāk sastopamās ģeometrijas un ζ_L vērtības sistemātiski apkopotas rokasgrāmatās. Līdz ar to spiediena kritums konkrētā ģeometriskā elementā tiek noteikts izmantojot Darsī – Veisbaha sakarību:

$$\Delta p_K = \zeta \cdot \rho \frac{v^2}{2} \quad (59)$$

Izmantojot šādu pieeju un summējot visu elementu spiediena kritumus var pietiekoši precīzi noteikt kopējo spiediena kritumu sistēmā, kas ļauj noteikt nepieciešamā sūkņa parametrus – attīstāmo spiedienu un caurteci. Līdzīga veidā bez sarežģītu datormodeļu palīdzības tiek projektētas dažādas inženiertehniskas sistēmas piem. ēku ūdensapgādei vai ventilācijai, kur ir interese tikai par sistēmas integrālajiem parametriem.

Laboratorijas darba kontekstā, aprēķinot EM sūkņa attīstīto spiedienu svarīgi ņemt vērā arī kritumu pašā sūkņa kanālā $\sum \Delta p_K$, kas rodas tā pretestības dēļ:

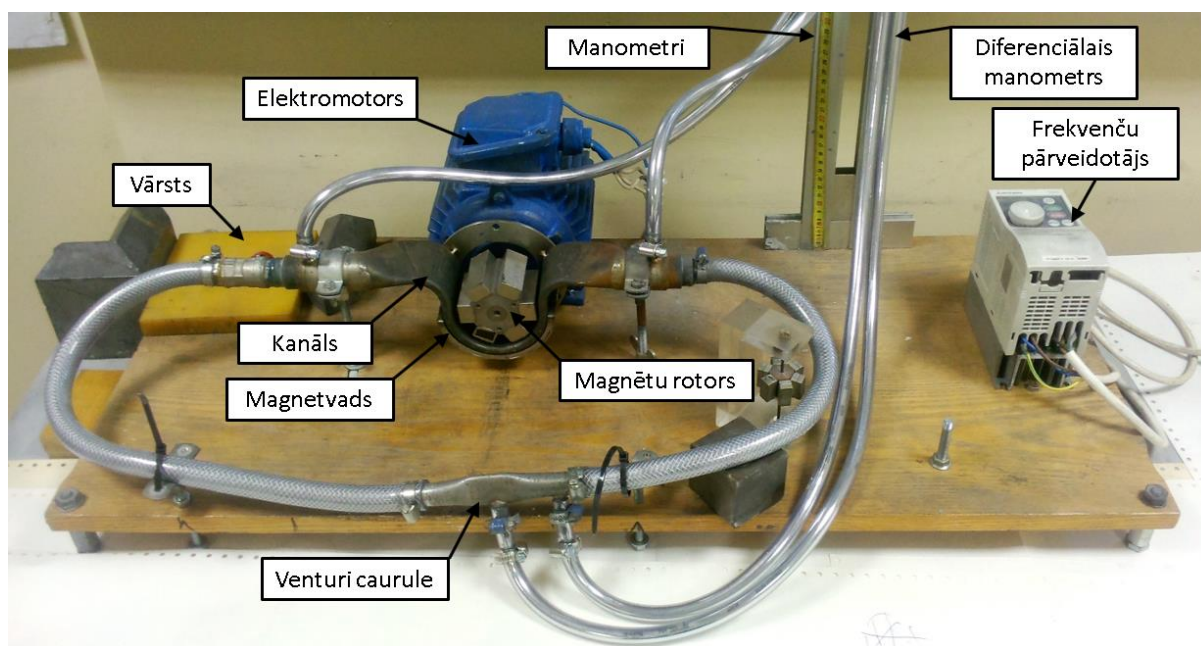
$$\Delta p = \Delta p_{EM} - \sum \Delta p_K \quad (60)$$

Kopējo spiediena kritumu $\sum \Delta p_K$ aprēķina apskatāmo ģeometriju - no spiediena mērījuma ieejā līdz spiediena mērījumam izejā - sadalot atsevišķos elementos, aprēķinot spiediena kritumu katrā elementā un saskaitot.

3. Praktiskā darba apraksts

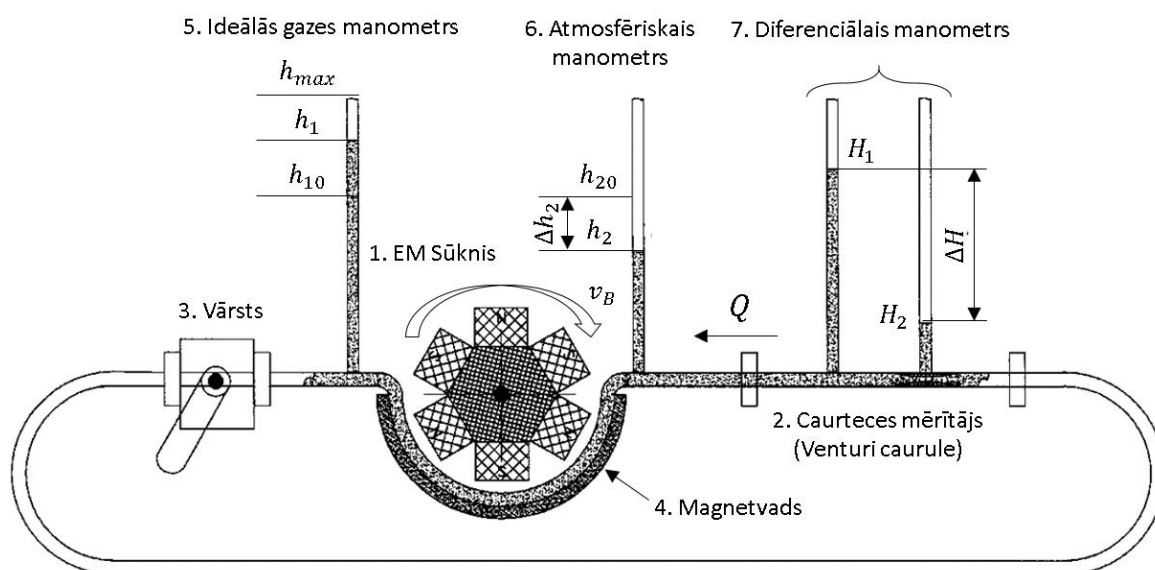
3.1. Eksperimentālā iekārta

Rotējošu pastāvīgo magnētu EMS p-Q raksturlīkņu mērīšanai speciāli šim nolūkam izveidotais eksperimentālais stends, kura hidrauliskajā cilpā iepildītais šķidrās metāls ir eutētiskais sakausējums In-Ga-Sn (indijs, gallijs un alva) ar kušanas temperatūru 10^0 C un līdz ar to tas ir šķidrās pie istabas temperatūras. Eksperimentālās iekārtas foto parādīts attēlā 18.



Attēls 18. Eksperimentālās iekārtas foto.

Shematiski eksperimentālā iekārta ir parādīta attēlā 19.



Attēls 19. Eksperimentālās iekārtas principālā shēma.

Eksperimentālā stenda galvenās funkcionālās daļas ir (skat. attēlu 19):

1. EM sūkņi, kā piedziņai tiek izmantots 3-fāžu asinhronais dzinējs ar frekvenču pārveidotāju. Ar tā palīdzību, mainot dzinēja barošanas strāvas frekvenci, tiek regulēts rotācijas ātrums un līdz ar to sūkņa ražotspēja.
2. Caurteces mērītājs - Venturi caurule
3. Vārsts hidrauliskās pretestības regulēšanai

Sūkņa darbības izpētei tiek lietots noņemams magnetvads 4., kā arī ideālās gāzes – 5., atmosfēriskais – 6., un diferenciālais – 7. manometri, kas nepieciešami sūkņa attīstāmā spiediena un radītās caurteces mērīšanai.

Ideālās gāzes manometrs ir caurule ar šķērsriezuma laukumu S , kurā iepildīts šķidrums un (ideāla) gāze. Caurules augšējais gals ir slēgts un sākumstāvoklī, kad metāla līmenis ir h_{10} , gāzes spiediens ir vienāds ar atmosfērisko p_a un tā aizpilda stabu no h_{10} līdz h_{max} . Uzskata, ka process ir izotermisks, tad sūknim darbojoties (attīstot staba augstumu h_1) spēkā ir ideālas gāzes stāvokļa vienādojums:

$$p_a S \cdot (h_{max} - h_{10}) = p_1 S \cdot (h_{max} - h_1) = const. \quad (61)$$

Tādējādi gāzes spiediens manometrā atrodams sekojoši:

$$p_1 = p_a \cdot \frac{h_{max} - h_{10}}{h_{max} - h_1} \quad (62)$$

Aprēķinot spiediena izmaiņu sūkņa izejā, jāņem vērā arī metāla staba augstuma izmaiņu:

$$\Delta p_1 = \left(\frac{p_a}{h_{max} - h_1} + \rho g \right) (h_1 - h_{10}) \quad (63)$$

kur $\rho = 6400 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ ir cilpā izmantojama šķidrā metāla blīvums un $g = 9.81 \text{.. (m}^2\text{/s)}$ ir zemes pievilkšanas spēka paātrinājums.

Atmosfēriskā manometra gals ir atvērts, tādēļ gāzes spiediens tajā vienmēr ir konstants un spiediena izmaiņu sūkņa ieejā aprēķina:

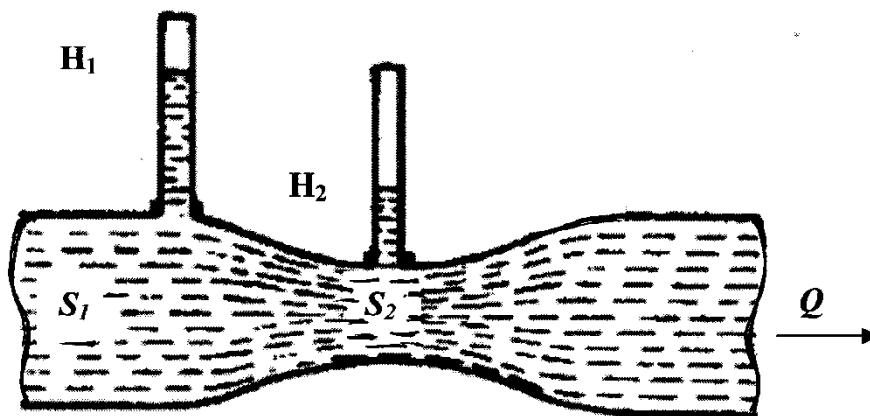
$$\Delta p_2 = \rho g (h_2 - h_{20}) \quad (64)$$

Līdz ar to sūkņa attīstīto spiedienu atrod:

$$\Delta p = \Delta p_1 - \Delta p_2 \quad (65)$$

Izmantojot SI mērvienību sistēmu (šķidrā metāla līmeņus aprēķinot metros), iegūstam spiedienu izteiktu Paskālos (Pa). Praksē, tradicionāli ir pierasts, spiediena lielumu izteikt atmosfērās (jeb bāros), Viena atmosfēra līdzinās vienam bāram, bet viens bārs līdzinās $10^5 Pa$.

Savukārt, caurteces mērīšanai tiek izmantota tā saucamā Venturi caurule ar mainīgu šķērsriezumu, kurai pievienots diferenciālais manometrs. Venturi šķidrā metāla caurteces mērītāja darbības shēma parādīta attēlā 20.



Attēls 20. Venturi caurules shēma.

Šī caurtes mērītāja darbības princips balstās uz Bernulli jeb enerģijas saglabāšanas likumu ideālā šķidrumā, kas nosaka, ka uz vienas plūsmas līnijas jebkuros divos punktos kopējais spiediens (statiskā – ρgH - un dinamiskā – $\frac{\rho v^2}{2}$ - spiediena summa) saglabājas:

$$P_1 + \rho gH_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho gH_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} = \text{const.} \quad (66)$$

Tas nozīmē, ka vienādas Q caurtes gadījumā statiskais spiediens palielinās tur, kur caurules šķēsgriezums S_1 ir lielāks (un attiecīgi šķidruma ātrums $v_1 = Q/S_1$ ir mazāks), un otrādi – tur, kur caurules šķēsgriezums S_2 ir mazāks (un attiecīgi šķidruma ātrums $v_2 = Q/S_2$ ir lielāks), šķidruma statiskais spiediens samazinās.

Izmantojot Bernulli likumu (66) un izmērītās spiedienu H_1 un H_2 starpības, šķidrā metāla caurteci aprēķina pēc formulas:

$$Q = K\sqrt{H_1 - H_2} \quad (67)$$

Kurā caurtes mērītāja jūtības koeficientu K nosaka pēc caurtes mērītāja šķēsgriezumu lielumiem S_1 un S_2 (attēls 20):

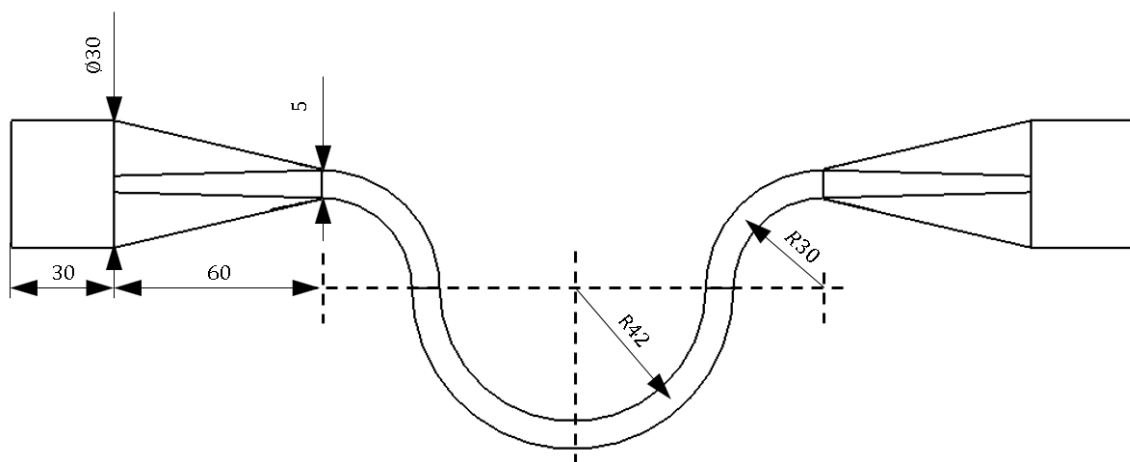
$$K = \sqrt{\frac{2g}{\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right)}} \quad (68)$$

Kā redzams no (67), Venturi caurtes mērītāja jūtība nav atkarīga no šķidruma blīvuma, tādēļ izgatavoto Venturi caurtes mērītāju var nokalibrēt uz jebkura šķidruma, visērtāk to var izdarīt izmantojot ūdens plūsmu.

3.2. Darba piederumu apraksts

Magnētiskais rotors sastāv no 6 poliem, ko veido spēcīgi NdFeB (neodija – dzelzs – bora) pastāvīgie magnēti, kas pamīšus novietoti uz dzelzs/tērauda pamata. Viena magnēta garums ir 50 mm, platums 20 mm un augstums 15 mm.

Rotors ir nostiprināts uz 3 fāžu asinhronā elektromotora ass, kura nominālais rotācijas ātrums pie barošanas frekvences 50 Hz ir 1370 apgr./ min. Rotācijas ātrums ir tieši proporcionāls barošanas frekvencei, ko regulē ar frekvenču pārveidotāju no 0 – 50 Hz.



Attēls 21. Eksperimentālā EMS kanāla skice.

Ap magnētisko rotoru novietots EMS kanāls, kas veidots no nemagnētiska nerūsējošā tērauda un kura ģeometrija, kā arī iekšējie izmēri milimetros parādīti attēlā 21. Galvenie no tiem – kanāla platums $2a = 50 \text{ mm}$, augstums $b = 5 \text{ mm}$, aktīvās daļas vidējais rādiuss $R = 42 \text{ mm}$. Uzska, ka sūkņa aktīvās daļas garums ir $240^\circ - 270^\circ$.

Caurteces mērītājs ir Venturi caurule, kas izgatavota no nerūsējošā tērauda cilindriskas caurules ar iekšējo diametru 16 mm. Atbilstoši attēlam 20, Venturi caurules lielākā šķērsgriezuma daļas platība ir $S_1 = 201 \text{ mm}^2$, bet tās šaurākā daļa ir izveidota vienkārši to saplacinot, kuras šķērsgriezuma platība ir $S_2 = 66 \text{ mm}^2$.

Temperatūras kontrolei tiek izmantots digitālais multimetrs ar termopāri.

3.3. Darba izpildes gaita

Pirms darba sākšanas

Pirms laboratorijas darba sākuma vienmēr jāpārliedz par to, ka sūkņa piedziņas elektriskais dzinējs un frekvences pārveidotājs ir saņemti! Pirms sūkņa ieslēgšanas ar roku jāpagriež magnētiskais rotors (vismaz vienu vai divus apgriezienus) un jāpārliedz, ka nekas netraucē tā brīvu griešanos, jo neuzmanības gadījumā pie magnētiskā rotora var būt pievilkti kāds feromagnētisks priekšmets. Pārliedzieties, ka sūkņa magnētiskā rotora tuvumā neatrodas feromagnētiski priekšmeti, kas varētu tikt pievilkti pie rotora, it sevišķi sūkņa darbības laikā. Pirms sūkņa iedarbināšanas vienmēr jānosaka un jāpieraksta protokolā diferenciālo manometru caurulišu nulles rādījumus, kad spiediens un caurtece ir nulles: h_{10} , h_{20} , H_{10} , H_{20} , kā arī jānosaka h_{max} un jāņem vērā aprēķinos. Līmeņu augstumu

diferenciālajos manometros ērtāk ir nolasīt pēc petrolejas līmeņiem tajos, kas iepildīta dažus cm virs šķidrā metāla un pasargā to no oksidēšanās.

Fiksējiet nulles līmeņus arī mērījuma beigās. Ja līmenis h_{10} ideālās gāzes manometrā pēc mērījuma būtiski atšķiras no sākotnējā, jāpārbauda un jānodrošina caurules gala hermētiskums, kā arī jāatkārto mērījums.

Sūkņa ieslēgšana un darbināšana

Lai ieslēgtu sūkni, vispirms jāieslēdz frekvences pārveidotājs. Ieslēdzot frekvences pārveidotāju iedegas monitors uz tā vadāmības pults (Attēls 22). Pēc tam jānospiež poga „PU” (Pannel Unit) lai tā būtu izgaismota un lai frekvenci varētu regulēt ar balto apaļo potenciometru uz pults.

Vajadzīgo frekvenci iestāda griežot potenciometru un tās vērtība ir redzama uz monitora. Kad vajadzīgā frekvence ir iestādīta, tad sūkņa iedarbināšanai jānospiež poga „RUN”. Sūkņa apstādīšanai jānospiež poga „STOP”. Motora rotācijas ātrumu var regulēt arī tā darbības laikā.



Attēls 22. Frekvenču pārveidotāja foto.

Maksimālā spiediena ($Q = 0$) mērīšana atkarībā no frekvences

Uzmanīgi noņemiet no EMS magnetvadu. Pilnībā aizveriet vārstu, iestatiet mazāko frekvenci mērījuma veikšanai (5 Hz) un ieslēdziet sūkni. Tā kā vārsts ir ciet un šķidrās metāls necirkulē, diferenciālā rādījumu starpībai uz Venturi caurules nav jāmainās. Nolasiet un pierakstiet ideālās gāzes un atmosfēriskā manometru līmeņu rādījumus. Iestatiet nākošo nepieciešamo frekvences vērtību (10 Hz) un atkal veic mērījumu. Tādā veidā tupiniet mērīšanu ik pa 5 Hz, sasniedzot maksimālo frekvenci 50 Hz. Novērtējiet mērījumu kļūdas un apkopojiet rezultātus tabulā zemāk redzamajā tabulā:

Nr.	f , [Hz]	n , [apgr./min]	Rm_s	$h_1 \pm \delta h_1$, [mm]	$h_2 \pm \delta h_2$, [mm]	$\Delta p_1 \pm \delta p$, [bar]	$\Delta p_2 \pm \delta p$, [bar]	$\Delta p \pm \delta p$, [bar]
1.								
2.								
...								

Spēcīgi turot magnetvadu, uzslidiniet to EMS kanāla apakšā un atkārtojiet mērīšanu, ievērojot noteikto maksimālo darbības frekvenci. Nav pieļaujams, ka petroleja vai šķidrās metāls tiek izlieti vai pārlīst no vienas caurules otrā.

Spiediena un caurteces raksturlīkņu mērīša

Vispirms atveriet vārstu pilnīgi vaļā (tā rokturim jābūt paralēlam cilpas caurulei) un ieslēdziet sūkni pie mazākās nepieciešamās frekvences (10 Hz). Nolasiet un pierakstiet diferenciālo manometru rādījumus sūknim un caurteces mērītājam. Nākošajā solī vārstu mazliet piever, šajā gadījumā cilpas hidrauliskā pretestība palielināsies un caurtece cilpā samazināsies, bet sūkņa attīstītais spiediens pieaugs. Šādā veidā turpiniet, veicot vismaz 7 mērījumus, līdz brīdim, kad vārsts būs pilnīgi ciet.

Sākot mērīt nākošo raksturlielni (pie 30 Hz) atveriet vārstu pilnīgi atver vaļā. Līdzīgi uzņemiet pārējās sūkņa spiediena un caurteces raksturlieknes pie citām fiksētām sūkņa barošanas frekvencēm (10, 20, 30, 40, 50 Hz) ar un bez magnetvada. Novērtējiet mērījumu kļūdas un apkopojiet rezultātus tabulā zemāk redzamajā tabulā:

f = ... [Hz]									
Nr.	$H_1 \pm \delta H_1$, [mm]	$H_2 \pm \delta H_2$, [mm]	$\Delta H \pm \delta H$, [mm]	$Q \pm \delta Q$, [cm ³ /s]	$h_1 \pm \delta h_1$, [mm]	$h_2 \pm \delta h_2$, [mm]	$\Delta p_1 \pm \delta p$, [bar]	$\Delta p_2 \pm \delta p$, [bar]	$\Delta p \pm \delta p$, [bar]
1.									
2.									
...									

Nemiet vērā, ka šķidrā metāls sūkņa kanālā pie sūkņa ilgākas darbināšanas un pie mazas šķidra metālā cirkulācijas cilpā sāks sasilst. Nav vēlams, ka darba izpildes laikā šķidrā metāla temperatūra pārsniedz 50°C. Tādā gadījumā nepieciešams nogaidīt kamēr tas atdziest, pirms iesāk nākošos mērījumus. Metālam sasilstot, samazinās tā elektrovadītspēja, līdz ar to samazināsies arī EMS attīstītais spiediens. Pirms jaunas raksturlieknes mērīšanas ir nepieciešams kontrolēt šķidrā metāla temperatūru sūkņa kanālā, novietojot tā ārpusē termopāri.

4. Darba uzdevumi

- Izmērīt** rotējošu pastāvīgo magnētu EMS maksimālā spiediena ($Q = 0$) atkarību no magnētu sistēmas rotācijas ātruma ar piedziņas barošanas frekvencēm 5, 10 ... 50 Hz **bez magnetvada**.
- Izmērīt** rotējošu pastāvīgo magnētu EMS maksimālā spiediena ($Q = 0$) atkarību no magnētu sistēmas rotācijas ātruma ar piedziņas barošanas frekvencēm 5, 10 ... 50 Hz **ar magnetvadu**.
- Veikt analīzi** punktos 1 un 2 iegūtajiem rezultātiem:
 - Attēls 1: Eksperimentāli iegūtā maksimāla spiediena [bar] ($Q = 0$) atkarība no frekvences [Hz] ar un bez magnetvada
 - Attēls 2: Eksperimentāli iegūtā maksimālā spiediena ($Q = 0$) atkarība no Rm_s ar un bez magnetvada
 - Zinot EMS ģeometriskos parametrus un Rm_s vērtības, noteikt ārējā lauka amplitūdu $B_{e,0}$ gadījumā ar un bez magnetvada. Izskaidrot magnetvada ietekmi.
 - Izmantojot attēlus 1 un 2, aprakstīt un izskaidrot iegūtos EMS darbības režīmus, analizējot tos teorētiskā apraksta kontekstā.
- Izmērīt** rotējošu pastāvīgo magnētu EMS spiediena un caurteces raksturlieknes **bez magnetvada** pie frekvencēm 10, 20...50 Hz, mainot vārsta pozīcijas no pilnīgi vaļā līdz ciet (vismaz 7 pozīcijas).

5. **Izmērīt** rotējošu pastāvīgo magnētu EMS spiediena un caurtes raksturlīknes **ar magnetvadu** pie frekvencēm 10, 20...50 Hz, mainot vārsta pozīcijas no pilnīgi vaļā līdz ciet (vismaz 7 pozīcijas).
6. **Veikt analīzi** punktos 4 un 5 iegūtajiem rezultātiem:

- 6.1. Attēls 3: Eksperimentāli iegūtās spiediena [bar] - caurtes [cm³/s] raksturlīknes pie dažādām frekvencēm bez magnetvada.
- 6.2. Attēls 4: Eksperimentāli iegūtās spiediena – caurtes raksturlīknes pie dažādām frekvencēm ar magnetvadu
- 6.3. Pievienot attēliem 3 un 4 teorētiskās raksturlīknes, izmantojot izteiksmi sūkņa attīstītajam EM spiedienam (50). Izskaidrot atšķirības starp eksperimentālajiem un teorētiskajiem rezultātiem.
- 6.4. Attēls 5: Spiediena kritums [bar] hidrauliskajā cīlpā atkarībā no caurtes [cm³/s] (vārsts pilnīgi vaļā)
- 6.5. Izmantojot pielikums 1 un 2, kā arī teorētiskajā aprakstā dotas izteiksmes un skici attēlā 21, novērtēt EMS kanāla hidraulisko pretestību un izveidot attēlu 6. - spiediena zudumi kanālā [bar] atkarība no caurtes [cm³/s]. Novērtēt kanāla hidrauliskās pretestības iespaidu uz EMS attīstīto spiedienu. Pievienot attēliem 3 un 4 raksturlīknes atbilstoši izteiksmei (60).
- 6.6. Izmantojot attēlus 3 - 6, aprakstīt un izskaidrot iegūtos EMS un hidrauliskā cīlpas darbības režīmus, analizējot tos teorētiskā apraksta kontekstā.

7. * papildus uzdevums (atzīmes paaugstināšanai).

- 7.1. Izrakstīt un iegūt indukcijas vienādojumu magnētiskajam laukam, izmantojot Maksvela vienādojumus un Oma likumu diferenciālā formā.
- 7.2. Pierādīt, ka kvazistacionārā tuvinājumā izpildās sakarība :

$$f_{EM} = \operatorname{Re}[j] \cdot \operatorname{Re}[B] = \operatorname{Re}\left[\frac{j_0^* B_0}{2}\right]$$

Kur j, j_0, B, B_0 ir kompleksi skaitļi:

$$j = j_0 e^{i\omega t} \text{ un } B = B_0 e^{i\omega t}$$

- 7.3. Atrisināt indukcijas vienādojumu un atrast $B_{i,0}(y)$, izmantojot komplekso pierakstu:

$$\frac{\partial^2 B_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_i}{\partial z^2} - \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial B_i}{\partial t} + v \frac{\partial B_i}{\partial z} \right] = \mu_0 \sigma \left[\frac{\partial B_e}{\partial t} + v \frac{\partial B_e}{\partial z} \right]$$

Kur:

$$B_e(z, t) = B_{e,0} \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)}$$

$$B_i(y, z, t) = B_{i,0}(y) \cdot e^{i(\alpha z - \omega t)}$$

Ar robežnosacījumiem:

$$B_{i,0}(y)|_{y=\pm a} = 0$$

Kontroljautājumi pirms darba veikšanas.

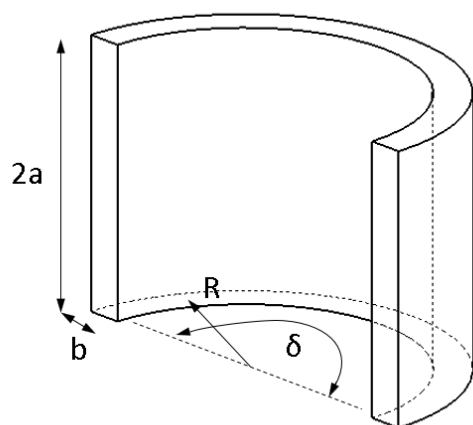
1. Izskaidrot rotējošu pastāvīgo magnētu EMS darbības pamatprincipu un raksturot galvenos parametrus, kas nosaka sūkņa attīstāmā spiediena vērtību.
2. Izskaidrot Rm_s ietekmi uz rotējošu pastāvīgo magnētu EMS darbību.
3. Izskaidrot, kā un kāpēc mainīsies hidrauliskā cilpā ieslēgta rotējošu pastāvīgo magnētu EMS attīstītais spiediens un caurtece, verot vaļā vārstu, ja $Rm_s \ll 1$.
4. Izskaidrot Venturi caurteces mērītāja darbības principu.
5. Aprēķināt Venturi caurteces mērītāja jūtības koeficientu, ja ir zināmi tā lielais un mazais šķēsgriezumi $S_1 = 2 \text{ cm}^2$ un, attiecīgi, $S_2 = 0,66 \text{ cm}^2$. Aprēķins jāveic SI mērvienību sistēmā. Papildus, pārrēķināt Venturi caurteces mērītāja jūtības koeficientu gadījumam, kad spiedienu starpība ΔH izteikta milimetros un caurtece Q ir izteikta cm^3/s .

Bibliogrāfija

- [1] P. A. DAVIDSON, An introduction to magnetohydrodynamics, Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [2] I. E. IDELCHIK, Handbook of hydraulic resistance, Moscow: Masinostroenie, 1992.
- [3] J. LIELPETERS, MHD machines using liquid metals, Riga: Zinatne, 1969.
- [4] A. I. VOLDEK, Induction magnetohydrodynamic machines using liquid metal as working medium, Leningrad: Energia, 1970.
- [5] I. BUCENIEKS et al., "Efficiency of EM Induction Pumps with Permanent Magnets," *Magnetohydrodynamics*, pp. 3 - 10, 2011.
- [6] I. BUCENIEKS, "High pressure and high flow rate induction pumps with permanent magnets," *Magnetohydrodynamics*, pp. 409 - 416, 2003.
- [7] I. BUCENIEKS, "Perspectives of using rotating permanent magnets for electromagnetic induction pump design," *Magnetohydrodynamics*, pp. 181 - 187, 2000.
- [8] L. GOLDSTEINS et al., "Possibilities of 3D numerical simulations of electromagnetic induction pumps with permanent magnets," *Magnetohydrodynamics*, vol. 48, pp. 623-635, 2012.
- [9] L. GOLDSTEINS et al., "A simplified model of the centrifugal electromagnetic induction pump (CEMIP) with rotating permanent magnets," *Magnetohydrodynamics*, vol. 50, pp. 165 - 178, 2014.

Pielikumi

Pielikums 1.



Lokālās pretestības aprēķināšana caurulēm ar lielu liekuma rādiusu: $\frac{R}{D_h} > 1.5$:

$$\zeta_L = A \cdot B \cdot C$$

Kur koeficientus A, B, C nosaka, izmantojot zemāk redzamās tabulas/izteiksmes:

Tabula koeficienta A noteikšanai:

Loka leņķis δ :	$\leq 70^\circ$	90°	$\geq 100^\circ$
A	$0.9 \cdot \sin \delta$	1	$0.7 + 0.35 \cdot \frac{\delta}{90}$

Koeficienta B noteikšanai izmanto izteiksmi:

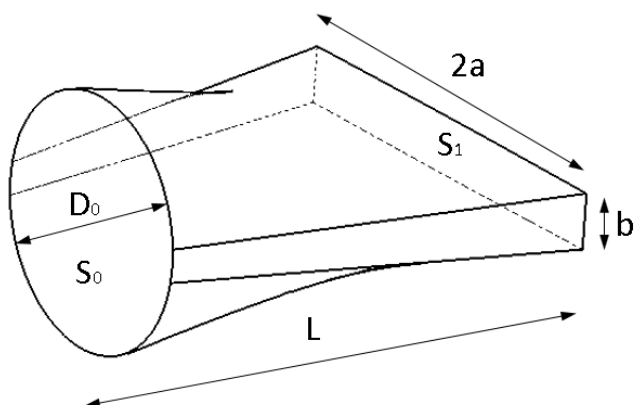
$$B = \frac{0.21}{\sqrt{R/D_h}}$$

Tabula koeficienta C noteikšanai:

$2a/b$	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8
C	1.8	1.45	1.2	1	0.68	0.45	0.4	0.43	0.48	0.55	0.58	0.6

Pielikums 2.

Par konfuzoru sauc elementu, kurā šķērsriezuma laukums plūsmas virzienā samazinās, bet difuzorā - palielinās.



Pretestības koeficienta aprēķināšana konfuzoriem/difuzoriem:

$$\zeta = A + B$$

Kur koeficients A difuzoriem:

$$A = 0.5e^{-Re \cdot 10^{-4}}$$

Bet konfuzoriem

$$A = 0.3e^{-Re \cdot 10^{-4}}$$

Kur Re – Reinoldsa skaitlis.

Koeficients B

$$B = \left(\lambda_h \frac{L}{D_h} + C \frac{2a}{b} \right) \left(\frac{S_0}{S_1} \right)^2$$

Kur D_h :

$$D_h = \frac{\frac{2(2a \cdot b)}{2a + b} + D_0}{2} = \frac{2a \cdot b}{2a + b} + \frac{D_0}{2}$$

Tabula koeficienta C noteikšanai:

L/D_0	1	1.5	2	2.5	3	4	5
C - Difuzoram	0.055	0.03	0.023	0.018	0.015	0.008	0.006
C - Konfuzoram	0.002	0.002	0.002	0.002	0.0015	0.001	0