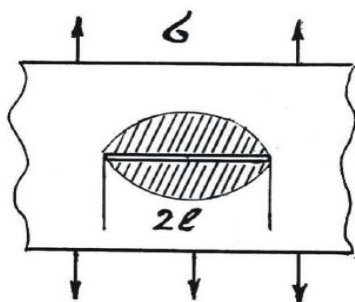


Teorētiskais pamatojums:

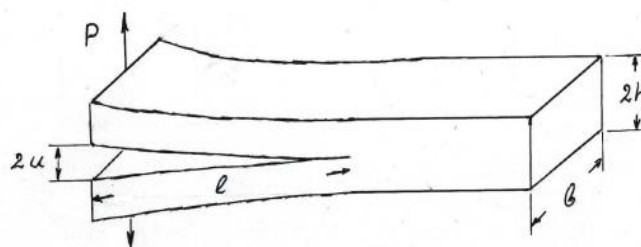
Deivids Griffiths 1920. gadā parādīja, ka plaisa materiālā var būt stabila, ja tās attīstībai nepieciešamā enerģija ir lielāka par enerģijas ieguvumu, plaisai augot. Pretējā gadījumā plaisa būs nestabila (augoša). Griffiths nonāca pie secinājuma, ka materiāla izturība ir atkarīga no defektu (plaisu) lieluma materiālā.

Plakanai plāksnei ar biezumu b , kam pa vidu plaisa ar garumu $2l$ (Attēls 1), plaisas stabilitāti var raksturot ar enerģijas atbrīvošanās ātrumu plaisai palielinoties: $G = \pi l \sigma^2 / E$, kur σ – spriegums ar kādu plāksne nospriegota perpendikulāri plaisas virzienam, E – materiāla Junga modulis. Ja G pārsniedz kritisko enerģijas atbrīvošanās ātrumu $G_c = 4p$, kur p – materiālu raksturojoša konstante, tad plaisa sāk spontāni augt.

Eksperimentāli G_c iespējams noteikt, izmantojot parauga padevīgumu $c = u/P$, kur P – kādā materiāla punktā pieliktā slodze, u – attiecīgā punkta pārvietojums spēka virzienā. Padevīgums ir atkarīgs gan no parauga ģeometrijas gan arī plaisas garuma. Iespējams iegūt sakarību: $G = \frac{P^2}{2b} \frac{dc(l)}{dl}$, kur $\frac{dc(l)}{dl}$ – padevīguma atkarība no plaisas garuma. $G_c = \frac{P_c^2}{2b} \frac{dc(l_0)}{dl}$, kur P_c – parauga ar plaisas garumu l_0 slodze, pie kuras plaisa sāk augt.



Attēls 1. Plāksne ar biezumu b .



Attēls 2. Sija ar iešķeltu galu.

Aplūkojot vienkāršotu modeli - siju ar iešķeltu galu (Attēls 2), var iegūt:

$$c = \frac{u}{P} = \frac{4 l^3}{E b h^3}$$

,kur h - puse no sijas augstuma, gadījumā ja spēks pielikts sijas galiem. Ja siju izliec ar vienmērīgi sadalītu spēku, tad:

$$c = \frac{u}{P} = \frac{3 l^4}{2 E b L h^3}$$

,kur L – parauga kopējais garums.

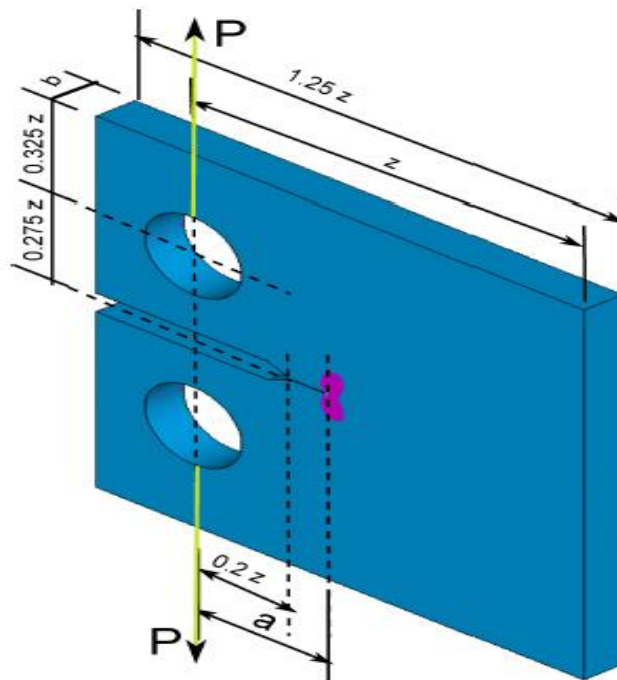
Izmantojot elastības teoriju var noteikt spriegumu lauku dažādu iegriezumu apkārtnē. Ja, iegriezuma gals ir “asāks” (iegriezuma kontūra liekuma rādiuss ir mazāks), tad spriegumu līmenis iegriezuma gala apkārtnē ir lielāks. Ideāla iegriezuma gadījumā $\sigma = K/\sqrt{x}$, kur K – sprieguma intensitātes koeficients, x – attālums no plaisas

gala. Sprieguma intensitātes koeficients ar kritisko enerģijas atbrīvošanās ātrumu saistās caur sakarību: $K_c = \sqrt{E G_c}$.

Bieži spriegumu intensitātes koeficienta noteikšanai tiek lietots kompaktais stiepes paraugs (Attēls 3). Pamatojoties uz skaitliskās modelēšanas rezultātiem spriegumu intensitātes koeficients plaisas galā tam aprēķināms kā:

$$K = \frac{P}{b\sqrt{z}} \frac{\left(2 + \frac{a}{z}\right) \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{z}\right) - 13.32 \left(\frac{a}{z}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{z}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{z}\right)^4\right]}{\left(1 - \frac{a}{z}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

,kur P – paraugam pieliktā slodze, b – parauga biezums, a – plaisas garums, z – parauga platums atbilstoši Attēlam 3.



Attēls 3. Kompaktais stiepes paraugs.

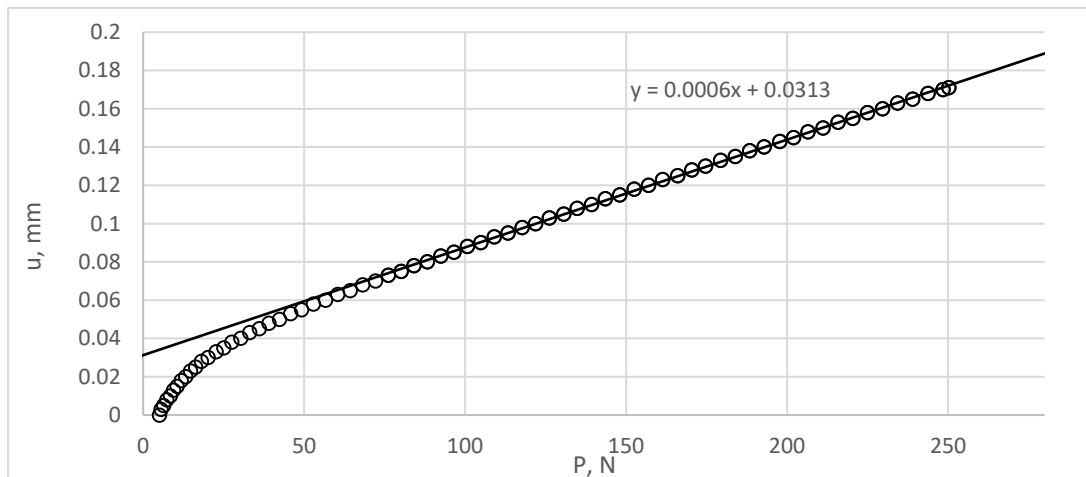
Darba uzdevums:

Noteikt organiskā stikla kritisko sprieguma intensitātes koeficientu, izmantojot materiālu slogošanas mašīnu Zwick/Roell BDO-FB005TN.

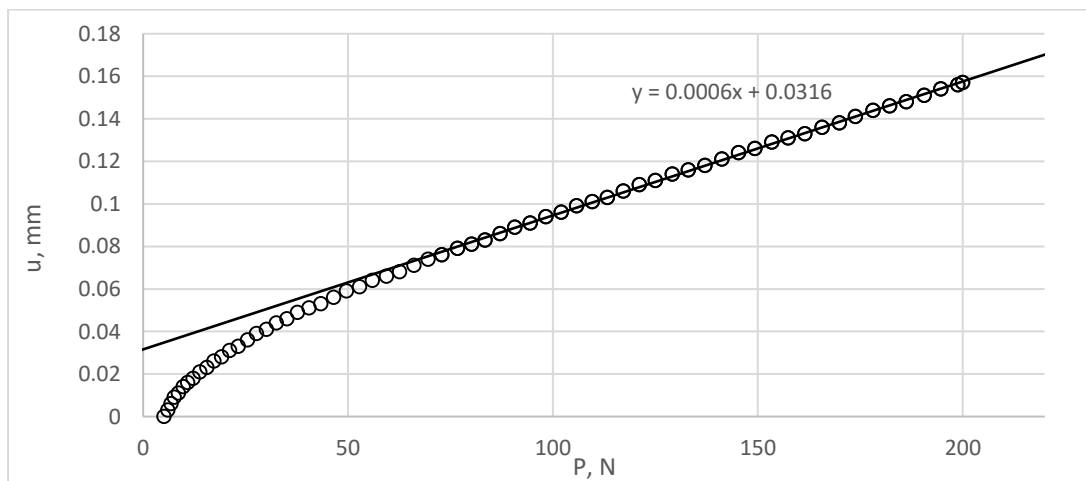
Mērījumu rezultāti un datu apstrāde:

Tabula 1. Kompaktā stiepes parauga izmēri.

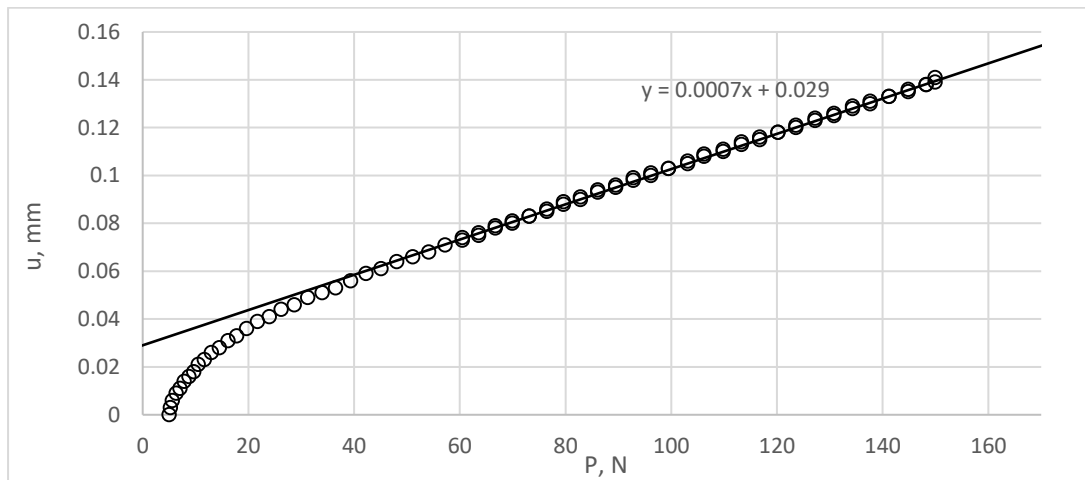
Nr.p.k.	<i>b</i> , mm	<i>z</i> , mm
1	5.04	51.54
2	4.94	51.55
3	4.92	-
4	4.93	-
5	5.01	-
Vidēji	4.968	51.545
Absolūtā kļūda	0.067	0.064
Relatīvā kļūda, %	1.34	0.12



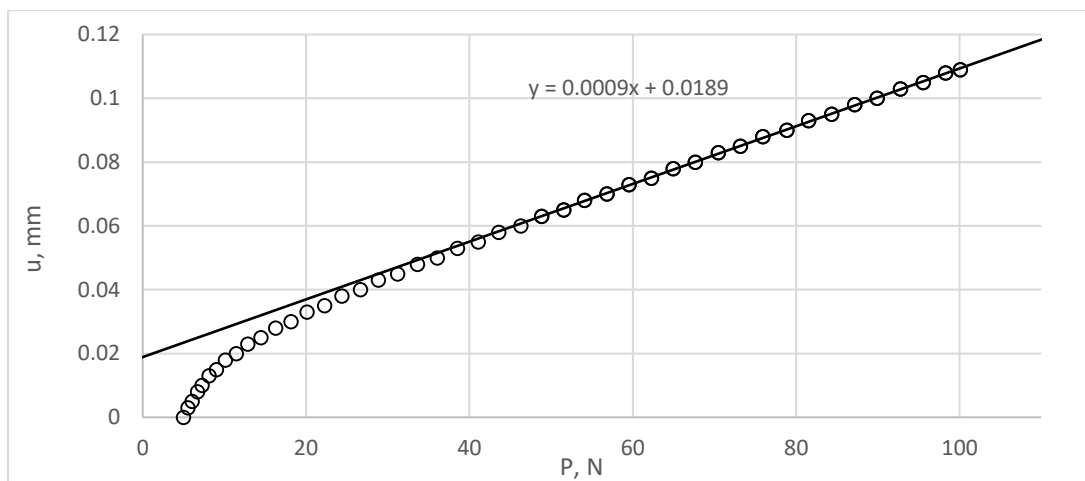
Attēls 4. Parauga ar 5 mm dziļu plaisu slogošana.



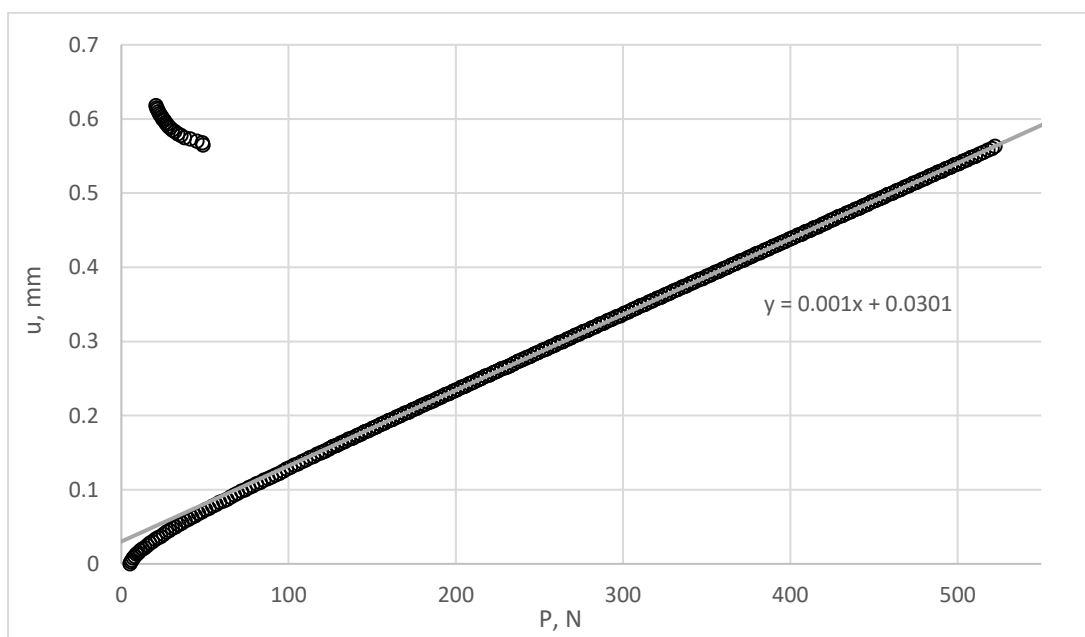
Attēls 5. Parauga ar 10 mm dziļu plaisu slogošana.



Attēls 6. Parauga ar 15 mm dziļu plaisu slogošana.



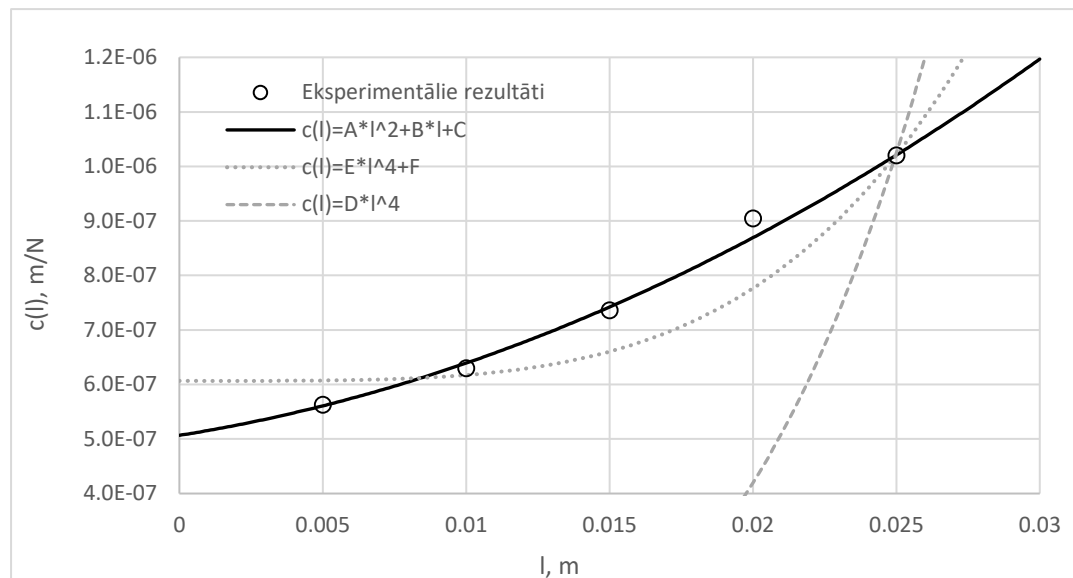
Attēls 7. Parauga ar 20 mm dziļu plaisu slogošana.



Attēls 8. Parauga ar 25 mm dziļu plaisu slogošana un sagraušana.

Tabula 2. Iegūtās parauga padevīgumu vērtības. Ar pelēku atzīmēta kritiskā slodze P_c .

$l \pm 0.05, mm$	$P_{\max} \pm 0.1, N$	$u_{\max} \pm 0.001, mm$	$c, m/N$	$\Delta c, m/N$	$r, \%$
5	250.2	0.171	$5.630 \cdot 10^{-7}$	$3.8 \cdot 10^{-9}$	0.68
10	200.0	0.157	$6.298 \cdot 10^{-7}$	$6.2 \cdot 10^{-9}$	0.99
15	149.9	0.139	$7.365 \cdot 10^{-7}$	$6.1 \cdot 10^{-9}$	0.83
20	100.1	0.109	$9.046 \cdot 10^{-7}$	$8.9 \cdot 10^{-9}$	0.99
25	522.4 ± 0.9	0.563	$1.021 \cdot 10^{-6}$	$9.3 \cdot 10^{-9}$	0.09



Attēls 9. Padevīguma atkarība no plaisas (iegriezuma) dziļuma paraugā.

Tabula 3. Otrās pakāpes polinoma koeficienti padevīguma atkarībai no plaisas dziļuma.

	Vērtība	Absolūtā kļūda	Relatīvā kļūda, %
C	$5.07 \cdot 10^{-7}$	$2.95 \cdot 10^{-8}$	5.82
B	$8.37 \cdot 10^{-6}$	$5.07 \cdot 10^{-6}$	60.54
A	$4.88 \cdot 10^{-4}$	$1.60 \cdot 10^{-4}$	32.74

Aprēķinu piemēri:

- 1) Funkcijas $c(l)$ atvasinājums pie $l = 25$ mm:

$$f(l) = \frac{d c(l)}{d l} = \frac{d(A l^2 + B l + D)}{d l} = 2A l + B = 4.119 \cdot 10^{-5} N^{-1}$$

- 2) Kļūda funkcijas $c(l)$ atvasinājumam pie $l = 25$ mm:

$$\begin{aligned} \Delta f(l) &= \sqrt{\left(\frac{\partial f(l)}{\partial A} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial f(l)}{\partial B} \Delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial f(l)}{\partial l} \Delta l\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2l}{10^5} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{1}{10^5} \Delta B\right)^2 + \left(\frac{2A}{10^5} \Delta l\right)^2} = 9.754 \cdot 10^{-9} N^{-1} \end{aligned}$$

- 3) Kritiskais enerģijas atbrīvošanas ātrums:

$$G_c = \frac{P_c^2}{2b} f(l) = \frac{522.4^2}{2 \cdot 4.968/1000} 4.119 \cdot 10^{-5} = 1131 N/m$$

4) Kritiskais spriegumu intensitātes koeficients:

$$K_c = \sqrt{E G_c} = \sqrt{3300 \cdot 10^6 \cdot 1131} = 1.932 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$$

5) Kritiskā spriegumu intensitātes koeficienta relatīvā kļūda:

$$r_{K_c} = 0.5 \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f(l)}{f(l)}\right)^2 + 2 \left(\frac{\Delta P_c}{P_c}\right)^2} = 0.68 \%$$

Rezultāts:

$$K_c = (1.932 \pm 0.013) \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}, r = 0.68\%$$

Secinājumi:

Laboratorijas darbā noteikts organiskā stikla kritisko sprieguma intensitātes koeficients, slogojot kompakto stiepes paraugu ar materiālu slogošanas mašīnu Zwick/Roell BDO-FB005TN.

Rezultātā iegūtā kritiskā sprieguma intensitātes koeficienta vērtībā nesakrīt ar literatūrā norādīto ($0.7 - 1.6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$). Kā iemeslu šai nesaskaņai var minēt aprēķinos izmantoto Junga moduļa vērtību – 3.3 GPa. Literatūrā atrodams, ka elastības modulis organiskajam stiklam ir robežās no 1.8 līdz 3.1 GPa [1]. Iespējams, nesakrītību vecināja arī teorijas nesakrītība ar iegūtajiem eksperimentālajiem rezultātiem (Attēls 9). Padevīgumam vajadzētu būt proporcionālam iegriezuma garumam ceturtajā pakāpē, bet eksperimentā iegūtās vērtības slikti pakļāvās šādai sakarībai. Šī iemesla dēļ padevīguma atkarība no iegriezuma garuma tika aprakstīta ar otrās kārtas polinomu. Iespējams, deformācijas, kas rodas slogojot paraugu, nav absolūti elastīgas. Tā kā slogošanai pie katra plaisas dziļuma tika izmantots viens un tas pats paraugs, tad iepriekšējais mērījums varēja atstāt ietekmi uz nākamo.

Aprēķinot kritiskā sprieguma intensitātes koeficientu, izmantojot teorētiskajā pamatojumā norādīto formulu, iegūst vērtību $2.188 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, kas ir lielāka par šajā darbā noteikto.

Izmantotā literatūra:

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Poly\(methyl_methacrylate\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Poly(methyl_methacrylate))