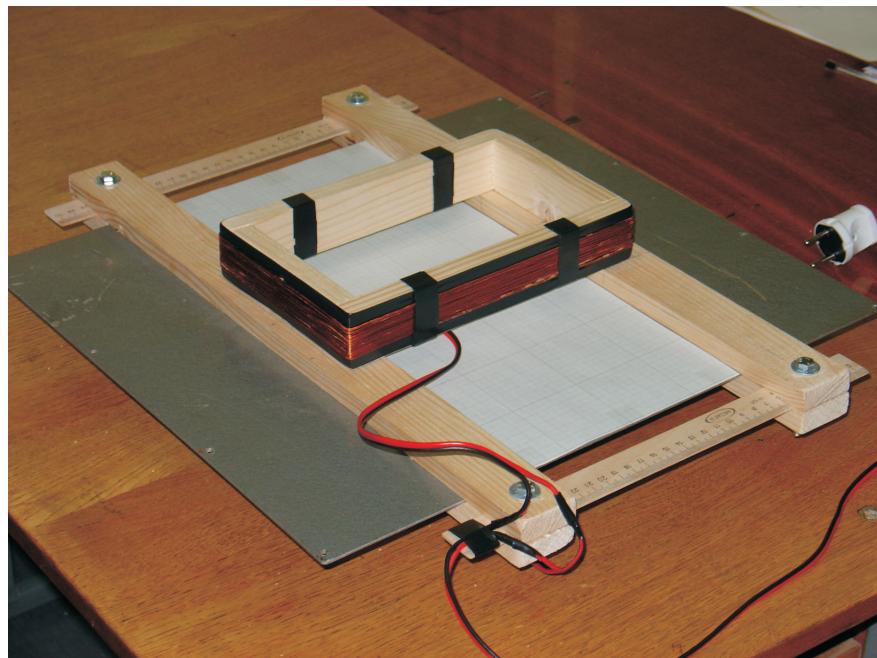


# Virpuļstrāvas plānā elektrovadošā plāksnē

## 1. Darba mērķi

Pirms darba students iepazīstas ar laboratorijas darbā novērojamo virpuļstrāvu plānā elektrovadošā plāksnē teorētisko pamatojumu. Darbā tiek ar induktora palīdzību radīts mainīgs vidējas frekvences magnētiskais šķērslauks, kas inducē tam perpendikulāri novietotā plānā elektrovadošā plāksnē virpuļstrāvas, kurām zemās frekvences dēļ nav izteikts skinefekts. Ar speciālas nelielas mērspolītes un divstaru oscilogrāfa palīdzību tiek mērīta magnētiskā lauka indukcijas tangenciālā komponente plāksnes tuvumā (gan amplitūda, gan fāze), no kuras tiek aprēķināts strāvu sadalījums plāksnē. Tieka pētīta šī sadalījuma atkarība no frekvences un tiek veikts salīdzinājums gan ar datormodelēšanas rezultātiem, gan ar vienkāršotas analīzes rezultātiem.



1. att. Laboratorijas iekārta virpuļstrāvu mērīšanai plāksnē.

## 2. Teorētiskais apskats

### 2.1. Ievads

Kā ir zināms no elektromagnētiskā lauka indukcijas likuma, mainīgs magnētiskais lauks  $\vec{B}$  inducē virpuļainu elektrisku lauku, kas vadošā vidē rada elektrisko strāvu sadalījumu (virpuļstrāvas). Šīm strāvām plūstot vadošā vidē, izdalās Džoula-Lenca siltums, kuru var izmantot dažādu vadošu priekšmetu sildīšanai.

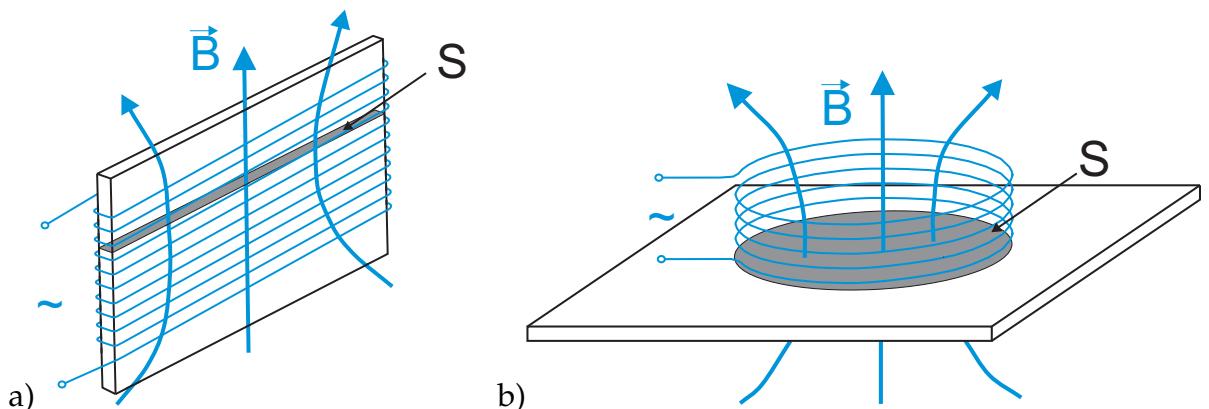
Tehnikā samērā plaši tiek izmantotas virpuļstrāvas dažādu detaļu induktīvai sildīšanai, piemēram, augstfrekvences rūdīšanā. Ir divi galvenie induktīvās sildīšanas veidi – gareniskās indukcijas sildīšana un šķērsindukcijas sildīšana.

Gareniskajā sildīšanā maiņstrāvas spoles jeb induktora magnētiskais (EM) lauks ir vērts paralēli sildāmā priekšmeta virsmai, kamēr šķērssildīšanā elektromagnētiskais lauks tiek ģenerēts sildāmā priekšmeta virsmai perpendikulārā virzienā, skat. 2. att.

Priekšmetā inducētā elektriskā lauka EDS  $\mathcal{E}$  ir atkarīgs EM lauka frekvences  $f$ , magnetiskā lauka indukcijas amplitūdas  $B$  un virsmas laukuma  $S$ , caur kuru priekšmetā iet magnētiskais lauks:

$$\mathcal{E} \sim fBS. \quad (1)$$

Gareniskās sildīšanas gadījumā laukums  $S$  ir ierobežots ar paša priekšmeta šķērsgriezuma laukumu, skat. att. 2.-a. Ja priekšmets ir plāna plāksne, tad tās šķērsgriezuma laukums var būt ļoti mazs, tāpēc arī elektriskā virpuļlauka EDS  $\mathcal{E}$  būs ļoti mazs.



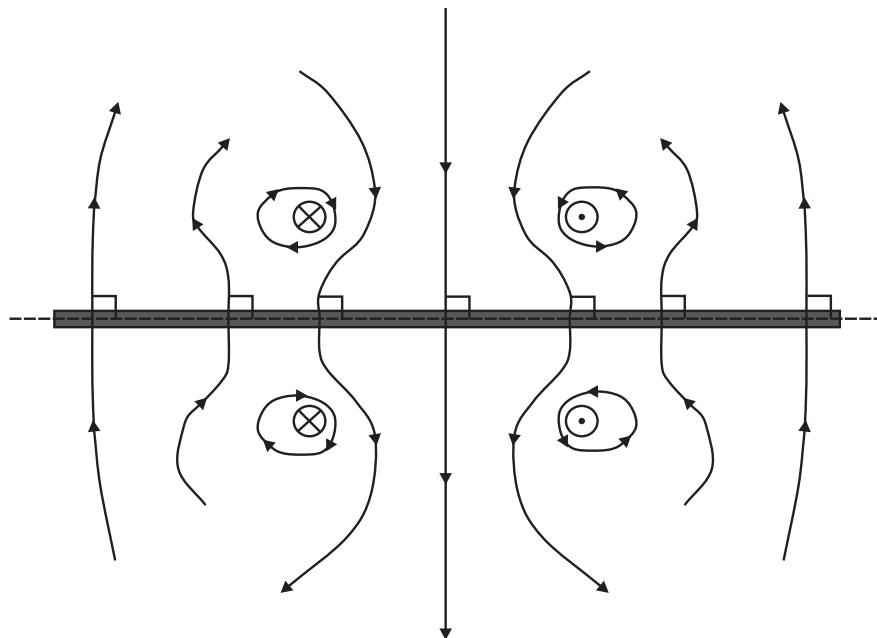
2. att. Gareniskās indukcijas (a) un šķērsindukcijas (b) sildīšana.

Šķērssildīšanā laukumu  $S$  nosaka induktora konstrukcija, skat. att. 2.-b, līdz ar to  $S$  var būt daudz lielāks un ģenerētais elektrisks virpuļlauks priekšmetā intensīvāks. Tāpēc šķērssildīšana ir īpaši piemērota plānām plāksnēm.

## 2.2. Virpuļstrāvu plakanā plāksnē mērišanas princips

Čenerētais siltums sildāmā priekšmetā ir atkarīgs no inducēto strāvu sadalījuma tajā. Praksē tas var būt ļoti sarežģīts, un skaitlisko metožu inducēto strāvu sadalījumi tiek rēķināti ar dažādām programmu paketēm, piemēram **ANSYS**, kā 3D EM uzdevumi. Bieži vien iegūtos atrisinājumus ir nepieciešams pārbaudīt eksperimentāli.

Kā mērīt inducētās virpuļstrāvas? Induktora mainīgais magnētiskais lauks inducē virpuļstrāvas metāla priekšmetos. Tās rada savu magnētisko lauku, kas summējas ar induktora magnētisko lauku. Mērot šo rezultējošo lauku ar kādu sensoru, vispārīgā gadījumā šos laukus nevar atdalīt. Taču noteiktās situācijās, gadījumos ar īpašu geometriju, induktora radīto magnētisko lauku un virpuļstrāvu radīto lauku var atdalīt.

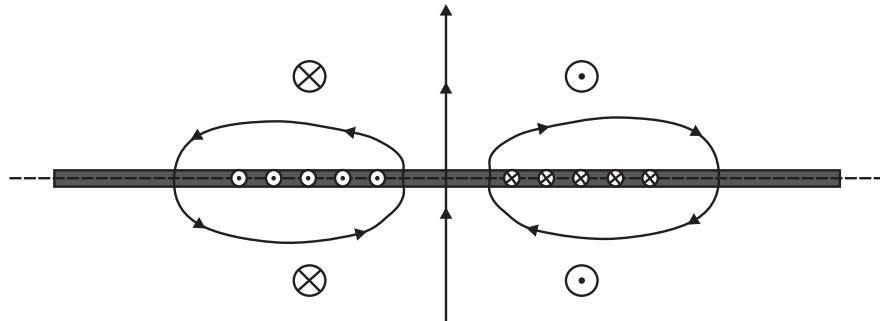


3. att.: Divu vienādu, simetriiski novietotu spoļu radīts magnētiskais lauks ap simetrijas plakni. Strāva spoļēs plūst tā, ka spoļu magnētiskie lauki ir vienādi vērsti, strāvas stiprums spoļēs arī ir vienāds, tāpēc simetrijas plaknē spoļu lauks ir perpendikulārs tai.

Piemērs šādam gadījumam ir plāna elektrovadoša plāksne, kurai no abām pusēm ir pieliktas klāt divas identiskas, simetriiski izvietotas spoles. Strāvas šajās spoļēs plūst vienādā virzienā un ar vienādu stiprumu, un šo spoļu lauki arī ir vienādi vērsti, skat 3. att. Simetrijas dēļ, šo divu spoļu ģenerētais lauks  $\vec{B}$  ir vērststs perpendikulāri plāksnes virsmai šīs virsmas tuvumā.

Mainīgais magnētiskais lauks inducē virpuļstrāvas plāksnē, kas ir vērstas tangenciālā virzienā, skat. 4. att. Šīs strāvas pašas ġenerē magnētisko lauku, un vispārīgā gadījumā šim laukam būs gan perpendikulārā, gan tangenciālā komponente pie plāksnes virsmas, pie tam tangenciālā komponente maina zīmi, šķērsojot

plāksnes plakni. Tāpēc var teikt, ka plāksnes virsmas tiešā tuvumā magnētiskā  $\vec{B}$  lauka tangenciālā komponente ir tikai plāksnes virpuļstrāvu radīta.



4. att.: Spoļu radītais mainīgais magnētiskais lauks ġenerē virpuļstrāvas metāla plāksnē. Virpuļstrāvas plāksnē ġenerē savu magnētisko lauku, kura magnētiskā lauka vertikālā komponente ir vērsta pretēji spoļu magnētiskajam laukam.

Izdalīsim tagad mazu kontūru plāksnē ar platumu  $\Delta l$  kā tas parādīts 5. att. Izmantojot cirkulācijas teorēmu, var sasaistīt magnētiskā lauka indukcijas tangenciālās komponentes vērtību pie plāksnes virsmas  $B_{pl,\tau}$  ar virpuļstrāvas, kas plūst caur kontūru, lineāro blīvumu  $j_l$ . Atgādinām, ka strāvas lineāro blīvumu  $j_l$  ( $A/m$ ) plāksnē iegūst, pareizinot strāvas blīvumu  $j$  ( $A/m^2$ ) plāksnē ar plāksnes biezumu (pieņemot, ka  $j$  nemainās pa plāksnes biezumu). No cirkulācijas teorēmas izriet, ka magnētiskā lauka indukcijas cirkulācija pa kontūru ir:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (2)$$

kur  $I$  ir caur kontūra ierobežoto virsmu plūstošā strāva. Tāpēc maziem,  $\Delta l$  izpildās sekojoša sakarība:

$$2\Delta l B_{pl,\tau} = \mu_0 j_l \Delta l, \quad (3)$$

un

$$B_{pl,\tau} = \frac{\mu_0 j_l}{2}. \quad (4)$$

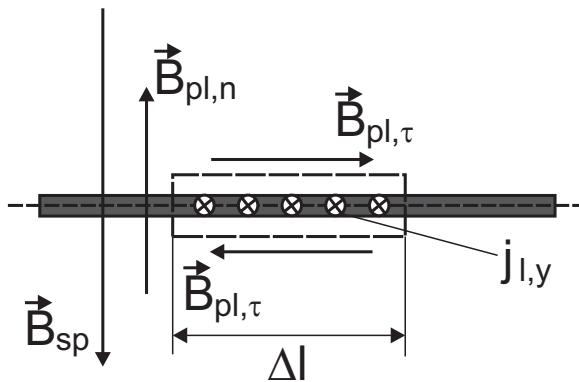
Tas nozīmē, ka izmērot magnētiskā lauka indukcijas tangenciālo komponenti  $B_{pl,\tau}$  pie plāksnes virsmas, mēs varam noteikt inducēto virpuļstrāvu lineāro blīvumu  $j_l$  plāksnē.

### 2.3. Virpuļstrāvu matemātiskais modelis

Elektromagnētiskā lauka sadalījums plāksnē un ap to tiek aprakstīts ar Maksvela vienādojumiem kvazistacionārā tuvinājumā (tas ir, tiek atmestas nobīdes strāvas):

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad (6)$$



5. att.: Cirkulācijas teorēmas pielietošana virpulstrāvu lineārā blīvuma noteikšanai no magnētiskā lauka tangenciālās komponentes vērtības pie metāla plāksnes virsmas.

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}, \quad (7)$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (8)$$

Papildus tam strāvas blīvumu elektrovadošās vidēs apraksta ar materiālu sakarību:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (9)$$

kas ir Oma likums diferenciālā formā.

No vienādojuma (6) izriet, ka magnētisko lauku var aprakstīt ar magnētisko vektorpotenciālu  $\vec{A}$ :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}. \quad (10)$$

Ievietojot šo izteiksmi vienādojumā (5), mēs iegūstam:

$$\text{rot } \vec{E} = - \text{rot } \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (11)$$

no kā izriet, ka elektriskā lauka intensitāti var izteikt kā:

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \quad (12)$$

un strāvas blīvumu kā:

$$\vec{j} = \sigma \left( - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right) \quad (13)$$

Mīnus zīme elektriskā potenciāla gradiента  $\text{grad } \varphi$  priekšā tiek likta tradīcijas dēļ.

Ievietojot strāvas blīvuma un magnētiskā lauka indukcijas izteiksmi  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$  vienādojumā (7), iegūst vienādojumu magnētiskajam vektorpotenciālam:

$$\text{rot rot } \vec{A} = \mu_0 \sigma \left( - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right). \quad (14)$$

Šo vienādojumu var pārrakstīt sekojoši, ja pieprasā, ka  $\operatorname{div} \vec{A} = 0$ :

$$-\Delta \vec{A} = \mu_0 \sigma \left( -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi \right). \quad (15)$$

Pielietojot divergences operatoru vienādojumam (7), iegūst sekojošu sakarību:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{B} = 0. \quad (16)$$

Šī sakarība dod vienādojumu elektriskajam potenciālam  $\varphi$ :

$$\operatorname{div} \left( \sigma \left( -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi \right) \right) = 0. \quad (17)$$

Ja EM lauks laikā mainās kā harmoniska funkcija, kā tas ir, ja induktorā plūst sinusoidāla strāva ar frekvenci  $f$  un sistēmā nav materiālu ar nelineārām magnētiskām vai elektriskām īpašībām, tad magnētisko vektorpotenciālu un elektrisko potenciālu var meklēt kā harmoniskas funkcijas, kas tiek uzdotas kompleksā formā:

$$\vec{A} = \vec{A}_0 e^{i\omega t} \quad (18)$$

un

$$\varphi = \varphi_0 e^{i\omega t}, \quad (19)$$

kur  $\vec{A}_0$  un  $\varphi_0$  ir magnētiskā vektorpotenciāla un elektriskā potenciāla kompleksās amplitūdas un  $\omega = 2\pi f$ .

Ievietojot šīs izteiksmes potenciālu vienādojumos, iegūst vienādojumus kompleksajām amplitūdām:

$$-\Delta \vec{A}_0 = m_0 \sigma \left( -i\omega \vec{A}_0 - \operatorname{grad} \varphi_0 \right) \quad (20)$$

un

$$\operatorname{div} \left( \sigma \left( -i\omega \vec{A}_0 - \operatorname{grad} \varphi_0 \right) \right) = 0. \quad (21)$$

Šo formulējumu pielieto, piemēram, lauku skaitlisko aprēķinu paketē **ANSYS**, un tas apraksta magnētiskos laukus jebkurā vadošā objektā.

Gaisam  $\sigma = 0$ , tāpēc vienādojums (20) vienkāršojas,  $\vec{j} = 0$  un:

$$-\Delta \vec{A}_0 = 0. \quad (22)$$

Vienādojumu elektriskam potenciālam gaisā parasti nerisina.

Induktorā parasti aplūko gadījumu, kad strāvas blīvums  $\vec{j}_{ind}$  ir uzdots tā apgaabalā:

$$-\Delta \vec{A}_0 = \mu_0 \vec{j}_{ind}. \quad (23)$$

Vienādojumus (20), (21), (22) un (23) atrisinot, piemēram ar paketi **ANSYS**, skat. nodaļu 2.6., iegūst potenciālu komplekso amplitūdu sadalījumu telpā, t.i., to reālo

un imagināro daļu sadalījumu telpā. No tiem savukārt var aprēķinat citus lielumus, piemēram strāvas blīvumu. Lai iegūtu potenciālus kā reālas laika funkcijas, ir jāņem reālā daļa no izteiksmēm (18) un (19):

$$\vec{A}(t) = \text{Re}[\vec{A}_0 e^{i\omega t}] = \text{Re}[(\vec{A}_{0,Re} + i\vec{A}_{0,Im})(\cos \omega t + i \sin \omega t)] = \vec{A}_{0,Re} \cos \omega t - \vec{A}_{0,Im} \sin \omega t \quad (24)$$

un

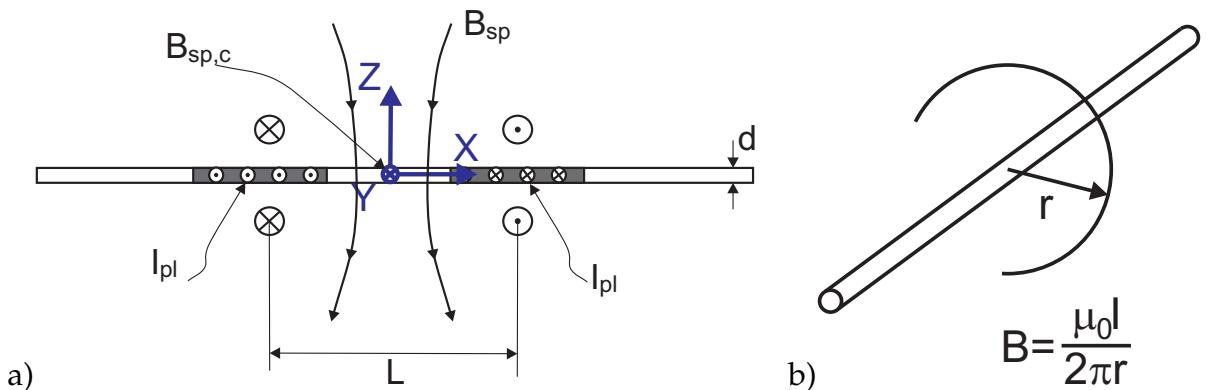
$$\varphi(t) = \text{Re}[\varphi_0 e^{i\omega t}] = \varphi_{0,Re} \cos \omega t - \varphi_{0,Im} \sin \omega t. \quad (25)$$

Ir redzams, ka reālā un imaginārā daļa raksturo harmoniskā mainīgā fāzi. Ja, piemēram, tikai reālā daļa ir atšķirīga no nulles, tad leilums mainās kā  $\sim \cos \omega t$ , ja otrādi, tad kā  $\sim \sin \omega t$ . Tas ir svarīgi, ja no iegūtajiem EM lauka sadalījumiem grib aprēķināt Džoula siltumu, EM spēka blīvumu sadalījumu vai citus lielumus.

## 2.4. Tuvināta šķērsindukcijas analīze

Šajā nodaļā tiek veikta tuvināta šķērsindukcijas analīze plānai metāla plāksnei, kas ļauj novērtēt inducēto virpuļstrāvu lielumu un to atkarību no sistēmas parametriem (piem., EM lauka frekvences).

Pieņemsim, ka EM lauku plāksnē rada divas vienādas taisnstūrveida spoles, kurām viena mala ir daudz garāka par otro. Tuvināti katras spoles radīto lauku var modelēt kā divu bezgala garu vadu radīto lauku (tas ir, uzskatot, ka spoles ir bezgalīgi garas). Pieņem arī, ka šīs spoles atrodas ļoti tuvu plāksnes virsmai. Rezultātā mēs iegūstam divdimensionālu (2D) EM uzdevumu ar četriem bezgalīgi gariem vadiem, kas ir simetriski izvietoti pa pāriem abās plāksnes pusēs. Lai atrisinātu šo uzdevumu mēs ieviešam Dekarta koordinātu sistēmu ar asīm kā tās parādītas 6.-a att.



6. att.: a) Vienkāršots 2D modelis tuvinātai šķērsindukcijas analīzei. b) Bio-Savāra likums bezgalīgi garam strāvu vadošam vadam.

Viena vada magnētisko lauku  $B$  var aprēķināt pēc Bio-Savāra likuma:

$$B = \frac{\mu_0 I_{sp}}{2\pi r}, \quad (26)$$

kur  $I_{sp}$  ir vadā plūstoša strāva, un  $r$  ir attālums līdz vadam. Šo formulu var izmantot, lai noteiktu spoles ģenerēto lauku spoles centrā  $B_{sp,c}$ , kas vienlaicīgi būs aptuveni vienāds ar magnētiskā lauka vērtību plāksnē uz vertikālās simetrijas plaknes pie  $x = 0$ . Apzīmējot attālumu starp spoles vadiem ar  $L$ , mēs iegūstam, ka četru vadu lauks spoles centrā ir:

$$B_{sp,c} = 4 \frac{\mu_0 I_{sp}}{2\pi L/2} = 4 \frac{\mu_0 I_{sp}}{\pi L}. \quad (27)$$

Vienkāršībai mēs pieņemsim, ka spoļu radītais magnētiskais lauks ir sadalīts vienmērīgi gar plāksni starp kreiso un labo spoles vadu.

Elektriskā virpuļlauka  $\vec{E}$  sadalījumu plāksnē var noteikt, izmantojot elektromagnētiskās indukcijas likumu (Maksvela vieādojums (5)) kompleksā formā:

$$\text{rot } \vec{E}_0 = -i\omega \vec{B}_0, \quad (28)$$

kur  $\vec{B}_0$  ir rezultējošais magnētiskais lauks, ko rada gan spoles, gan inducētās virpuļstrāvas plāksnē. Mūsu gadījumā, divdimensionalitātes dēļ, strāva plūst perpendikulāri zīmējuma plaknei, tāpēc tikai viena elektriskā lauka intensitātes komponente nav nulle ( $E_{0,y}$ ), un tā var būt atkarīga tikai no  $x$  koordinātes plāksnē. No tā izriet, ka

$$\text{rot } \vec{E}_0 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & E_{0,y}(x) & 0 \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \end{vmatrix} = -\vec{k} \frac{\partial E_{0,y}}{\partial x}. \quad (29)$$

Uzskatīsim, ka magnētiskais lauks plāksnē ir vērstīs tikai vertikālā virzienā  $\vec{B}_0 = \vec{k} B_{0,z}$  (tangenciālā komponente parādīsies ārpus plāksnes). No tā seko, ka:

$$-\vec{k} \frac{\partial E_{0,y}}{\partial x} = -i\omega \vec{k} B_{0,z} \quad (30)$$

un

$$\frac{\partial E_{0,y}}{\partial x} = i\omega B_{0,z}. \quad (31)$$

Pieņemsim, ka arī rezultējošais magnētiskais lauks plāksnē starp kreiso un labo vadu ir aptuveni konstants. Tādā gadījumā elektriskā lauka intensitāte plāksnē pie spolēm mainās lineāri atkarībā no koordinātes  $x$ . No simetrijas apsvērumiem izriet, ka elektriskā lauka intensitātei jābūt vienādai ar nulli spoles centrā ( $x = 0$ ,  $z = 0$ ), tāpēc maksimālā elektriskās intensitātes vērtība, ko tā sasniedz plāksnē zem, piemēram, labā augšejā spoles vada spoles, ir:

$$E_{0,y}^{max} = i\omega B_{0,z} \frac{L}{2}. \quad (32)$$

Šo izteiksmi, kopā ar Oma likumu, var izmantot kopējā inducētā virpuļstrāvas stipruma  $I_{pl}$  novērtēšanai vienai plāksnes pusei, kas atrodas 6.-a att. labajā pusē ( $x > 0$ ). Pieņemsim, ka lielākā inducētās virpuļstrāvas daļa plūst joslā ar platumu  $L/2$  zem labā vada. Vidējais strāvas blīvums varētu būt puse no maksimālās vērtības  $j^{max} = \sigma E_{0,y}^{max}$ . Apzīmējot plāksnes biezumu ar  $d$ , mēs iegūstam, ka:

$$I_{pl} = \frac{j^{max}}{2} d \frac{L}{2} = \frac{\sigma d L E_{0,y}^{max}}{4} = \frac{\sigma d L^2 i\omega B_{0,z}}{8}. \quad (33)$$

Kā jau tika minēts, rezultējošais lauks ir spoļu un indicēto virpuļstrāvu lauku  $B_{sp,c}$  un  $B_{pl,c}$  summa:

$$B_{0,z} = B_{sp,c} + B_{pl,c}. \quad (34)$$

Lauku  $B_{pl,c}$  var novērtēt pēc formulas

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (35)$$

Tas ir, mēs pieņemam, ka virpuļstrāvas radītais lauks spoles centrā ir aptuveni vienāds ar magnētisko lauku, ko radītu strāva  $I_{pl}$ , ja tā plūstu pa vadu, kas atrastos attālumā  $r = L/2$  no spoles centra. Tādējādi sarēķinātā magnētiskā lauka indukcija ir jāreizina ar divi, jo magnētisko lauku rada virpuļstrāvas abās plāksnes pusēs:

$$B_{pl,c} = 2 \frac{\mu_0 I_{pl}}{2\pi L/2} = \frac{2\mu_0 I_{pl}}{\pi L}. \quad (36)$$

Tagad var izvest galīgo vienādojumu strāvai  $I_{pl}$ :

$$I_{pl} = \frac{\sigma dL^2 i\omega B_{0,z}}{8} = \frac{\sigma dL^2 i\omega}{8} (B_{sp,c} + B_{pl,c}) = \frac{\sigma dL^2 i\omega}{8} \left( 4 \frac{\mu_0 I}{\pi L} + \frac{2\mu_0 I_{pl}}{\pi L} \right) = i\Omega (2I_{sp} + I_{pl}), \quad (37)$$

kur tika ieviests jauns parameters:

$$\Omega = \frac{dL\sigma\omega\mu_0}{4\pi}, \quad (38)$$

jeb

$$\Omega = \frac{1}{2} dL\sigma f \mu_0, \quad (39)$$

ko saucam par šķērsindukcijas **bezdimensionālā frekvenci**. Vēlreiz uzsveram, ka strāvu plāksnē, inducē rezultējošais lauks, ko rada gan spoles, gan pašas inducētās strāvas plāksnē. Parametrs  $\Omega$  raksturo šīs atgriezeniskās saites nozīmību.

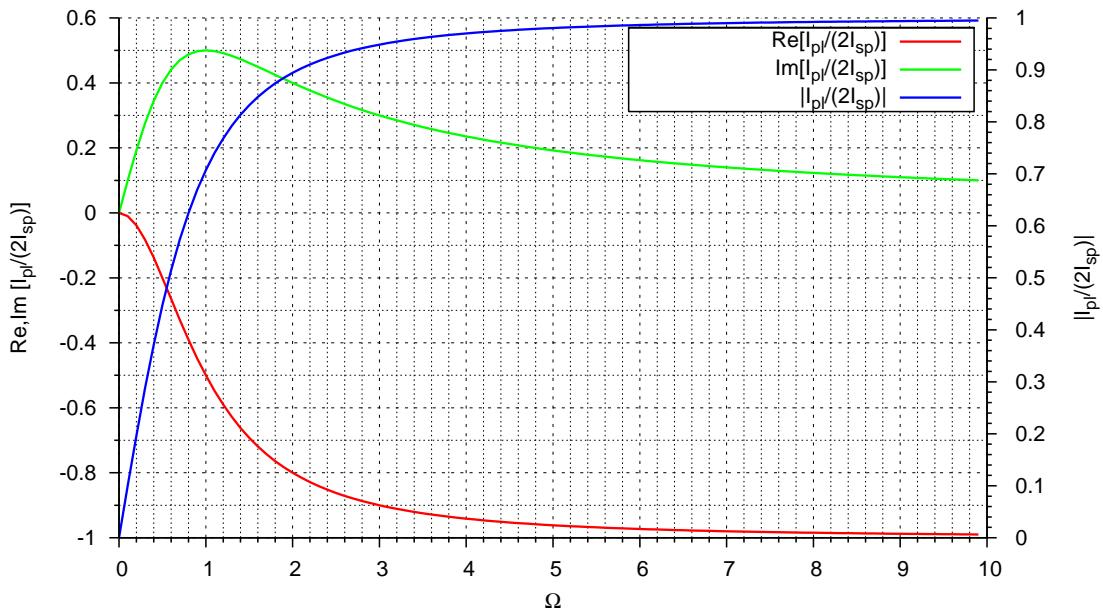
Atrisinot (37), iegūst, ka:

$$I_{pl} = 2I_{sp} \frac{i\Omega}{1 - i\Omega} = 2I_{sp} \frac{i\Omega(1 + i\Omega)}{1 + \Omega^2} = 2I_{sp} \left( \frac{-\Omega^2}{1 + \Omega^2} + i \frac{\Omega}{1 + \Omega^2} \right). \quad (40)$$

Šo izteksi var izmantot, lai izanalizētu inducētās strāvas atkarību no parametra  $\Omega$ . Pirmkārt apskata strāvu attiecību  $I_{pl}/(2I_{sp})$ , kas ir komplekss skaitlis:

$$\frac{I_{pl}}{2I_{sp}} = -\frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} + i \frac{\Omega}{1 + \Omega^2}. \quad (41)$$

7. att. parāda šīs attiecības reālās un imaginārās daļas atkarību no parametra  $\Omega$ . Kā redzams, reālā daļa ir proporcionāla  $-\Omega^2$  pie mazām  $\Omega$  vērtībām, bet tiecas uz konstanti  $-1$  pie lielām vērtībām. Imaginārā daļa sākumā uzvedas kā lineāra  $\Omega$  funkcija, taču vēlāk sasniedz maksimumu un sāk dilt kā  $1/\Omega$  funkcija. No tā var secināt, ka pie lielām  $\Omega$  vērtībām inducētā virpuļstrāva  $I_{pl}$  svārstās pretējā fāzē ar  $I_{sp}$  (fāzu nobīde  $\pi$  jeb  $180^\circ$ ).



7. att. Kompleksās attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  atkarība no  $\Omega$ .

Līdzīgi var izanalizēt šīs attiecības moduļa atkarību no  $\Omega$ :

$$\left| \frac{I_{pl}}{2I_{sp}} \right| = \sqrt{\frac{\Omega^4}{(1+\Omega^2)^2} + \frac{\Omega^2}{(1+\Omega^2)^2}} = \frac{\Omega}{\sqrt{1+\Omega^2}}. \quad (42)$$

Šī atkarība arī ir parādīta 7. att. Tā parāda, ka inducēto virpulstrāvu stiprums sasniedz piesātinājumu pie lielām  $\Omega$  vērtībām. Acīmredzami, ka tad spoļu un plāksnē inducēto strāvu rezultējošais magnētiskais lauks spoles centrā tiecas uz nulli, skat. (34), (36), (27) un (41).

Kā piemēru aplūkosim eksperimentā izmantoto laboratorijas sistēmu (skat. nodalū 5.) ar 2 mm biezu alumīnija plāksni pie frekvences 1000 kHz:

$$\Omega = \frac{1}{2}dL\sigma f\mu_0 = \frac{1}{2}4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,002 \cdot 0,146 \cdot 3,8 \cdot 10^7 \cdot 500 = 3,48. \quad (43)$$

No 7. att. ir redzams, ka virpulstrāvas pie šīs frekvence ir gandrīz sasniegušas piesātinājumu, t.i.,  $\approx 95\%$ . Tāpēc tad rezultējošais magnētiskais lauks plāksni praktiski nešķērso. Tomēr jāuzsver, ka pie frekvences 500 Hz skinefekts vēl nav novērojams, jo no skinslāņa biezuma formulas

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0\sigma f}} \quad (44)$$

izriet, ka  $\delta = 3,67$  mm, un tas ir gandrīz 2 reizes lielāks par plāksnes biezumu.

## 2.5. Modelis magnētisko lauku sensoriem, kas balstās uz EM indukcijas likuma. Fāzu nobīdes starp plāksnes vīrpulšstrāvām un induktora strāvu noteikšana

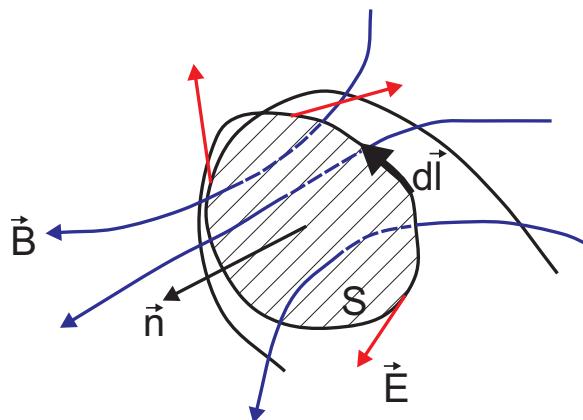
### 2.5.1. Modelis magnētisko lauku sensoriem

Magnētiskā lauka sensoru uzbūvē var izmantot vairākus fizikālos efektus, piemēram, Holla efektu vai elektromagnētisko indukciju. Šajā nodaļā mēs aprakstīsim pašizgatavotus magnētisko lauku sensorus, kuru uzbūvē izmanto elektromagnētiskās indukcijas likumu.

No elektromagnētiskās indukcijas likuma (5) izriet, ka kontūrā inducēsies elektriskais lauks, ja magnētiskā lauka plūsma caur šī kontūra ierobežoto virsmu laikā mainās:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}, \quad (45)$$

skat. 8. att.



8. att.: Elektriskā lauka inducēšanās vijumā, caur kuru plūstošā magnētiskā lauka plūsma laikā mainās.

Elektriskā lauka cirkulācija pa kontūru mums dod EDS  $\mathcal{E}$ , kas inducējas kontūrā, vienlaikus mēs varam pārrakstīt vienādojumu, pieņemot, ka elektromagnētiskais lauks ir harmoniska laika funkcija, kontūrs ir mazs un magnētiskais lauks ir vērstīgs perpendikulāri kontūra ierobežotai virsmai:

$$\mathcal{E}_0 = \oint \vec{E}_0 d\vec{l} = -i\omega \iint \vec{B}_0 \cdot d\vec{s} \approx -i\omega B_0 S, \quad (46)$$

kur  $S$  ir kontūra ierobežotās virsmas laukums. No tā seko, ka EDS modulis ir proporcionāls magnētiskā lauka indukcijas stiprumam kontūrā:

$$|\mathcal{E}_0| = \omega |B_0| S, \quad (47)$$

bet pašas EDS svārstības ir nobīdītas fāzē par  $90^\circ$  attiecībā pret magnētiskās indukcijas svārstībām. Tātad izmērot EDS un zinot kontūra ierobežotās virsmas laukumu

un EM lauka frekvenci, mēs varam noteikt magnētiskās indukcijas vērtību kādā tel-pas punktā. Ja magnētiskā lauka virziens nav perpendikulārs kontūra virsmai, tad inducētais EDS būs mazāks. Mainot kontūra orientāciju un atrodot tādu, kad EDS ir maksimāls, tiek noteikts arī magnētiskā lauka virziens.

Tas tiek izmantots magnētisko sensoru izgatavošanā. Par pamatelementu magnētiskam sensoram var izmantot spoli ar  $n$  vijumiem. Katrā spoles vijumā inducēsies EDS, kā tas ir aprakstīts augstāk, tātad pilnais spolē inducētais EDS būs:

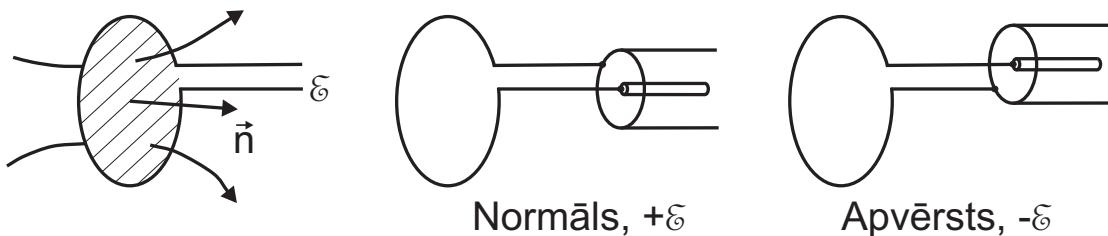
$$|\mathcal{E}_0| = \omega |B_0| S n. \quad (48)$$

To var izmērīt, mērot sprieguma kritumu uz spoles vai nu ar voltmetru, vai ar oscilogrāfu.

### 2.5.2. Fāzu nobīdes noteikšana

Kā parāda vienādojums (46), magnētiskā sensorā inducētais EDS ir nobīdīts fāzē par  $-90^\circ$  attiecībā pret magnētisko lauku  $B_0$ . Tas nozīmē, ka tas būs nobīdīts arī pret plāksnes strāvas lineāro blīvumu  $j_t$ , kas to rada.

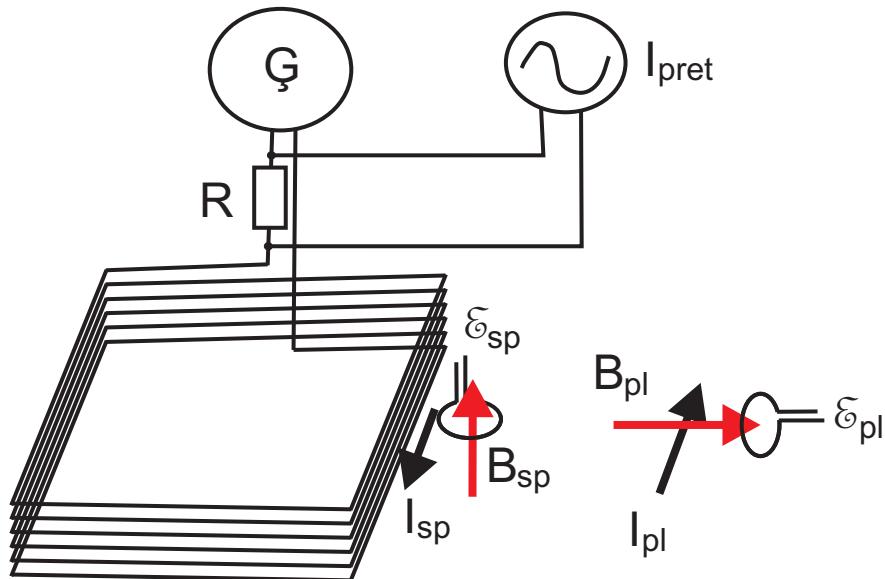
Varētu nodomāt, ka izmērot fāzu nobīdi starp induktora strāvu un sensora EDS, ar vienkāršu aritmētisku operāciju var aprēķināt fāzu nobīdi starp induktora strāvu  $I_{sp}$  un plāksnes virpuļstrāvu un  $I_{pl}$ . Taču praksē, to kā EDS signāls no sensora attēlojas uz oscilogrāfa nosaka arī tas, kā sensors ir pieslēgts pie oscilogrāfa ieejas. Piemēram, attēlā (9.) ir parādīti divi iespējami sensora pieslēgumi pie oscilogrāfa ieejas kanāla, normāls un apvērststs. Apvērsta slēgums dos apgrieztu, nobīdītu par  $180^\circ$  signālu salīdzinājumā ar normālo slēgumu.



9. att. Sensora pieslēguma pie oscilogrāfa iespaids uz signāla attēlu.

Tas nozīmē, piemēram, ka sensora EDS var izrādīties par  $180^\circ$  nobīdīts uz oscilogrāfa. Otrs iespējamās nobīdes avots ir induktora spoļu pieslēgums pie  $1\Omega$  pretestības, kas var dot papildus  $180^\circ$  nobīdi. Kopumā tas dod četras iespējamās fāzu nobīžu kombinācijas.

Tāpēc, lai pareizi izmērītu fāzu nobīdi, vispirms ir jāmēra ar sensoru magnētisko lauku pie induktora spoles, kā tas ir parādīts 10. att., un jānosaka fāzu nobīde starp inducēto EDS un strāvu spolē, izmanotjot divstaru oscilogrāfu. Izanalizējot iespējamās induktora un sensora pieslēgumu kombinācijas, var secināt, ka EDS mērija signāls pie induktora spoles  $\mathcal{E}_{sp}$ , EDS mērija signāls pie plāksnes virknes  $\mathcal{E}_{pl}$  un pretestības strāvas signāls  $I_{pret}$  var sakārtoties divos veidos uz oscilogrāfa.



10. att.: Magnētiskā lauka mērišana ar sensoru pie plāksnes virsmas un induktora spoles. Kopumā eksperimentos mēra trīs lielumus: spoles EDS  $E_{sp}$ , plāksnes EDS  $E_{pl}$  un strāvu pretestībā  $I_{pret}$ .

Pirmkārt, spoles EDS  $E_{sp}$  apsteidz pretestības strāvas signālu  $I_{pret}$  par  $90^\circ$  fāzē. Tas nozīmē, ka  $E_{sp}$  atradīsies pirms  $I_{pret}$  kā tas ir parādīts 11. att. Tādā gadījumā fāzu nobīdi starp virpuļstrāvu mērišanas punktā un induktora strāvu aprēķina, izmērot  $E_{pl}$  nobīdi attiecībā pret  $I_{pret}$  un pieskaitot pie tās  $90^\circ$ .

Otra iespēja ir, ka spoles EDS  $E_{sp}$  atpaliek no pretestības strāvas signāla  $I_{pret}$  par  $90^\circ$  fāzē (fāzu nobīde  $-90^\circ$ ) tā, kā tas ir attēlots 12. att. Šādā gadījumā fāzu nobīdi starp virpuļstrāvu mērišanas punktā un induktora strāvu aprēķina, izmērot  $E_{pl}$  nobīdi attiecībā pret  $I_{pret}$  un pieskaitot pie tās  $-90^\circ$ .

## 2.6. Elektromagnētisko lauku eksperimentālā iekārtā skaitlisko aprēķinu rezultāti

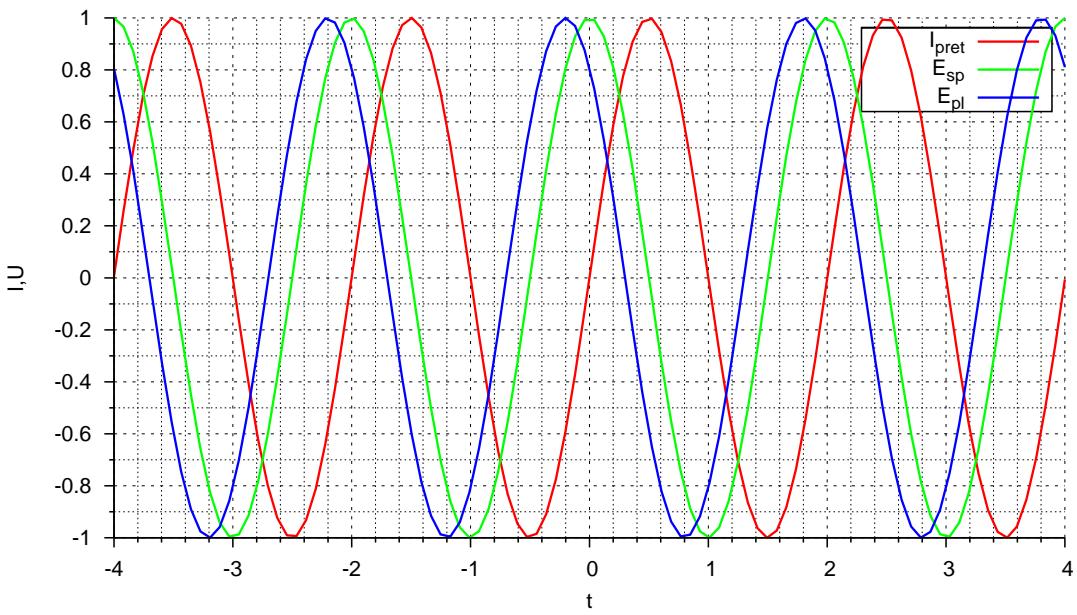
Laboratorijas sistēmai elektromagnētiskie lauka aprēķini tika veikti ar programmu paketi **ANSYS**. Elektromagnētiskiem aprēķiniem tika izmantoti eksperimentālās iekārtas izmēri, kas ir doti nodaļā 5.1.1.

Vispirms aprēķini tika veiktie eksperimentālajai iekārtai ar 2 mm biezumā alumīnija plāksni. Plāksnei izmantoja alumīnija vadītspēju  $\sigma_{Al} = 3,8 \cdot 10^7$ . Eksperimentālās iekārtas simetrijas dēļ, aprēķinus var veikt vienai sistēmas astotdaļai.

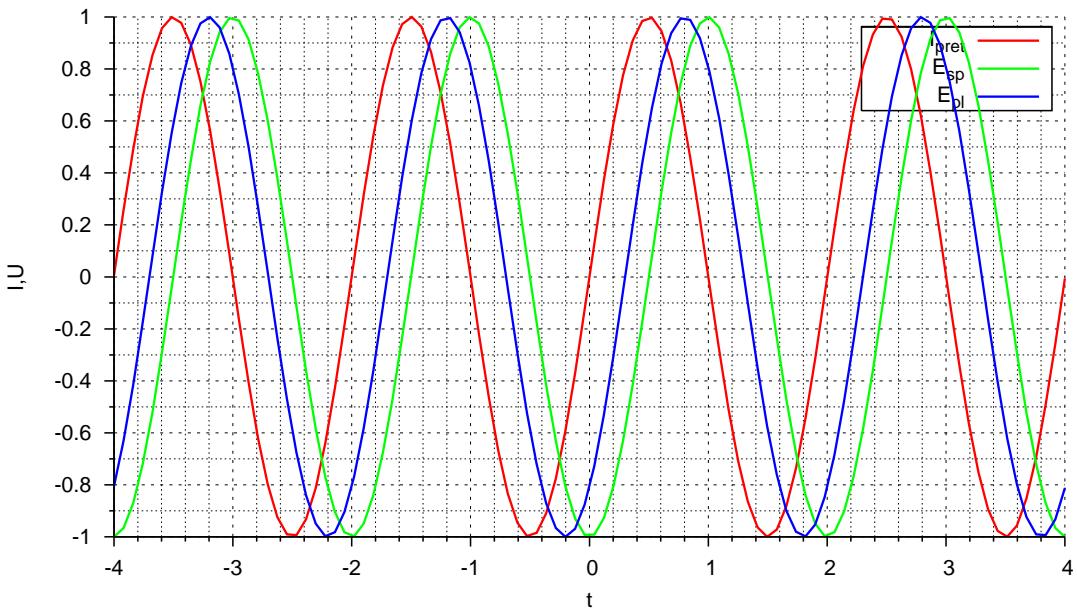
13. att. ir parādīts galīgo elementu režģis, kas tika izmantots eksperimentālās iekārtas aprēķiniem. 14. att. atsevišķi ir parādīti galīgo elementu režģi iekārtas elektrovadošajām daļām - induktora spolei un 2 mm alumīnija plāksnei.

EM aprēķini tika veikti 500 Hz induktora strāvai. Aprēķinos tika uzdots induktora strāvas stiprums  $I_{sp,eff} = 0,0146$  A. Uzdotai strāvai induktorā ir tikai reālā daļa (imaginārā daļa tiek uzdotā vienāda ar nulli).

15. att. ir parādīts aprēķinātā strāvas tilpuma blīvuma vektora efektīvās vērtības



11. att.  $\mathcal{E}_{sp}$  apsteidz  $I_{prei}$  par  $90^\circ$  fāzē.



12. att.  $\mathcal{E}_{sp}$  atpaliek  $I_{prei}$  par  $90^\circ$  fāzē.

reālās daļas sadalījums induktorā un plāksnē. 16. att. ir parādīts aprēķinātā strāvas tilpuma blīvuma efektīvās vērtības reālās daļas sadalījums tikai plāksnē. 17. att. ir parādīts aprēķinātā strāvas tilpuma blīvuma imaginārās daļas sadalījums plāksnē.

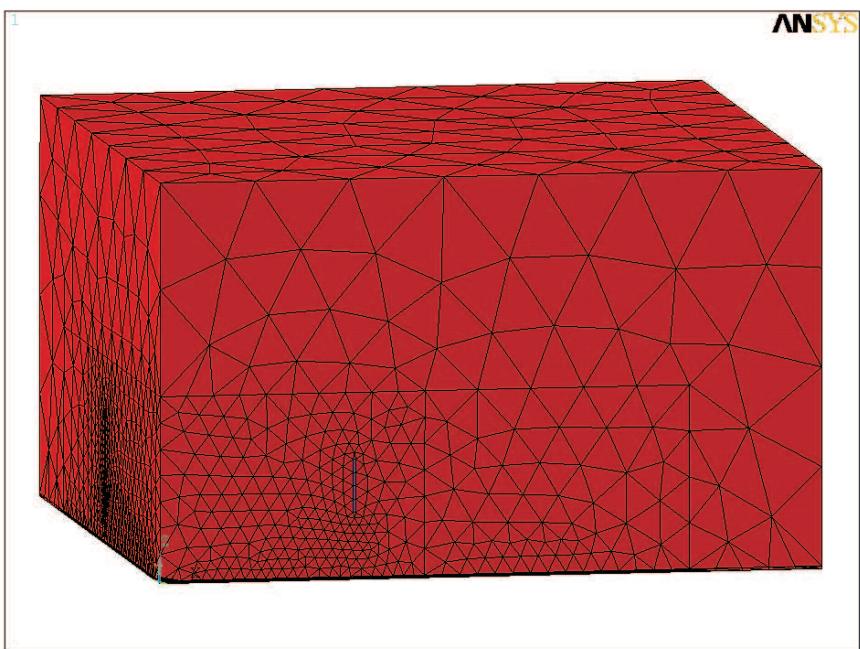
18. att. ir parādīti aprēķinātie lineārā strāvas blīvuma efektīvās vērtības  $y$  komponentes  $j_{l,y,eff}$  reālās un imginārās daļas un moduļa sadalījumi pa  $x$  asi. Attēlotās vērtības tika pārrēķinātas induktora strāvas stiprumam  $I_{sp,eff} = 1 \text{ A}$ . Dotie sadalījumu parāda strāvas lineārā blīvuma sadalījumu vienā plāksnes pusē

(simetrijas ass iet caur  $x = 0$  punktu).

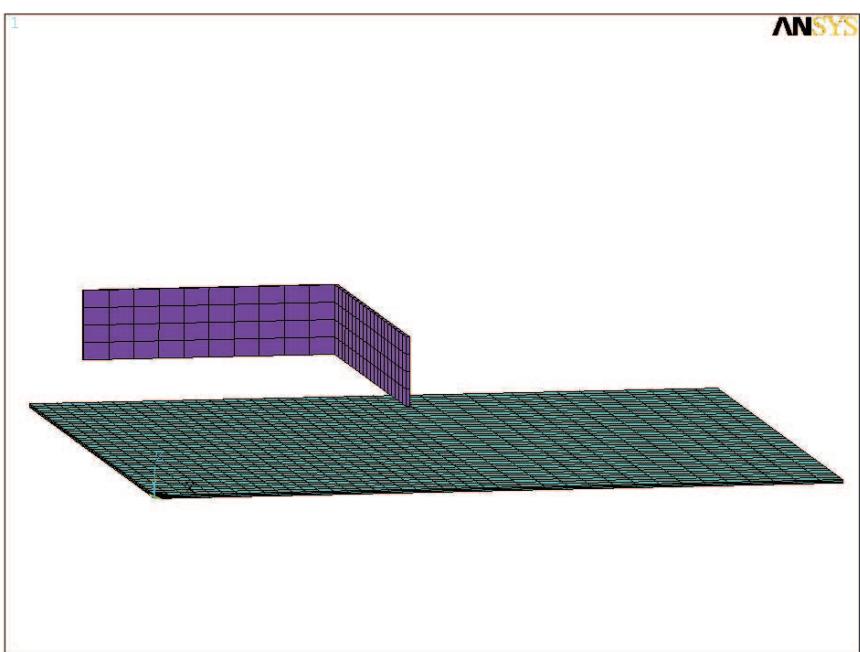
Nākamie rēķini aprēķini tika veikti eksperimentālajai iekārtai, kur alumīnija plāksnes vietā ir ievietota 0,01 mm bieza alumīnija folija. Folijai arī izmantoja alumīnija vadītspēju  $\sigma_{Al} = 3,8 \cdot 10^7$ .

EM aprēķini tika veikti trim frekvencēm - 10 kHz, 20 kHz un 100 kHz. Aprēķinos tika uzdots induktora strāvas stiprums  $I_{sp,eff} = 0,0146$  A. Uzdotai strāvai induktorā ir tikai reālā daļa (imaginārā daļa vienāda ar nulli).

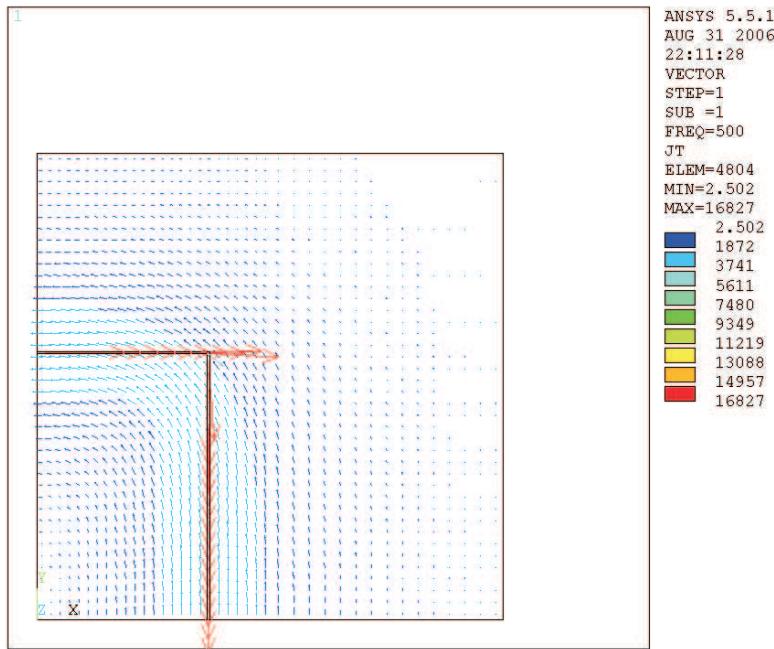
19. att. ir parādīti aprēķinātie lineārā strāvas blīvuma efektīvās vērtības  $y$  komponentes  $j_{l,y,eff}$  reālās un imaginārās daļas un moduļa sadalījumi pa  $x$  asi 10 kHz frekvencei. Attēlotās vērtības tika pārrēķinātas induktora strāvas stiprums  $I_{sp,eff} = 1$  A. Dotie sadalījumu parāda strāvas lineārā blīvuma sadalījumu vienā plāksnes pusē (simetrijas ass iet caur  $x = 0$  punktu). Šoe paši sadalījumi frekvencei 20 kHz ir parādīti 20. att. un frekvencei 100 kHz 21. att.



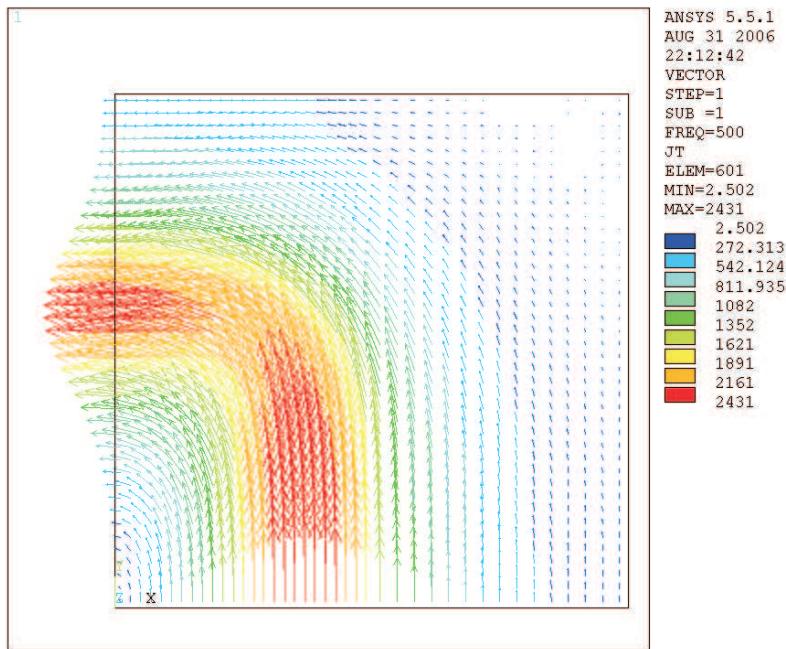
13. att.: Galīgo elementu režģis sistēmas astotdaļai, kas tika izveidots eksperimentālai iekārtai ar 2 mm alumīnija plāksni.



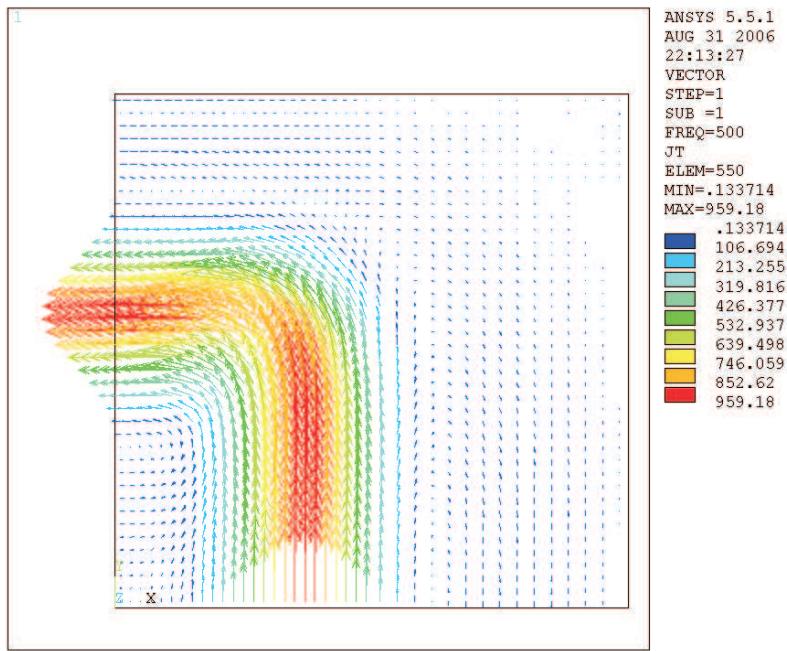
14. att.: Galīgo elementu režģis elektrību vadošajām eksperimentālās iekārtas daļām - induktora spolei un 2 mm alumīnija plāksnei.



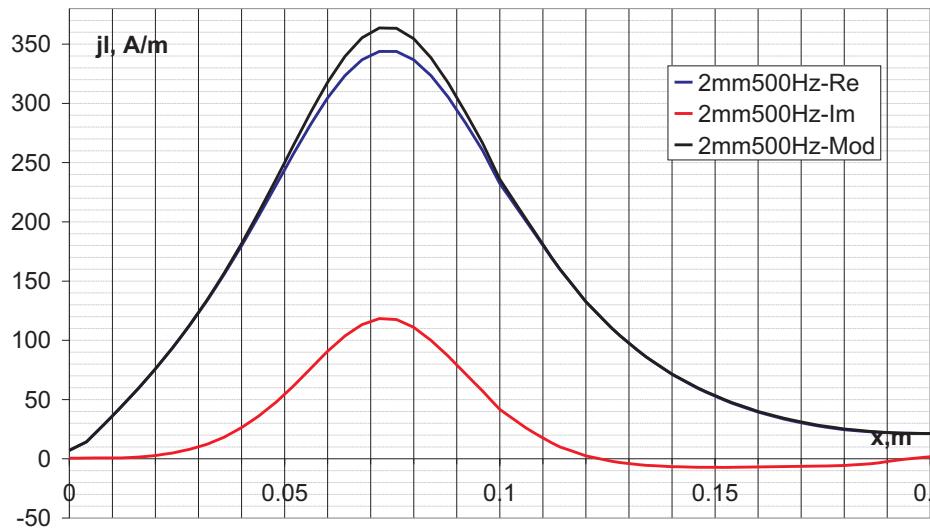
15. att.: Strāvas tilpuma blīvuma efektīvās vērtības reālās daļas  $\vec{Re}[\vec{j}]$  sadalījums 2 mm plāksnē un induktora spolē.  $f = 500\text{ Hz}$ . Induktora strāvas (vadā) stiprums EM aprēķinos  $I_{sp,eff} = 0,0146\text{ A}$ .



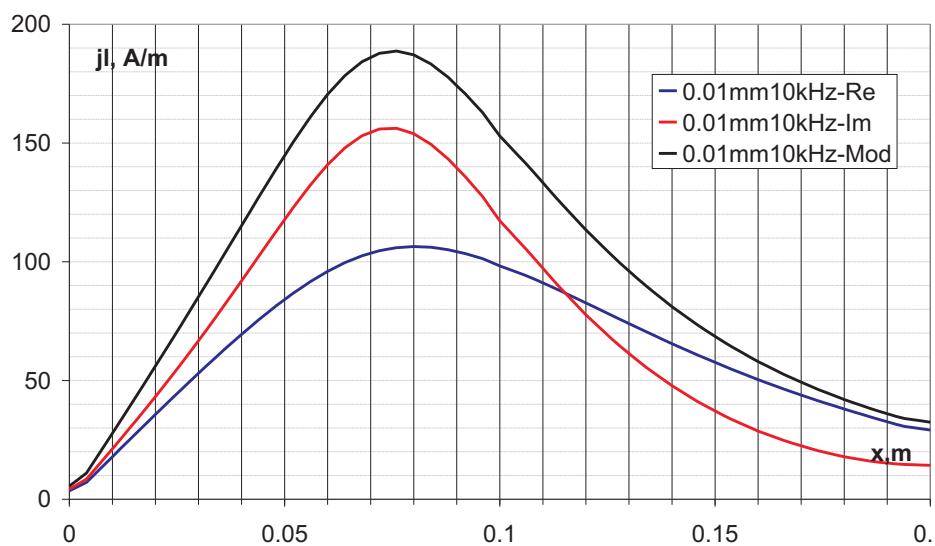
16. att.: Strāvas tilpuma blīvuma efektīvās vērtības reālās daļas  $\vec{Re}[\vec{j}]$  sadalījums 2 mm plāksnē.  $f = 500\text{ Hz}$ . Induktora strāvas (vadā) stiprums EM aprēķinos  $I_{sp,eff} = 0,0146\text{ A}$ .



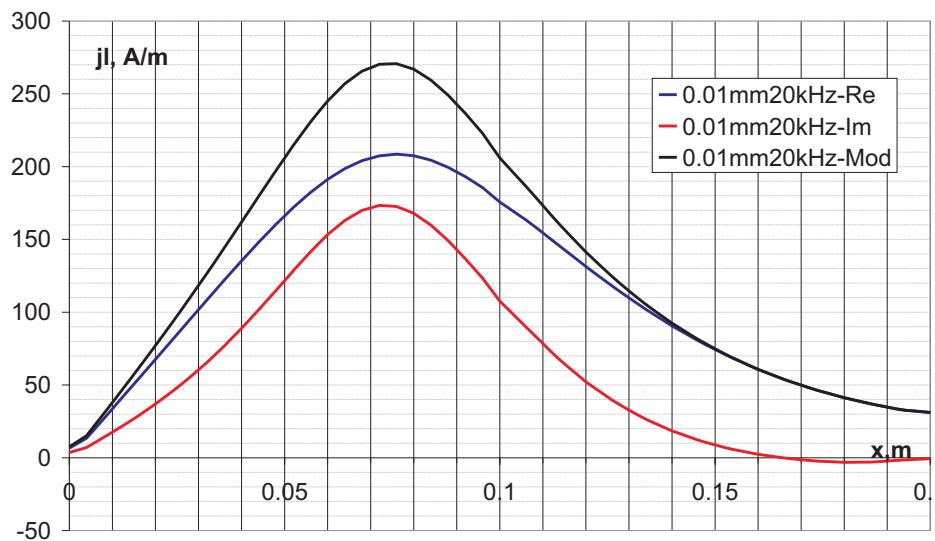
17. att.: Strāvas tilpuma blīvuma efektīvās vērtības imaginārās daļas  $Im[\vec{j}]$  sadalījums 2 mm plāksnē.  $f = 500\text{ Hz}$ . Induktora strāvas (vadā) stiprums EM aprēķinos  $I_{sp,eff} = 0,0146\text{ A}$ .



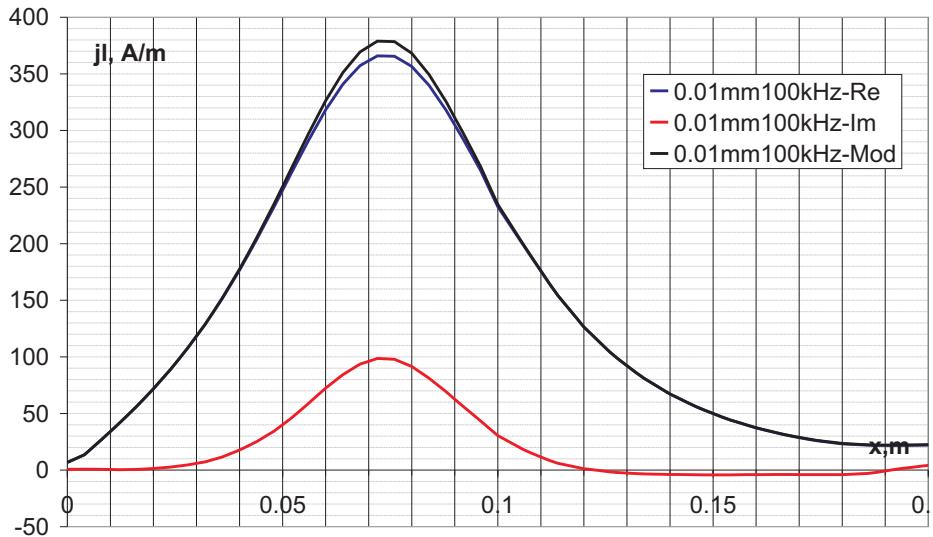
18. att.: Strāvas lineārā blīvuma efektīvās vērtības  $y$  komponentes moduļa, reālās un imaginārās daļas sadalījumi pa  $x$  asi 2 mm plāksnē.  $f = 500\text{ Hz}$ . Induktora strāvas (vadā) stiprums  $I_{sp,eff} = 1\text{ A}$ .



19. att.: Strāvas lineārā blīvuma efektīvās vērtības  $y$  komponentes moduļa, reālās un imaginārās daļas sadalījumi pa  $x$  asi 0,01 mm folijā.  $f = 10$  kHz. Induktora strāvas (vadā) stiprums  $I_{sp,eff} = 1$  A.



20. att.: Strāvas lineārā blīvuma efektīvās vērtības  $y$  komponentes moduļa, reālās un imaginārās daļas sadalījumi pa  $x$  asi 0,01 mm folijā.  $f = 20$  kHz. Induktora strāvas (vadā) stiprums  $I_{sp,eff} = 1$  A.



21. att.: Strāvas lineārā blīvuma efektīvās vērtības  $y$  komponentes moduļa, reālās un imaginārās daļas sadalījumi pa  $x$  asi 0,01 mm folijā.  $f = 100$  kHz. Induktora strāvas (vadā) stiprums  $I_{sp,eff} = 1$  A.

### 3. Darba uzdevumi

#### 3.1. Magnētiskā šķērslauka inducētā strāvu sadalījuma pētīšana 2 mm biezai alumīnija plāksnei.

- Ar uz plāksnes virsmas novietotu magnētiskā lauka sensoru izmērīt sensora inducēto spriegumu, kas atbilst magnētiska lauka  $x$  komponentes sadalījumam pa  $x$  asi ( $y = 0$ ) pie plāksnes virsmas, pie sekojošām frekvences un induktora strāvas efektīvās vērtības kombinācijām:  $f = 500$  Hz un  $I_{sp,eff} = 0,4$  A,  $f = 1000$  Hz un  $I_{sp,eff} = 0,4$  A,  $f = 2000$  Hz un  $I_{sp,eff} = 0,4$  A;
- No izmērītajām sensora sprieguma vērtībām aprēķināt magnētiskā lauka  $x$  komponentes sadalījumu pa  $x$  asi pie plāksnes virsmas visām trim frekvencēm, no šī sadalījuma aprēķināt lineārā strāvas blīvuma moduļa  $y$  komponentes efektīvās vērtības sadalījumu plāksnē pa  $x$  asi, proporcionāli pārrēķināt šos sadalījumus induktora strāvai 1 A un attelot grafiski  $j_{l,y,eff}(x)$ ;
- Aprēķināt katrai frekvencei bezdimensionālo šķērslauka frekvenci  $\Omega$  un attelot grafiski strāvas lineārā blīvuma moduļa maksimālās efektīvās vērtības atkarību no  $\Omega$ , un salīdzināt eksperimentāli iegūto atkarību ar tuvinātajā šķērsindukcijas analīzē iegūto plāksnē inducētās strāvas atkarību no  $\Omega$ .
- Salīdzināt eksperimentāli noteiktā un 1 A induktora strāvai pārrēķinātā lineārā strāvas blīvuma moduļa  $y$  komponentes sadalījumu  $j_{l,y,eff}(x)$  plāksnē pa  $x$  asi ar datormodelēšanas rezultātiem 500 Hz frekvencēi.

### 3.2. Magnētiskā šķērslauka inducētā strāvu sadalījuma pētīšana 0,01 mm biezai alumīnija folijai.

- a) Ar uz plāksnes virsmas novietotu jūtīgāko magnētiskā lauka sensoru izmērīt sensora inducēto spriegumu, kas atbilst magnētiska lauka  $x$  komponentes sadalījumam pa  $x$  asi ( $y=0$ ) pie plāksnes virsmas, pie sekojošām frekvences un induktora strāvas efektīvās vērtības kombinācijām:  $f = 10 \text{ kHz}$  un  $I_{sp,eff} = 0,2 \text{ A}$ ,  $f = 20 \text{ kHz}$  un  $I_{sp,eff} = 0,1 \text{ A}$ ,  $f = 100 \text{ kHz}$  un  $I_{sp,eff} = 0,1 \text{ A}$ . Izmantojot divstaru oscilogrāfu, kurā bez sensora signāla tiek attēlots arī induktora strāvas signāls, noteikt fāzu nobīdi starp magnētisko lauku un strāvu induktorā, tai sensora pozīcijai, kura atbilst maksimumam magnētiskā lauka sadalījumā;
- b) No izmērītajām sensora sprieguma vērtībām aprēķināt magnētiskā lauka  $x$  komponentes sadalījumu pa  $x$  asi pie plāksnes virsmas visām trim frekvencēm, no šī sadalījuma aprēķināt lineārā strāvas blīvuma moduļa  $y$  komponentes efektīvās vērtības sadalījumu plāksnē pa  $x$  asi, proporcionāli pārrēķināt šos sadalījumus induktora strāvai  $1 \text{ A}$  un attēlot grafiski  $|j_{l,y,eff}(x)|$ . Izmantojot iepriekš noteikto fāzu nobīdi starp strāvu induktorā un izmerīto magnētisko lauku punktā, kur ir lauka maksimums, noteikt lineārā strāvas blīvuma reālo  $j_{Re,l,y,eff}^{max}$  un imagināro  $j_{Im,l,y,eff}^{max}$  daļu (pienemot, ka strāva induktorā ir tikai ar reālo komponenti) un attēlot grafiski.
- c) Aprēķināt katrai frekvencei bezdimensionālo šķērslauka frekvenci  $\Omega$  un attēlot grafiski strāvas lineārā blīvuma moduļa maksimālās efektīvās vertības atkarību no  $\Omega$  gan modulim, gan reālai un imaginārai daļai, un salīdzināt eksperimentāli iegūtās atkarības ar tuvinātajā šķērsindukcijas analīzē iegūto plāksnē inducētās strāvas atkarību no  $\Omega$ .
- d) Salīdzināt eksperimentāli noteiktā un  $1 \text{ A}$  induktora strāvai pārrēķinātā lineārā strāvas blīvuma moduļa  $y$  komponentes sadalījumu  $|j_{l,y,eff}(x)|$  plāksnē pa  $x$  asi ar datormodelēšanas rezultātiem minētajām trim frekvencēm.

## 4. Darba piederumi

Pilnais eksperimentālās iekārtas darba piederumu saraksts ir:

1. Signālu ģenerātors Г3-33, 20 Hz-200 kHz;
2. Divstaru oscilogrāfs BK PRECISION 2121;
3. Maiņstrāvas milivoltmetrs B3-39;
4. Magnētiskā lauka sensors, šķērsgrīzuma laukums  $2,5 \times 26,5 \text{ m}^2$ , 154 vijumi;
5. Alumīnija plāksne, 2 mm biezums;
6. Alumīnija folija, 0,01 mm uz plastmasas plāksnes;

7. Divu induktoru (spoļu) ar 23 vijumiem katrā sistēma ar plāksnes turētājiem.

## 5. Darba veikšanas apraksts

### 5.1. Iekārtas sagatavošana

#### 5.1.1. Iekārtas vispārīgā shēma un tās saslēgšana

Eksperimentālās iekārtas galvenā daļa ir alumīnija plāksne un divas vienādas spoles (induktori), kas tiek simetriski izvietotas abās plāksnes pusēs. Iekārtas principiālā shēma ir dota 22. att.

Papildus tam, eksperimentālās iekārtas komplektā ieiet signālu ģenerātors induktora strāvas ģenerēšanai, magnētiskā lauka sensors, maiņstrāvas milivoltmetrs un divstaru oscilogrāfs induktora strāvas stipruma un magnētiskā lauka sensora sprieguma mērišanai. Pilno elektrisko eksperimentālās iekārtas shēmu var redzēt 23. att.

Induktori (spoles) ir saslēgti paralēli tā, lai to radītie magnētiskie lauki būtu vērsti vienā virzienā. Induktori ir saslēgti virknē ar signālu ģeneratoru un  $1\Omega$  pretestību, kā tas parādīts 23. att.

Paralēli  $1\Omega$  pretestībai pieslēdz maiņstrāvas milivoltmetrs un vienu no divstaru oscilogrāfa signālu ieejām. Pie otras divstaru oscilogrāfa ieejas pieslēdz visjūtīgākā magnētiskā lauka sensora (ar spoles vada diametru 0,12 mm) koaksiālo kabeli. Jāievēro, ka ģeneratora, oscilogrāfa un milivoltmetra zemējuma spailēm ir jābūt slēgumā elektriski savienotām.

Pēdējais punkts iekārtas salikšanā ir signālu ģeneratora, mikrovoltmetra un oscilogrāfa pieslēgšana tīkla spriegumam, ko dara ar strāvas pagarinātāja palīdzību. Tālāk tiek sniegs atsevišķo eksperimentālās iekārtas daļu apraksts

#### 5.1.2. Plāksnes un induktoru apraksts

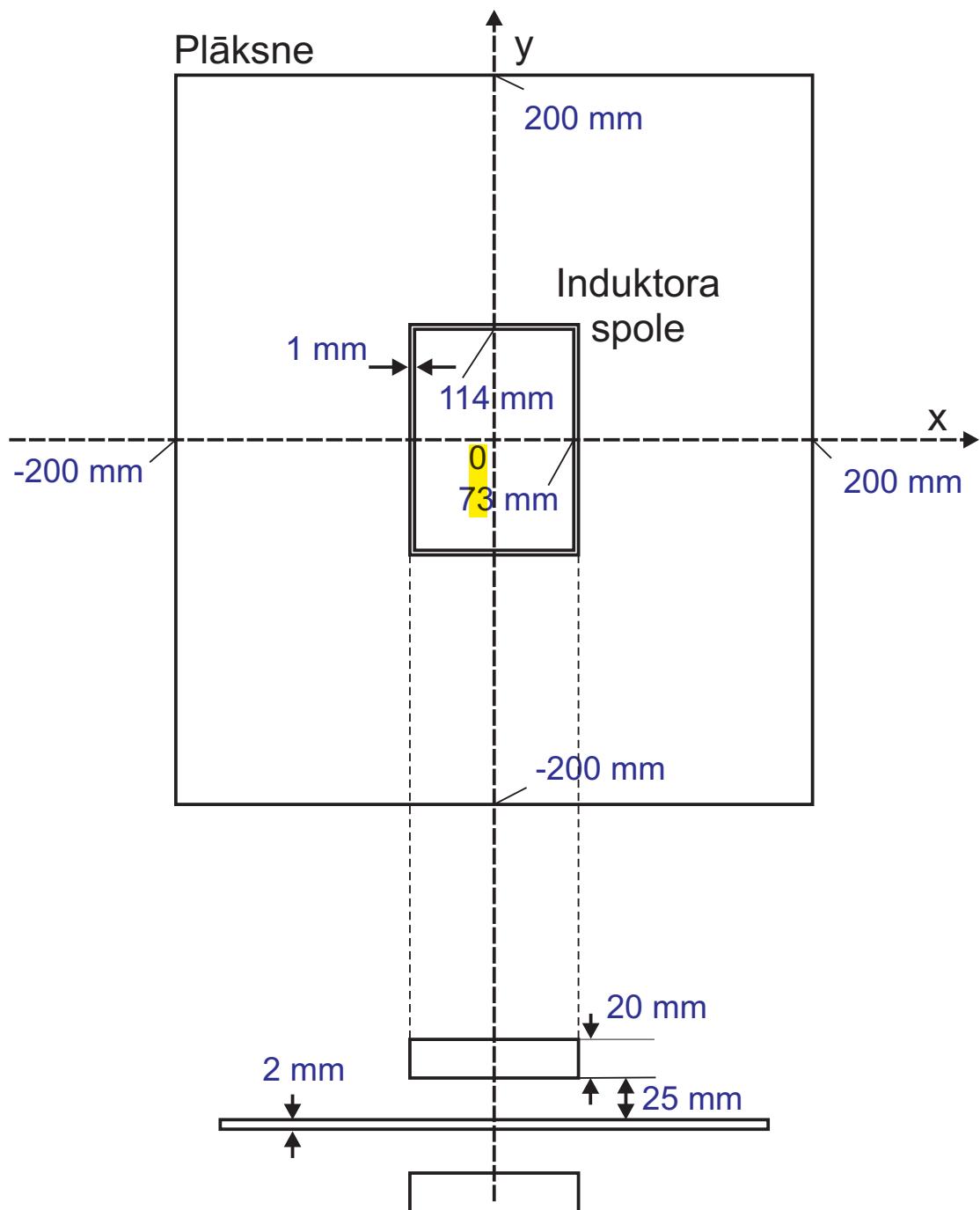
Plāksnei ir kvadrātveida forma ar platumu  $2a = 0,4\text{ m}$ , augstumu  $2b = 0,4\text{ m}$  un biezumu  $d = 2\text{ mm}$ , skat. 22. att. Uz plāksnes augšējās virsmas ir uzlīmēta milimetru papīra loksne, kas ļauj noteikt magnētiskā lauka sensoru pozīciju uz virsmas, skat 24. att.

Spoles (induktori) ir izveidotas no taisnstūrveida koka rāmja, ap kuru ir uztīta  $0,75\text{ mm}$  tieva vara stieple. Kopumā katrā spolē ir 23 stieples vijumi. Šo vijumu kopējais augstums  $H$  ir  $20\text{ mm}$ .

Spoles ir nostiprinātas uz speciālas koka konstrukcijas, kas satur plāksni, tā, lai spoles nepiegulētu cieši pie plāksnes, bet veidotos noteikts attālums starp spoļu rāmjiem un plāksnes virsmu. Tas ļauj brīvi pārvietot magnētiskā lauka sensorus gar plāksnes virsmu. Attālums starp spoli un plāksnes virsmu ir  $h_0 = 25\text{ mm}$ .

#### 5.1.3. Magnētiskā lauka sensoru apraksts

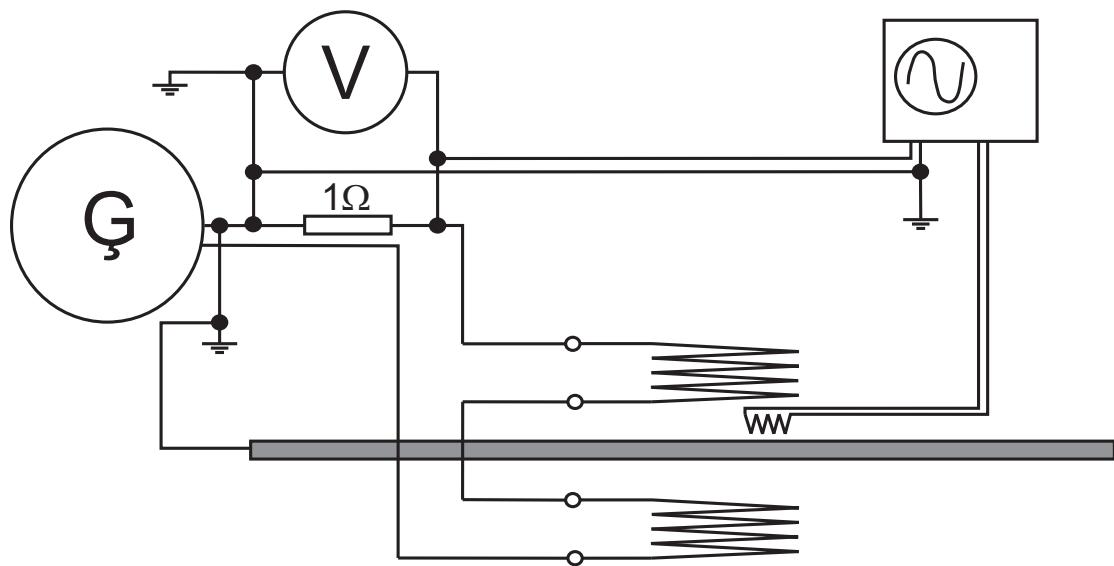
Teorijas apraksts magnētiskā lauka sensoriem, kas balstās uz elektromagnētiskā indukcijas likuma, ir aprakstīts iepriekš. Šeit tiek sniegt tehnisks šo sensoru aprak-



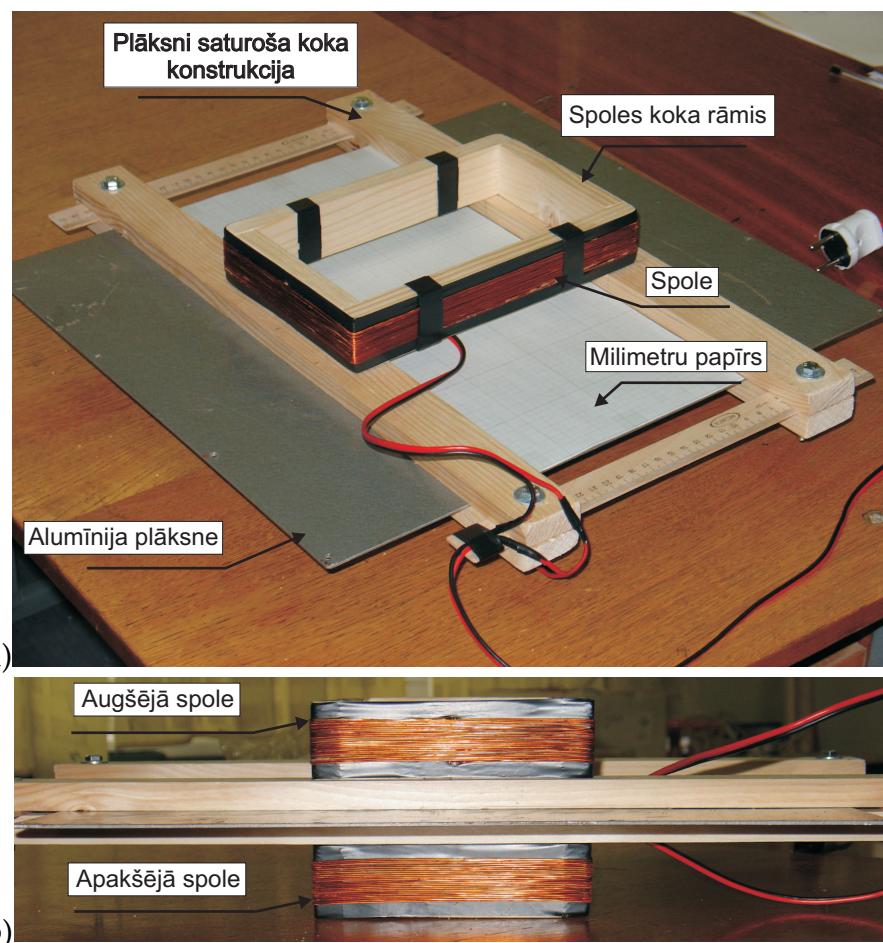
22. att. Eksperimentālās iekārtas principiālā shēma un izmēri.

sts.

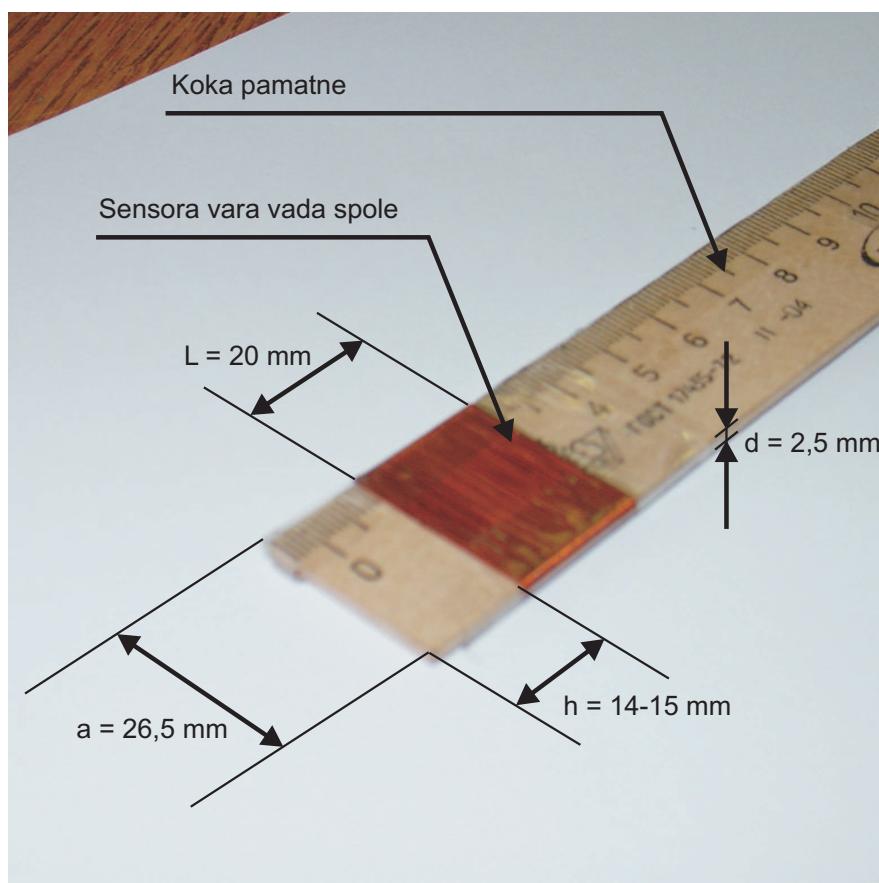
Sensoru veido vara vada spole, kas ir uztīta uz plānas un garas koka loksnes pamatnes, skat 25. att. Spoļu pamatnei tika izmantots 30 cm koka lineāls. Koka pamatnes platums ir  $a = 26,5 \text{ mm}$  un biezums  $d = 2,5 \text{ mm}$ . Tika uztīta spole ar 154 vijumiem no 0,12 mm diametra vada, piekam spoles garums ir 20 mm. Spole uzvīta aptuveni 14 – 15 mm attālumā no koka pamatnes gala.



23. att. Eksperimentālās iekārtas pilnā shēma.



24. att.: Eksperimentālās iekārtas metāla (alumīnija) plāksne ar uzstādītām spolēm.  
a) Skats no augšas. b) Skats no sāniem.



25. att. Magnētiskā sensora izmēri.

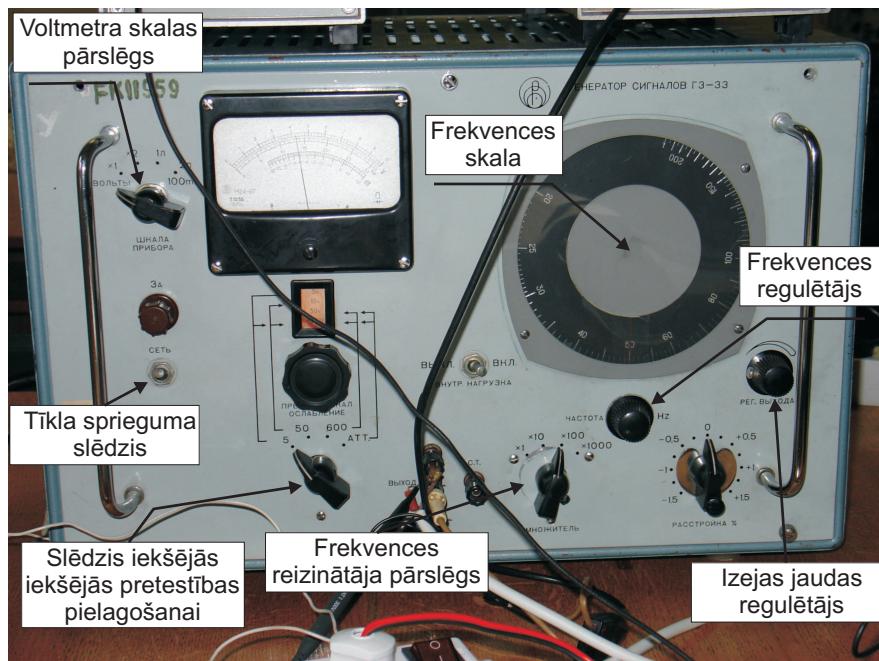
#### 5.1.4. Generatora apraksts

Kā mainīsprieguma avotu induktoriem izmanto signālu ģenerātoru Г3-33, skat. 26. att.

Tā izejas jaudu regulē ar jaudas regulētāju. Signālu frekvenci regulē divējādi, ar frekvences regulētāju, kas iestāda frekvenču skalas vērtību, un ar frekvences reizinātāja pārslēgu. Rezultātā izejas signālu frekvence ir vienāda ar skalā norādīto vērtību, kas ir pareizināta ar frekvenču reizinātāja iestādīto vērtību. Piemēram, uzstādot ar frekvences regulētāju uz vērtību 80 skalā un uzliekot frekvenču reizinātāju uz atzīmi  $\times 100$ , mēs iegūstam 8000 Hz frekvences signālu.

#### 5.1.5. Milivoltmetra apraksts

Generatora voltmetra skala principā ļauj noteikt padodamā signāla spriegumu, taču praksē vairāk interesē strāva, kas plūst caur spolēm, tāpēc tās stipru-ma mērīšanai tiek virknē ar spolēm ieslēgta  $1\Omega$  pretestība, uz kuras mērī efektīvā sprieguma kritumu ar milivoltmetru B3-38A, skat. 27. att., vai tā analogu. Šim voltmetram ir divas skalas sprieguma mērīšanai, skala, kas ir graduēta no 0 līdz 10, un skala, kas ir graduēta no 0 līdz 30. Pirmo skalu izmanto, ja mērāmā sprieguma diapazona pārslēgs ir uzstādīts uz sprieguma diapazona vērtību, kas sākas ar ciparu



26. att. Signālu ģenerātors Г3-33

1, piemēram 1, 10, 100, utml. voltu. Otru skalu izmanto, ja diapazona vērtība sākas ar 3, 3, 30, 300, utml. voltu.

Jāatceras, ka mikrovoltmetrs mēra efektīvi spriegumu, nevis amplitūdu. Sakarība starp sprieguma efektīvo vērtību un tā svārstību amplitūdu harmoniskiem signāliem ir:

$$U_{ampl} = \sqrt{2}U_{eff}. \quad (49)$$

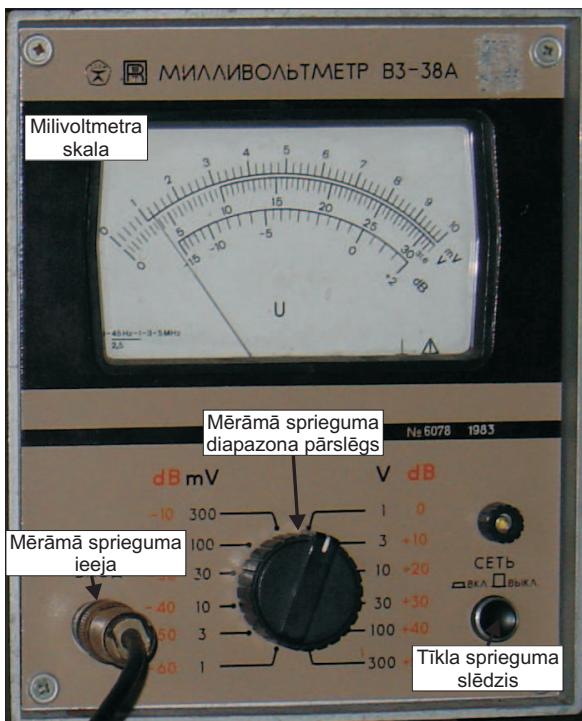
Ar signālu ģenerātora jaudas regulētāju maina signālu izejas jaudu tā, lai iestādītu nepieciešamo induktora strāvas efektīvo stiprumu. Milivoltmetrs mēra efektīvo sprieguma kritumu  $U_{eff}$  uz  $1\Omega$  pretestības, tāpēc induktora strāvas efektīvo vērtību  $I_{sp,eff}$  var noteikt pēc Oma likuma:

$$I_{sp,eff} = \frac{U_{eff}}{R}. \quad (50)$$

Piemēram, 0,2 A efektīvā strāva induktorā plūdīs, ja milivoltmetrs uzrādīs 0,2 V sprieguma kritumu. Tā kā induktora strāvas stiprumu ir uzdots mainīt robežās no 0,1 līdz 0,4 A, milivoltmetra diapazonu ir ieteicams uzstādīt uz 1 V vai 0,3 V.

#### 5.1.6. Divstaru oscilogrāfa apraksts

Firmas BK PRECISION divstaru oscilogrāfu "2121 OSCILLOSCOPE WITH AUTO COUNTER 30 MHz", skat. 28. att., izmanto induktorus plūstošās strāvas stipruma un magnētiskā lauka sensoros inducētā EDS mērišanai. Oscilogrāfam ir divi mērāmo signālu ieejas kanāli. Pie viena pieslēdz kabeli, kas tiek pieslēgts paralēli  $1\Omega$  pretestībai induktora strāvas stipruma mērišanai, pie otra kabeli no visjūtīgākā magnētiskā lauka sensora.



27. att. Milivoltmetrs B3-38A.

Signālu kanālu pārslēgs ļauj iestādīt no kādiem kanāliem tiks rādīti signāli. Stāvoklī "DUAL" oscilogrāfs rādīs signālus no abiem kanāliem. Pirmā un otrā kanāla mēroga pārslēgi ļauj iestādīt katru signāla vertikālās izverses mērogu, tas ir, sprieguma vērtību, kas atbilst vienai vertikālās iedaļas vērtībai. Laika mēroga pārslēgs regulē horizontālo signālu izvērsi, tas iestāda vienai horizontālai iedāļai atbilstošo laika vērtību.

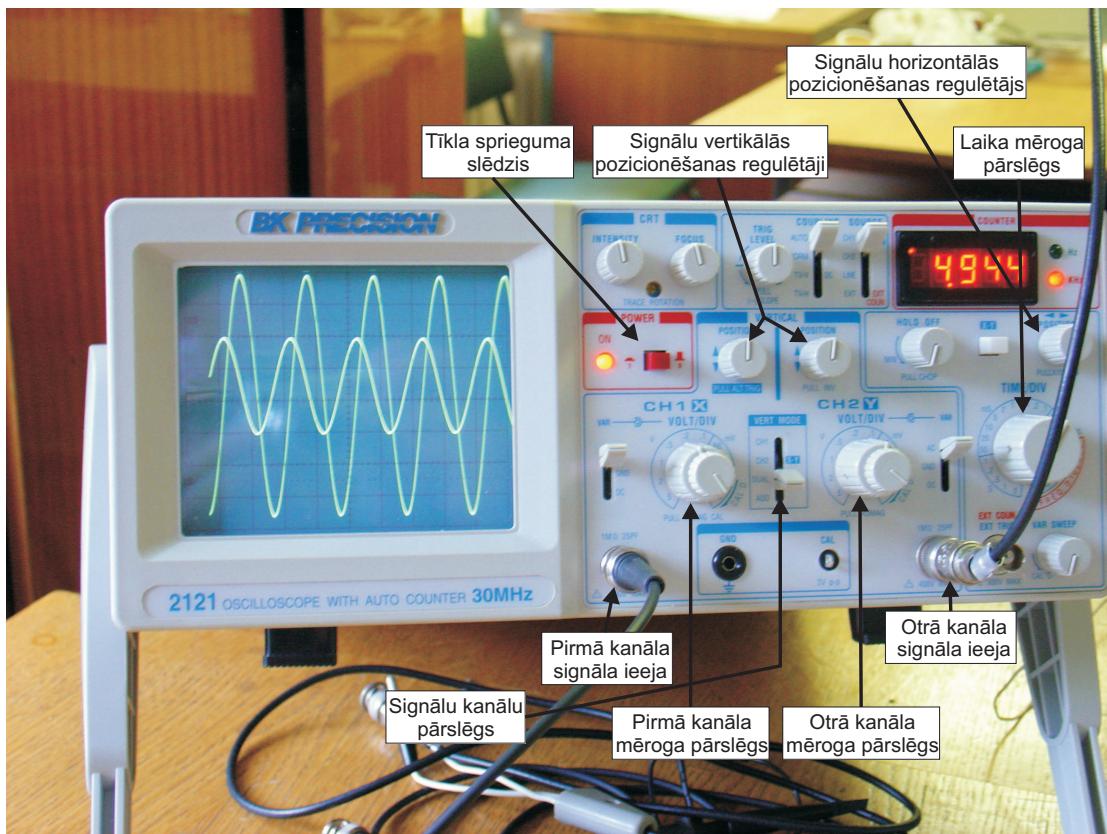
Signālu vertikālās un horizontālās pozicionēšanas regulētāji ļauj iestādīt signālu novietojumu uz oscilogrāfa ekrāna.

## 5.2. Mēriju mu veikšana

Darba veikšanu sāk ar to, ka saslēdz eksperimentālo iekārtu un pārliecinās, ka tā strādā. Mēriju mu veic sērijās, kur katrā mēriju sērijā pie fiksētas induktoru strāvas un frekvences tiek nomērītas magnētiskā sensorā inducētā sprieguma amplitūdas un, kad norādīts, sprieguma svārstību fāzu nobīde attiecībā pret induktora strāvas svārstībām vairākos punktos uz alumīnija plāksnes vai folijas virsmas  $x$  ass pie  $y = 0$ .

Katru mēriju sēriju sāk ar to, ka uzstāda nepieciešamo induktora strāvas frekvenci signālu ģenerātorā. To izdara, izmantojot signālu ģenerātorā frekvences regulētāju un frekvenču reizinātāja pārslēgu tā, kā tas ir aprakstīts signālu ģenerātora aprakstā. Uzstādīto induktora strāvas frekvenci un efektīvo strāvas stiprumu pieraksta pirms pašu mēriju mu veikšanas. Jāatzīmē arī, vai mēriju mi tiek veikti alumīnija plāksnei vai folijai.

Pirms magnētiskā lauka mēriju mu uz plāksnes (folijas) veikšanas ir jānosaka



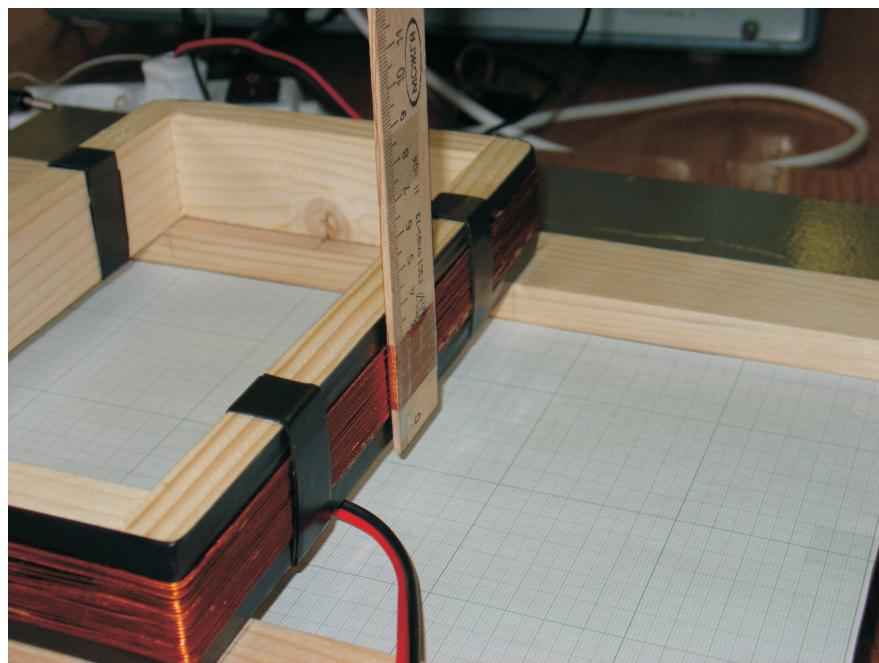
28. att. Firmas BK PRECISION divstaru oscilogrāfs "2121".

fāzu nobīde starp induktora strāvu un EDS, kas inducējas magnētiskajā sensorā. Tam nolūkam novieto sensoru pie induktora spoles vijumiem induktora labajā malā, kā tas ir parādīts 29. att. Sensors koka pamatni pagriež tā, lai gals ar spoles vijumiem būtu vērts uz leju.

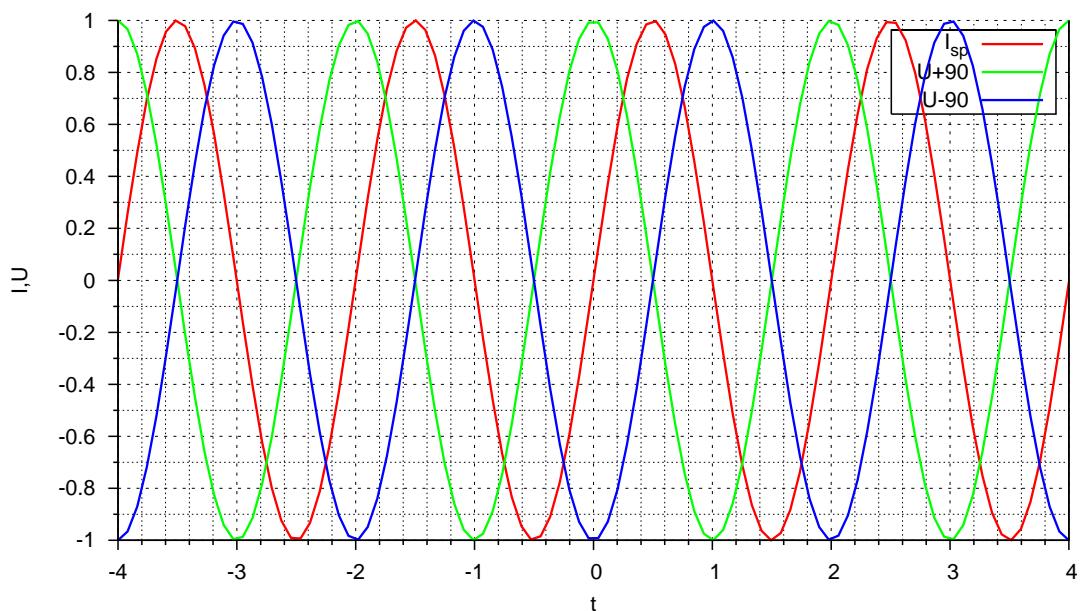
Ar oscilogrāfa palīdzību nomēra gan induktora strāvas signālu, gan EDS signālu no sensora. Vadoties no mazākā attālumu starp signālu maksimumiem, noskaidro, uz kuru pusi no induktora strāvas signāla ir nobīdīts EDS signāls. Piemēram, 30. att. zilā līkne ir nobīdīta par  $-90^\circ$  attiecībā pret sarkano (atpaliek) un atrodas pa labi no tās. Zalā līkne ir nobīdīta fāzē par  $90^\circ$  (apsteidz) sarkano līknī un atrodas pa kreisi. Šī fāzu nobīde ir jāpieraksta.

Magnētiska lauka  $x$  komponentes sadalījumam pa  $x$  asi pie plāksnes virsmas nomēra, nomērot magnētiskā lauka sensorā inducēto EDS vairākos  $x$  ass punktos uz plāksnes (folijas) virsmas.  $x$  ass tiek definēta, kā plāksnes simetrijas ass, kas iet caur induktora spoles centru un ir perpendikulāra spoles rāmja garākai malai. Ši ass ir atzīmēta kā resna koordinātu līnija uz milimetru papīra, kas ir uzlīmēts uz alumīnija plāksnes (folijas), skat. 31. att.

Mēriju veikšanai, magnētiskā lauka sensoru novieto plāksnes (folijas) virsmas tā, lai sensors koka pamatne būtu vērsta paraleli  $x$  asij, un spole piegulētu plāksnes (folijas virsmai).  $x$  asij jāiet pa vidu sensors koka pamatnei, un koka pamatnes galam ar sensors spoli ir jābūt vērstam pretēji  $x$  asij, tā, kā tas ir parādīts 31. att.

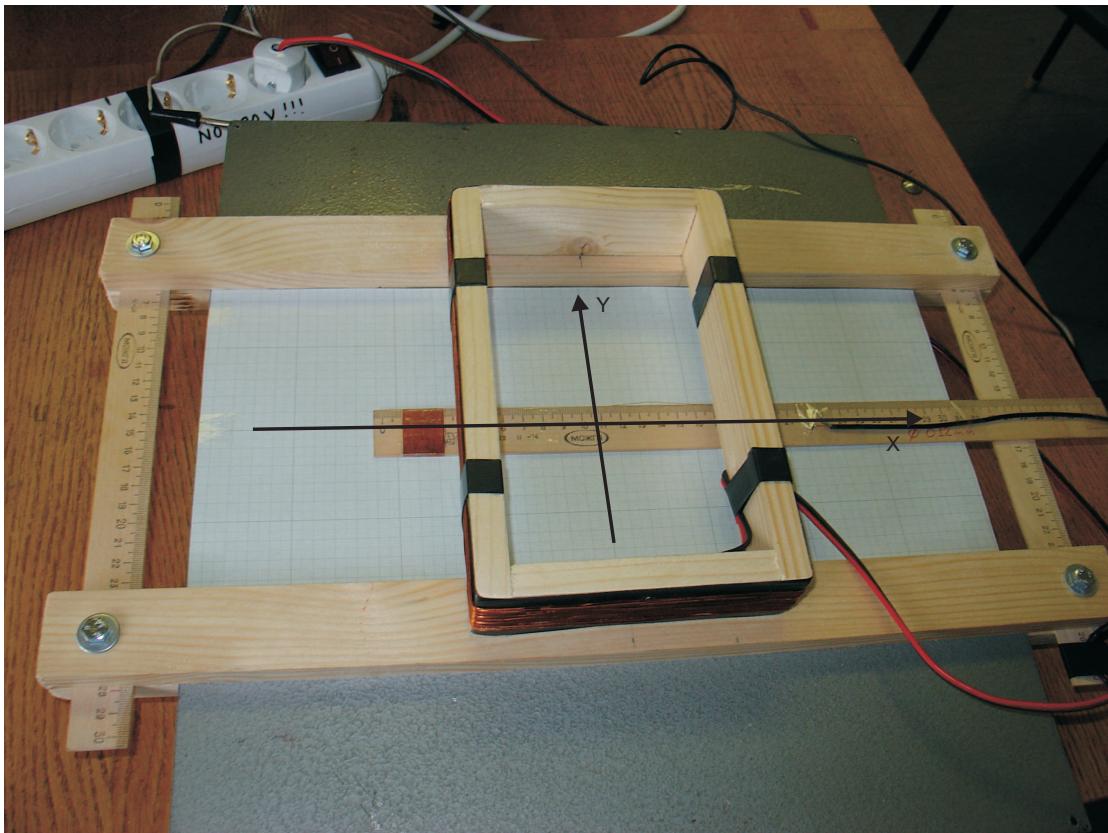


29. att. Magnētiskā lauka mērīšana pie spoles.



30. att. Signālu fāzu nobīdes par  $90^\circ$  vai  $-90^\circ$ .

Magnētiskā lauka sensorā inducēto spriegumu un tā fāzu nobīdi nomēra ar oscilogrāfa palīdzību. Signāls no  $1\Omega$  pretestības mērījumu sērijas laikā nemainās, taču signāls no magnētiskā lauka sensora būs dažādos dažādos punktos uz  $x$  ass. Tāpēc ir ieteicams mainīt vertikālās iedaļas vērtību, lai panāktu precīzāku signāla amplitūdas nomērīšanu. Ar kanālu mērogu pārslēgiem iestāda vērtikālās iedaļas vērtību voltos tā, lai signāls aizņemtu vairākas vertikālās iedaļas uz oscilogrāfa



31. att. Magnētiskā sensora novietošana uz plāksnes magnētiskā lauka mērīšanai.

ekrāna.

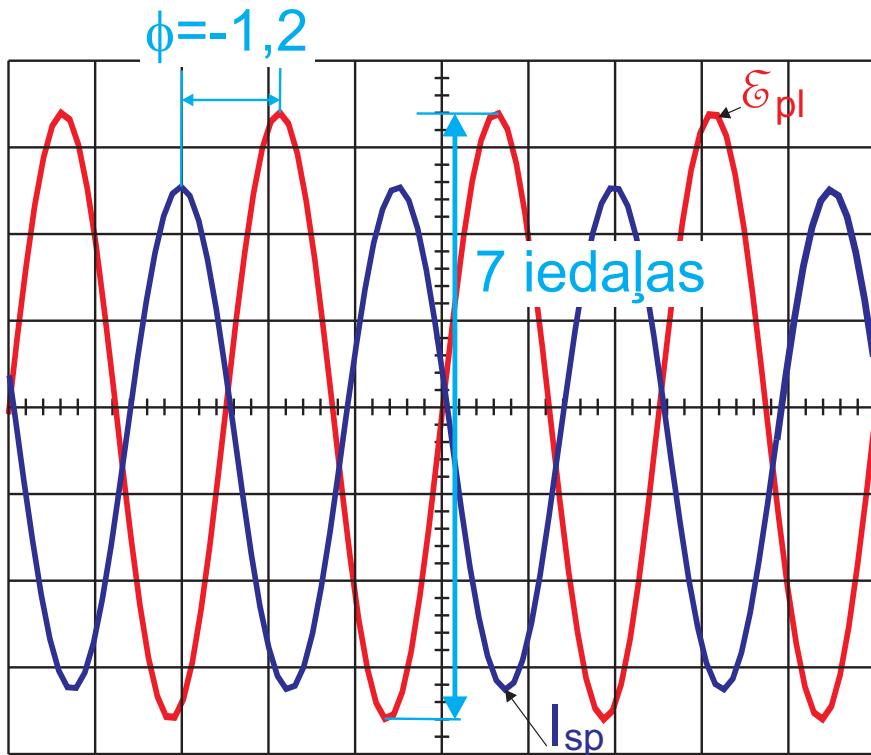
Līdzīgi, ar laika mēroga pārslēgu iestāda horizontālai rūtiņai atbilstošo laika vērtību. Ir vēlamis iestādīt šo vērtību tā, lai uz ekrāna nebūtu vairāk par 2-3 signāla periodiem. Acīmredzot, mainot strāvas frekvenci dažādās mērījumu sērijās, būs arī jāmaina laika mērogs. Iespējams, ka signāli uz oscilogrāfa ekrāna sāk "skriet", tad signālu stāvokli var fiksēt izmantojot oscilogrāfa signāla sinhronizēšanas regulētājus.

Pēc oscilogrāfa noregulēšanas veic mērījumus. Mērījumiem izvēlas 20 punktus uz  $x$  ass tā, lai šie punkti būtu vienmērīgi izvietoti pa visu asi, no vienas plāksnes (folijas) malas līdz otrai. Punkta pozīciju raksturo ar vienu ( $x$ ) koordināti. Par mērīšanas punkta koordināti var pieņemt sensora spoles vijumu viduspunkta  $x_m$  koordināti. Šo koordināti pieraksta tabulā.

Sensorā inducētā EDS amplitūdu mērīšanas punktā nomēra, saskaitot vertikālo iedaļu skaitu starp magnētiskā lauka sensora signāla minimumu un maksimumu vērtībām (*peak to peak* vērtību  $U_{p.p.}$ ), un pieraksta šo iedaļu skaitu rezultātu tabulā. Vienlaicīgi pieraksta vertikālai iedaļai atbilstošu sprieguma vērtību, kas tika iestādīta sensora kanālam. Nomērītā EDS amplitūdas vērtība būs mēroga reizinājums ar pusē no iedaļu skaita.

Apskatīsim, piemēram, situāciju 32. att. Pieņemsim, ka sensora kanāla mērogs ir uzstādīts uz 10 mV. Attēlā attēlotam sensora EDS signālam starpība starp minimālo un maksimālo EDS vērtību ir 7 iedaļas. Tātad rezultātu tabulā raksta 7 iedaļas un

iedalas vērtību  $10 \text{ mV}$ . Līdz ar to, EDS amplitūda ir  $35 \text{ mV}$ .



32. att.: Piemērs magnētiskā lauka sensorā inducētā EDS amplitūdas  $\mathcal{E}_{pl}$  mērišanai ar oscilogrāfu.

Veicot mēriņumus alumīnija plāksnei, fāzu nobīdes mēriņumi nav jāveic. Taču, fāzu nobīdes mēriņumi ir jāveic mēriņumos ar alumīnija foliju. Fāzu nobīdi starp induktora strāvu un magnētiskā lauka sensorā inducēto EDS nosaka šādi: vispirms, saskaita horizontālo iedaļu skaitu  $N_{nobīde}$  starp tuvāk esošajiem magnētiskā sensora EDS signāla un induktora strāvas signāla maksimumi. Piemēram, 32. att. senso-ra līkne ir nobīdīta par 1,2 horizontālo iedaļu. Ja sensora EDS līkne ir nobīdīta pa labi (saka ka, tā atpaliek no strāvas līknes), tad rezultātu tabulā ieraksta mēriju mu ar negatīvu zīmi, jo fāzu nobīde ir negatīva. Mūsu piemērā ir jāraksta  $-1,2$  iedalas kā rezultātu. Ja sensora EDS līkne ir nobīdīta pa kreisi, tad fāzu nobīde ir pozitīva, un raksta pozitīvu vērtību.

Tālāk nosaka horizontālo iedaļu skaitu, kas atbilst vienam svārstību periodam  $N_{periods}$ . Mūsu piemērā tās ir 2,5 iedalas. Pieraksta šo vērtību rezultātu tabulā kā periodam atbilstošu iedaļu skaitu. Fāzu nobīdi grādos starp plāksnes strāvas blīvumu  $j_{l,y}$  mērišanas punktā un induktora strāvu  $I_{sp}$  aprēķina atkarībā no tā vai fāzu nobīde starp induktora strāvu un magnētisko lauku pie induktora spoles, kas tika izmērīta pirms galvenās mēriju mu sērijas veikšanas, ir  $+90^\circ$  vai  $-90^\circ$ .

Ja šī vērtība ir  $+90^\circ$ , tad fāzu nobīdi starp  $j_{l,y}$  un  $I_{sp}$  aprēķina pēc formulas:

$$\phi = 360^\circ \frac{N_{nobīde}}{N_{periods}} + 90^\circ. \quad (51)$$

Ja tā bija  $-90^\circ$ , tad izmanto formulu:

$$\phi = 360^\circ \frac{N_{\text{nobīde}}}{N_{\text{periods}}} - 90^\circ. \quad (52)$$

Pieņemsim, ka mūsu piemērā šī vērtība bija  $+90^\circ$ . Tad, mūsu gadījumā aprēķinātā fāzu nobīde ir  $\phi = 360^\circ(-1, 2/2, 5) + 90^\circ = -82,8^\circ$ .

### 5.2.1. Mērījumu datu apstrāde

Mērījumu dati tiek pierakstīti tabulu veidā, kurās ir ierakstītas mērījumu punktu koordinātes un nomērītās EDS amplitūdas. Vienlaicīgi pie katras tabulas ir pierakstītas induktora strāvas efektīvās vērtības un frekvence.

Kā aprēķina sensora EDS amplitūdu un fāzu nobīdi ir jau izskaidrots. Magnētiskā lauka  $x$  komponentes efektīvo vērtību aprēķina pēc sekojošas formulas:

$$B_{x,\text{eff}} = \frac{U_{p.p.}}{2\sqrt{2}Sn2\pi f}, \quad (53)$$

kur  $E$  ir nomērītā dubultā EDS amplitūdas vērtība,  $f$  ir induktora strāvas frekvence,  $S$  ir magnētiskā lauka sensora spoles vijumu šķersgriezuma laukums, ko aprēķina kā sensora platuma un biezuma reizinājumu, un  $n$  ir spoles vijumu skaits sensorā. Lineārā virpuļstrāvas blīvuma  $y$  komponentes moduli  $j_{l,y,\text{eff}}$  aprēķina pēc sekojošas formulas.

$$j_{l,y,\text{eff}} = \frac{2B_{x,\text{eff}}}{\mu_0}, \quad (54)$$

kur  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ .

Savukārt virpuļstrāvas lineārā blīvuma  $y$  komponentes moduli  $j_{l,y,\text{eff}}^{1A}$ , ir normēts uz induktora strāvu 1 A aprēķina sekojoši:

$$j_{l,y,\text{eff}}^{1A} = \frac{j_{l,y,\text{eff}}}{I_{sp,\text{eff}}}. \quad (55)$$

Lai attēlotu lineārā virpuļstrāvas blīvuma  $y$  komponentes modula  $j_{l,y,\text{eff}}$  maksima atkarību no bezdimensionālās šķerslauka frekvences  $\Omega$ , aprēķina katrai frekvencei šī parametra vērtību, pēc sekojošas formulas:

$$\Omega = \frac{dL\sigma f\mu_0}{2}, \quad (56)$$

kur  $d$  ir alumīnija plāksnes vai folijas biezums un  $L$  ir induktora spoles platums  $x$  virzienā.

Mērījumiem ar 0.01 mm alumīnija foliju ir jāaprēķina lineārā virpuļstrāvas blīvuma  $y$  komponentes maksimuma  $j_{l,y,\text{eff}}^{\max}$  reālās un imaginārās daļas  $j_{Re,l,y,\text{eff}}^{\max}$  un  $j_{Im,l,y,\text{eff}}^{\max}$ . Reālo un imagināro daļu aprēķina pēc sekojošām formulām:

$$j_{Re,l,y,\text{eff}}^{\max} = j_{l,y,\text{eff}}^{\max} \cos \phi \quad (57)$$

un

$$j_{Im,l,y,\text{eff}}^{\max} = j_{l,y,\text{eff}}^{\max} \sin \phi. \quad (58)$$

Šo lielumu maksimumālo vērtību atkarību no paramtera  $\Omega$  iegūst aprēķinot  $\Omega$  vērtību katrai induktora strāvas frekvencei pēc formulas (56).

## 6. Darba uzdevumiem atbilstošo nepieciešamo mērījumu tabulu, grafiku, aprēķinu un pierakstu uzskaitījums

### Magnētiskā lauka mērījumi alumīnija plāksnei.

Magnētiskā sensora šķērsgriezuma laukums:  $S = \dots \text{m}^2$ , vijumu skaits  $n = \dots$ .

Induktora spoļu platums  $x$  ass virzienās:  $L = \dots \text{m}$

Alumīnija plāksnes biezums:  $d = \dots \text{m}$

1. tabula. Magnētiskā lauka mērījumi pie induktora strāvas frekvences  $f = 500 \text{ Hz}$  un strāvas stipruma  $I_{sp,eff} = 0,4 \text{ A}$ .

Nr.	$x$ cm	$U_{p.p.}$ ied. skaits	mV/ied.	$B_{x,eff}$ $T$	$j_{l,y,eff}$ A/m	$j_{l,y,eff}^{1A}$ A/m
1.						
...						

Bezdimensionālā šķersindukcijas frekvence  $\Omega = \dots$

2. tabula. Magnētiskā lauka mērījumi pie induktora strāvas frekvences  $f = 1000 \text{ Hz}$  un strāvas stipruma  $I_{sp,eff} = 0,4 \text{ A}$ .

Nr.	$x$ cm	$U_{p.p.}$ ied. skaits	mV/ied.	$B_{x,eff}$ $T$	$j_{l,y,eff}$ A/m	$j_{l,y,eff}^{1A}$ A/m
1.						
...						

Bezdimensionālā šķersindukcijas frekvence  $\Omega = \dots$

3. tabula. Magnētiskā lauka mērījumi pie induktora strāvas frekvences  $f = 2000 \text{ Hz}$  un strāvas stipruma  $I_{sp,eff} = 0,4 \text{ A}$ .

Nr.	$x$ cm	$U_{p.p.}$ ied. skaits	mV/ied.	$B_{x,eff}$ $T$	$j_{l,y,eff}$ A/m	$j_{l,y,eff}^{1A}$ A/m
1.						
...						

Bezdimensionālā šķersindukcijas frekvence  $\Omega = \dots$

### Magnētiskā lauka mērījumi alumīnija folijai.

Magnētiskā sensora šķērsgriezuma laukums:  $S = \dots \text{m}^2$ , vijumu skaits  $n = \dots$ .

Induktora spoļu platum  $x$  ass virzienās:  $L = \dots$  m

Alumīnija folijas biezums:  $d = \dots$  m

Nomērītā fāzu nobīde starp starp induktora strāvu  $I_{sp}$  un magnētiskā lauka sensorā ģenerēto EDS  $\mathcal{E}_{sp}$  pie induktora spoles:  $\dots^\circ$ .

4. tabula. Magnētiskā lauka mērījumi pie induktora strāvas frekvences  $f = 10$  kHz un strāvas stipruma  $I_{sp,eff} = 0,2$  A.

Nr.	$x$ cm	$U_{p.p.}$ , ied. skaits	mV/ied.	$B_{x,eff}$ T	$j_{l,y,eff}$ A/m	$j_{l,y,eff}^{1A}$ A/m
1.						
...						

Sadalījuma maksimumam  $N_{nobīde} = \dots$  ied. sk., periods  $N_{periods} = \dots$  ied. sk.  
Bezdimensionālā šķersindukcijas frekvence  $\Omega = \dots$

5. tabula. Magnētiskā lauka mērījumi pie induktora strāvas frekvences  $f = 20$  kHz un strāvas stipruma  $I_{sp,eff} = 0,1$  A.

Nr.	$x$ cm	$U_{p.p.}$ , ied. skaits	mV/ied.	$B_{x,eff}$ T	$j_{l,y,eff}$ A/m	$j_{l,y,eff}^{1A}$ A/m
1.						
...						

Sadalījuma maksimumam  $N_{nobīde} = \dots$  ied. sk., periods  $N_{periods} = \dots$  ied. sk.  
Bezdimensionālā šķersindukcijas frekvence  $\Omega = \dots$

6. tabula. Magnētiskā lauka mērījumi pie induktora strāvas frekvences  $f = 100$  kHz un strāvas stipruma  $I_{sp,eff} = 0,1$  A.

Nr.	$x$ cm	$U_{p.p.}$ , ied. skaits	mV/ied.	$B_{x,eff}$ T	$j_{l,y,eff}$ A/m	$j_{l,y,eff}^{1A}$ A/m
1.						
...						

Sadalījuma maksimumam  $N_{nobīde} = \dots$  ied. sk., periods  $N_{periods} = \dots$  ied. sk.  
Bezdimensionālā šķersindukcijas frekvence  $\Omega = \dots$

1. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  sadalījumi trim frekvencēm frekvencei alumīnija plāksnei.
2. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  maksimālās vērtības atkarība no  $\Omega$  salīdzinājumā ar tuvināto  $I_{pl}$  atkarību alumīnija plāksnei.
3. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  sadalījumu 500 Hz salīdzinājumā ar skaitliski sarēķināto

$j_{l,y,eff}$  sadalījumu alumīnija plāksnei.

4. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  sadalījumi trim frekvencēm alumīnija folijai.
5. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  maksimālās vērtības atkarība no  $\Omega$  salīdzinājumā ar tuvināto  $I_{pl,eff}$  atkarību alumīnija folijai.
6. att. Grafiks -  $j_{Re,l,y,eff}$  maksimālās vērtības atkarība no  $\Omega$  salīdzinājumā ar tuvināto  $I_{Re,pl,eff}$  atkarību alumīnija folijai.
7. att. Grafiks -  $j_{Im,l,y,eff}$  maksimālās vērtības atkarība no  $\Omega$  salīdzinājumā ar tuvināto  $I_{Im,pl,eff}$  atkarību alumīnija folijai.
8. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  sadalījums 10 kHz frekvencei salīdzinājumā ar skaitliski sarēķināto  $j_{l,y,eff}$  sadalījumu alumīnija folijai.
9. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  sadalījums 20 kHz frekvencei salīdzinājumā ar skaitliski sarēķināto  $j_{l,y,eff}$  sadalījumu alumīnija folijai.
10. att. Grafiks -  $j_{l,y,eff}$  sadalījums 100 kHz frekvencei salīdzinājumā ar skaitliski sarēķināto  $j_{l,y,eff}$  sadalījumu alumīnija folijai.

## 7. Kontroljautājumi

Katram jautājumam ir jāizvēlas viena (pareizā) atbilde. Skaitliskās atbildes gadījumā rezultāts ir jānoapaļo.

1. 0,75 mm diametra vara vadā plūst 0,5 A stipra līdzstrāva. Kāda būs magnētiskā lauka indukcijas vērtība 25 mm attālumā no vada simetrijas ass?
  - a)  $2,90 \cdot 10^{-6}$  T;
  - b)  $4,0 \cdot 10^{-6}$  T;
  - c)  $7,01 \cdot 10^{-6}$  T;
2. Apskata alumīnija plāksni ar 2.5 biezumu, vadīspēju  $3,8 \cdot 10^7$  S/m. Induktora spoles platums ir 0.15 m, un strāvas frekvence ir 1 kHz. Kāda ir šķērsindukcijas bezdimensjonālā frekvence  $\Omega$ ?
  - a) 8,95;
  - b) 11,88;
  - c) 15,73.
3. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas modulis  $|I_{pl}/(2I_{sp})|$  tiecas uz:
  - a) -1;
  - b) 0;
  - c) 1.
4. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  reālā daļa tiecas uz:
  - a) -1;

- b) 0;  
c) 1.
5. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  imaginārā daļa tiecas uz:
- a) -1;  
b) 0;  
c) 1.
6. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  reālā daļa pie mazām  $\Omega$  uzvedas vērtībām kā:
- a)  $\Omega^2$  funkcija;  
b)  $\Omega$  funkcija;  
c)  $\frac{1}{1+\Omega^2}$  funkcija.
7. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  imaginārā daļa pie mazām  $\Omega$  vērtībām uzvedas kā:
- a)  $\Omega^2$  funkcija;  
b)  $\Omega$  funkcija;  
c)  $\frac{1}{1+\Omega^2}$  funkcija.
8. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas modulis  $|I_{pl}/(2I_{sp})|$  pie mazām  $\Omega$  vērtībām uzvedas kā:
- a)  $\Omega^2$  funkcija;  
b)  $\Omega$  funkcija;  
c)  $\frac{1}{1+\Omega^2}$  funkcija.
9. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  reālās daļas vērtība pie  $\Omega = 2,5$  ir:
- a) 0,36;  
b) -0,66;  
c) -0,86.
10. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas attiecības  $I_{pl}/(2I_{sp})$  imaginārās daļas vērtība pie  $\Omega = 2,5$  ir:

- a) 0,34;  
 b) 0,14;  
 c) -0,54.
11. Saskaņā ar tuvināto šķērsindukcijas analīzi, plāksnē inducētās virpuļstrāvas un induktora spoles strāvas moduļa  $|I_{pl}/(2I_{sp})|$  vērtība pie  $\Omega = 2,5$  ir:
- a) 0,51;  
 b) 0,74;  
 c) 0,93.
12. Paņemam magnētiskā lauka sensoru ar koka pamatnes platumu 26 mm un biezumu 2,7 mm un vijumu skaitu  $n = 53$ . Pieņemsim ka tas ir novietots mainīgā magnētiskā laukā tā, ka mērišanas punktā, magnētiskā lauka indukcija ir vērsta perpendikulāri sensora spoles vijumu virsmām. Magnētiskā lauka indukcijas efektīvā vērtība mērišanas punktā ir 0,2 T un lauka frekvence ir 50 Hz. Saskaņā ar tuvināto formulu magnētiskā lauka sensora spolē inducētā EDS aprēķinam, sensorā inducētā EDS amplitūda ir:
- a) 0,13 V;  
 b) 0,23 V;  
 c) 0,33 V.
13. Saskaņā ar elektromagnētiskās indukcijas likumu, kontūrā ar nelielam izmēriem (virsmas laukumu  $S$ ) inducējas EDS, ja tas atrodas mainīgā magnētiskā laukā. Šī EDS būs nobīdīts fāzē attiecībā pret magnētisko lauku par:
- a)  $90^\circ$ ;  
 b)  $-90^\circ$ ;  
 c)  $-180^\circ$ .
14. Teorētiskajā elektrodinamikā tiek izvesta skinslāņa biezuma formula bezgalīgi biezam plakanam vadītājam. Saskaņā ar šo formulu cik reizes 2 mm biezas alumīnija plāksnes biezums ir lielāks par skinslāņa biezumu:
- a) 5,7;  
 b) 2,5;  
 c) 1,1.