

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка  
Факультет електроніки та комп'ютерних технологій

Звіт  
про виконання лабораторної роботи №8  
З курсу “Методи обчислень”  
на тему :  
**«Ітераційні методи розв’язку систем лінійних алгебраїчних  
рівнянь»**

Виконав  
студент групи Фес-21  
Шавало Андрій

Львів 2025 р.

## Хід роботи

### 1. Генерація матриці з діагональним переважанням та вектора В

Я згенерував квадратну матрицю  $100 \times 100$  з діагональним переважанням. Для цього я використав випадкові натуральні числа з діапазону  $[1, 10]$ , а елементи головної діагоналі збільшив, щоб виконувалась умова переважання.

Я зафіксував вектор розв'язку та обчислив відповідний вектор правих частин  $B = A \cdot X$ . Я зберіг матрицю  $A$  у файл `matrix_A.txt` та вектор  $B$  у файл `vector_B.txt`.

```
n = 100
p = 8
eps = 1e-14
max_iter = 10000
```

```
A = generate_diagonally_dominant_matrix(n)
X = np.full((n, 1), p)

B = A @ X
print('Матриця A')
print(A)
print('Матриця B')
print(B)
print("X")
print(X)
np.savetxt("matrix_A.txt", A, fmt="%d")
np.savetxt("vector_B.txt", B, fmt="%d")
```

```
Матриця A
[[532  6  4 ...  5  8  1]
 [ 7 556  9 ...  3  8  4]
 [ 1  1 557 ...  3  8  5]
 ...
 [ 9  5  3 ... 605  7  5]
 [ 1  4  8 ...  4 630  7]
 [ 4  1  4 ...  6  6 565]]
Матриця B (результат множення A на X) перші 5 рядочків:
[[8488]
 [8864]
 [8904]
 [8648]
 [8464]]
Матриця B (результат множення A на X) останні 5 рядочків:
[[ 9496]
 [ 8576]
 [ 9672]
 [10056]
 [ 9016]]
X
[[8]
 [8]
 [8]
 [8]
```

## 2. Я реалізував програму для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь з використанням ітераційних методів.

У програмі були реалізовані функції для зчитування матриці A та вектора B з текстових файлів, обчислення добутку матриці на вектор, а також обчислення норми вектора і норми матриці.

```
print("Норма матриці A:", matrix_norm(A))
print("Норма вектора X:", matrix_norm(B))
print("Добуток матриці на вектор перші 5: ", multiply_matrix_vector(A, X)[:5])
print("Добуток матриці на вектор останні 5: ", multiply_matrix_vector(A, X)[-5:])
```

```
Норма матриці A: 1257
Норма вектора X: 10056
Добуток матриці на вектор перші 5: [[8488]
[8864]
[8904]
[8648]
[8464]]
Добуток матриці на вектор останні 5: [[ 9496]
[ 8576]
[ 9672]
[10056]
[ 9016]]
```

Основну частину програми складають реалізації трьох ітераційних методів:

– методу простої ітерації,

```
X_result = simple_iteration(A, B, X_init=X_init)
print("Розв'язок X перші 5:")
print(X_result[:5])
print("Розв'язок X останні 5:")
print(X_result[-5:])
```

```
Початковий вектор X:
[[20]
[20]
[20]
[20]
[20]]
Збіжність досягнута за 25 ітерацій.
Розв'язок X перші 5:
[[7.99999969]
[7.99999903]
[8.00000103]
[7.99999937]
[7.9999986 ]]
Розв'язок X останні 5:
[[7.9999992 ]
[7.99999933]
[7.99999854]
[7.99999929]
[7.9999981 ]]
```

– методу Якобі,

```
print("Перші 5 елементів розв'язку методом Якобі:")  
print(x_jac[:5])  
print(f"Кількість ітерацій: {it_jac}")
```

```
Перші 5 елементів розв'язку методом Якобі:  
[[8.]  
 [8.]  
 [8.]  
 [8.]  
 [8.]]  
Кількість ітерацій: 10000
```

– методу Зейделя.

```
x_result = seidel_method(A, B)  
print("Розв'язок X")  
print(x_result[:5])
```

```
Збіжність досягнута за 6 ітерацій.  
Розв'язок X  
[[8]  
 [8]  
 [8]  
 [8]  
 [8]]
```

Кожен з методів реалізовувався відповідно до класичних алгоритмів ітераційного процесу. Під час розв'язання система мала задану точність  $\epsilon=1e-14$

### 3. Задання початкового наближення:

Задати початкове наближення  $x_i(0)=1.0$  для  $i=1,\dots,n$

```
x = np.ones((n, 1))
```

### 4. Уточнення розв'язку та підрахунок кількості ітерацій

Використовуючи задане початкове наближення, я знайшов уточнені розв'язки системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою трьох ітераційних методів: простої ітерації, Якобі та Зейделя.

Для кожного методу я задав точність  $\epsilon=10^{-14}$  і встановив умову завершення ітераційного процесу як досягнення заданої похибки

Результати розв'язання системи лінійних рівнянь ( $Ax = B$ ):

Метод простої ітерації:

Кількість ітерацій: 65

Максимальна похибка:  $1.42e-14$

Метод Якобі:

Кількість ітерацій: 5969

Максимальна похибка:  $4.88e-15$

Метод Зейделя:

Кількість ітерацій: 23

Максимальна похибка:  $2.22e-15$

Вектор істинного розв'язку (перші 5 елементів):

[2.5 2.5 2.5 2.5 2.5]

Вектор, знайдений методом простої ітерації (перші 5 елементів):

[2.5 2.5 2.5 2.5 2.5]

Вектор, знайдений методом Якобі (перші 5 елементів):

[2.5 2.5 2.5 2.5 2.5]

Вектор, знайдений методом Зейделя (перші 5 елементів):

[2.5 2.5 2.5 2.5 2.5]

**Висновок:** У ході лабораторної роботи я реалізував метод LU-розкладу для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Я перевіряв точність розв'язку, а також успішно реалізував ітераційне уточнення для підвищення точності.