Міністерство освіти і науки України

Львівський національний університет імені Івана Франка

Факультет електроніки та комп’ютерних технологій

Звіт

про виконання лабораторної роботи №6

З курсу “Методи обчислень”

на тему **:**

«Складова квадратурна формула Сімпсона. Методи підвищення точності. Адаптивний алгоритм»

Виконав

студент групи ФеС-21

Шавало Андрій

Львів 2025 р.

Хід роботи

1. Я записав аналітичну формулу для функції $y=f(x)=p \cdot \cos(x-p)$, при цьому задавав параметр p і межі інтеграла, і обрахував за формулою: $p \cdot (\sin(b-p)-\sin(a-p))$

```
def f(x):
    return 8 * math.cos(x - 8)
```

```
def exact_integral(a, b):
    return 8 * (math.sin(b - 8) - math.sin(a - 8))

a = math.pi / 4
b = math.pi / 2
I_exact = exact_integral(a, b)
print(I_exact)
```

```
5.255727615764439
```

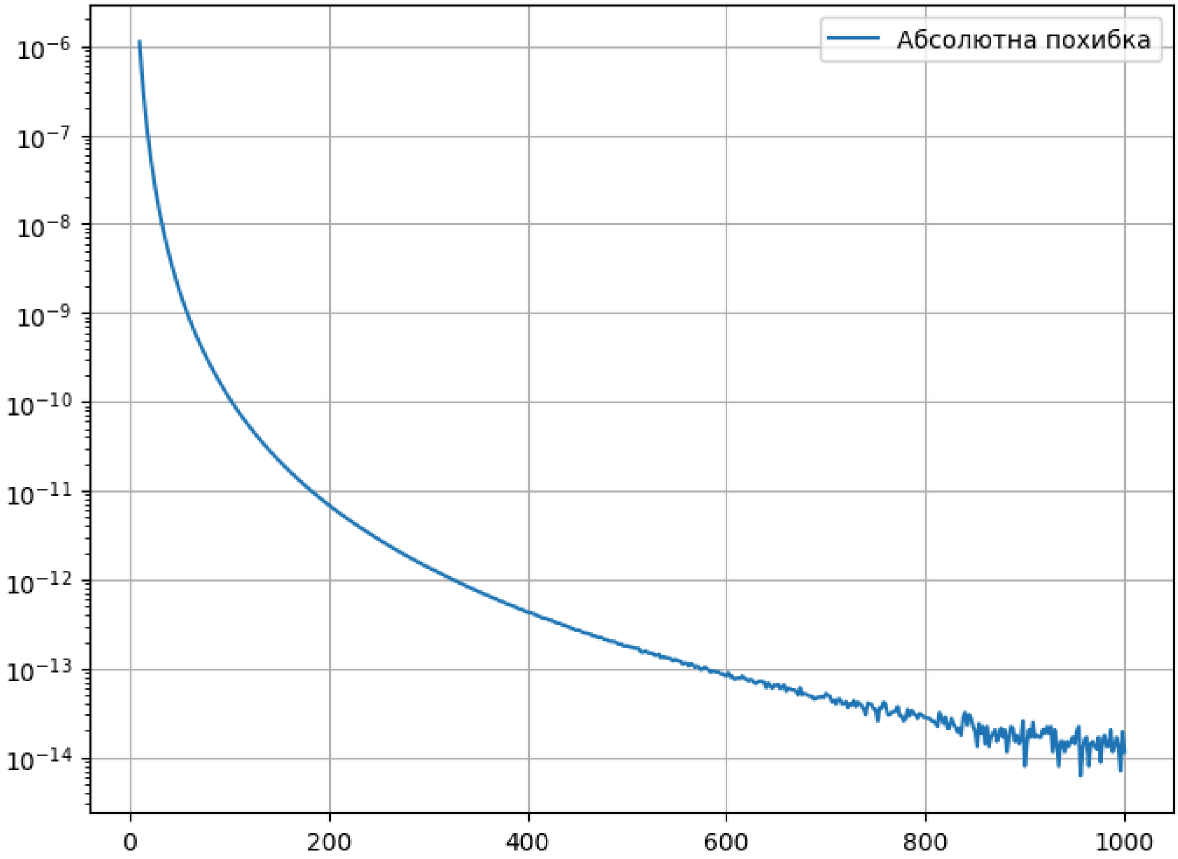
2. Далі я реалізував метод Сімпсона для чисельного обчислення інтегралу при заданій кількості вузлів N.

```
print(simpson(0, 1, 10))

2.658974662204494
```

3. Я провів дослідження залежності точності методу Сімпсона від кількості вузлів $N \in [10,1000]$, з кроком Обчислив абсолютну похибку: $\varepsilon(N)=|I(N)-I_0|$ і побудував графік похибки $\varepsilon(N)$

```
Точне значення інтегралу = 5.255727615764439
optimalN = 326 з похибкою = 9.858780458671 39e-13
```



4. Для $N0=N_{опт}/10N$, округленого до найближчого кратного 8, я обчислив значення інтегралу методом Сімпсона, а також похибку:

   $\varepsilon 0=|I(N0)-I0|$

```
print(I_N0)
5.255727626360661
print(error_N0)
1.0596222566050528e-08
```

5. Для уточнення значення інтегралу я застосував метод Рунге–Ромберга: $I_R=I(N_0)+I(N_0)-I(N_0/2)/15$ та обчислив похибку:

   $\varepsilon R=|IR-I0|$

```
print(I_R)
5.472776134784706
print(error_R)
0.2170485190202669
```

6. Також я реалізував метод Ейткена з оцінкою порядку точності:

```
Уточнене значення = 5.255727617298952
Похибка = 1.534512961143264e-09
Оцінка порядку точності p = 4.001304287537583
```

7. Зробив аналіз зміни похибки при різних методах

```
Сімпсон (N0=32): 1.06e-08
Рунге–Ромберг:      2.17e-01
Ейткен:             1.53e-09
Оцінка порядку p:   4.00
```

8. Для дослідження ефективності я реалізував адаптивний метод Сімпсона з контролем похибки ε=10^−12
   Також я реалізував підрахунок кількості викликів функції f(x) для оцінки обчислювальних витрат.

```
Значення інтегралу = 10.511455231529201
Похибка = 5.26e+00
Кількість викликів f(x) = 513
```

Висновок: У ході виконання лабораторної роботи я реалізував класичний та адаптивний метод Сімпсона для чисельного обчислення визначеного інтегралу функції $y=p \cdot \cos(x-p)$. Я дослідив залежність точності від кількості вузлів, визначив оптимальне значення N, уточнив результат методами Рунге–Ромберга та Ейткена, оцінив порядок точності та порівняв похибки. І реалізував адаптивний метод.