

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет електроніки та комп'ютерних технологій

Звіт
про виконання лабораторної роботи №1
З курсу “Методи обчислень”
на тему :
«Інтерполяція кубічними сплайнами»

Виконав
студент групи ФеС-21
Шавало Андрій

Львів 2025 р.

Хід роботи

1. Я задав відрізок табуляції: x_0 , x_n , а також кількість вузлів n .
Обчислив крок табуляції як h , після чого сформував масив вузлів x_nodes та обчислив відповідні значення функції $y_nodes = f(x_nodes)$.

```
p = 8
x0 = p
xn = p + 7
n = 20
h = (xn - x0) / n
```

```
def f(x):
    return (1 / p) * np.cos(x - p)
```

```
Таблиця вузлів (x, y):
x = 8.0000, y = 0.1250
x = 8.3500, y = 0.1174
x = 8.7000, y = 0.0956
x = 9.0500, y = 0.0622
x = 9.4000, y = 0.0212
x = 9.7500, y = -0.0223
x = 10.1000, y = -0.0631
x = 10.4500, y = -0.0963
x = 10.8000, y = -0.1178
x = 11.1500, y = -0.1250
x = 11.5000, y = -0.1171
x = 11.8500, y = -0.0949
x = 12.2000, y = -0.0613
x = 12.5500, y = -0.0202
x = 12.9000, y = 0.0233
x = 13.2500, y = 0.0640
x = 13.6000, y = 0.0969
x = 13.9500, y = 0.1181
x = 14.3000, y = 0.1250
x = 14.6500, y = 0.1167
x = 15.0000, y = 0.0942
```

2. Далі я реалізував побудову кубічних сплайнів. Для цього сформував систему рівнянь для знаходження коефіцієнтів c_i , які входять до виразів сплайнів. Для розв'язання отриманої тридіагональної системи використав метод прогонки, реалізований у функції `solve_tridiagonal_system`.

```
def solve_tridiagonal_system(a, b, c, d):
    n = len(b)
    cp = np.zeros(n)
    dp = np.zeros(n)

    cp[0] = c[0] / b[0]
    dp[0] = d[0] / b[0]

    for i in range(1, n):
        denom = b[i] - a[i - 1] * cp[i - 1]
        cp[i] = c[i] / denom if i < n - 1 else 0
        dp[i] = (d[i] - a[i - 1] * dp[i - 1]) / denom

    x = np.zeros(n)
    x[-1] = dp[-1]

    for i in reversed(range(n - 1)):
        x[i] = dp[i] - cp[i] * x[i + 1]

    return x
```

3. Знайдені коефіцієнти c_i використав для обчислення коефіцієнтів b_i та d_i , використовуючи стандартні формули для кубічних сплайнів. Коефіцієнти a_i взяв як значення функції у відповідних вузлах: $a_i = y_i$.

```
Коефіцієнти сплайнів:
[0]: a=0.1250, b=-0.0128, c=0.0000, d=-0.0726
[1]: a=0.1174, b=-0.0394, c=-0.0762, d=0.0309
[2]: a=0.0956, b=-0.0814, c=-0.0438, d=0.0106
[3]: a=0.0622, b=-0.1082, c=-0.0326, d=0.0212
[4]: a=0.0212, b=-0.1232, c=-0.0104, d=0.0205
[5]: a=-0.0223, b=-0.1230, c=0.0112, d=0.0197
[6]: a=-0.0631, b=-0.1079, c=0.0319, d=0.0159
[7]: a=-0.0963, b=-0.0797, c=0.0486, d=0.0104
[8]: a=-0.1178, b=-0.0419, c=0.0595, d=0.0035
[9]: a=-0.1250, b=0.0011, c=0.0631, d=-0.0038
[10]: a=-0.1171, b=0.0438, c=0.0591, d=-0.0106
[11]: a=-0.0949, b=0.0813, c=0.0479, d=-0.0162
[12]: a=-0.0613, b=0.1089, c=0.0310, d=-0.0198
[13]: a=-0.0202, b=0.1233, c=0.0102, d=-0.0209
[14]: a=0.0233, b=0.1228, c=-0.0118, d=-0.0197
[15]: a=0.0640, b=0.1073, c=-0.0324, d=-0.0155
[16]: a=0.0969, b=0.0790, c=-0.0487, d=-0.0113
[17]: a=0.1181, b=0.0407, c=-0.0606, d=0.0008
[18]: a=0.1250, b=-0.0014, c=-0.0597, d=-0.0114
[19]: a=0.1167, b=-0.0474, c=-0.0717, d=0.0683
```

4. Для перевірки точності апроксимації провів щільну табуляцію функції та побудованого сплайну на відрізку $[8, 15]$ з кількістю точок $N=20 \cdot n$. У кожній точці обчислив значення істинної функції $f(x)$, наближення $S(x)$ і абсолютну похибку $\epsilon = |f(x) - S(x)|$

```
Частина табуляції:  
x = 8.0000, f(x) = 0.1250, S(x) = 0.1250, error = 0.00e+00  
x = 8.7000, f(x) = 0.0956, S(x) = 0.0956, error = 0.00e+00  
x = 9.4000, f(x) = 0.0212, S(x) = 0.0212, error = 3.47e-18  
x = 10.1000, f(x) = -0.0631, S(x) = -0.0631, error = 0.00e+00  
x = 10.8000, f(x) = -0.1178, S(x) = -0.1178, error = 0.00e+00  
x = 11.5000, f(x) = -0.1171, S(x) = -0.1171, error = 1.39e-17  
x = 12.2000, f(x) = -0.0613, S(x) = -0.0613, error = 0.00e+00  
x = 12.9000, f(x) = 0.0233, S(x) = 0.0233, error = 0.00e+00  
x = 13.6000, f(x) = 0.0969, S(x) = 0.0969, error = 0.00e+00  
x = 14.3000, f(x) = 0.1250, S(x) = 0.1250, error = 0.00e+00  
x = 15.0000, f(x) = 0.0942, S(x) = 0.0942, error = 0.00e+00
```

5. Побудував два графіки:

- Графік функції $f(x)$, побудованого сплайну $S(x)$, а також вузлів табуляції.



- Графік абсолютної похибки $|f(x) - S(x)|$ на відрізку $[8, 15]$.



Висновок: У ході виконання лабораторної роботи я реалізував побудову кубічних сплайнів для апроксимації заданої функції на відрізьку $[8, 15]$. Я здійснив табуляцію функції, сформував систему рівнянь для коефіцієнтів сі, яку розв'язав методом прогонки. На основі знайдених коефіцієнтів побудував інтерполяційні сплайни та провів оцінку точності наближення.