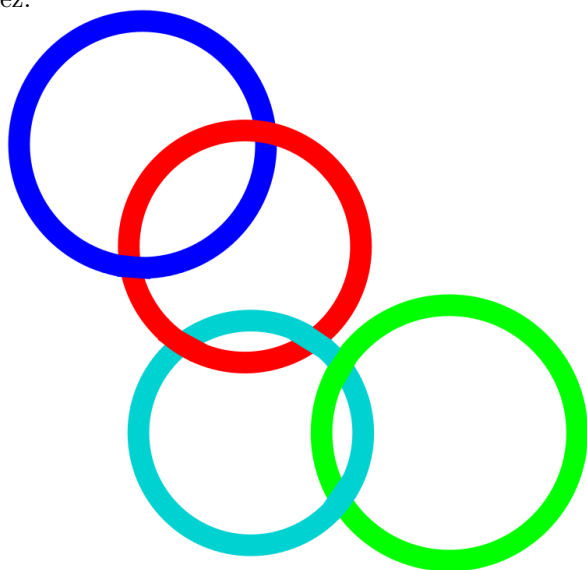


Prstence

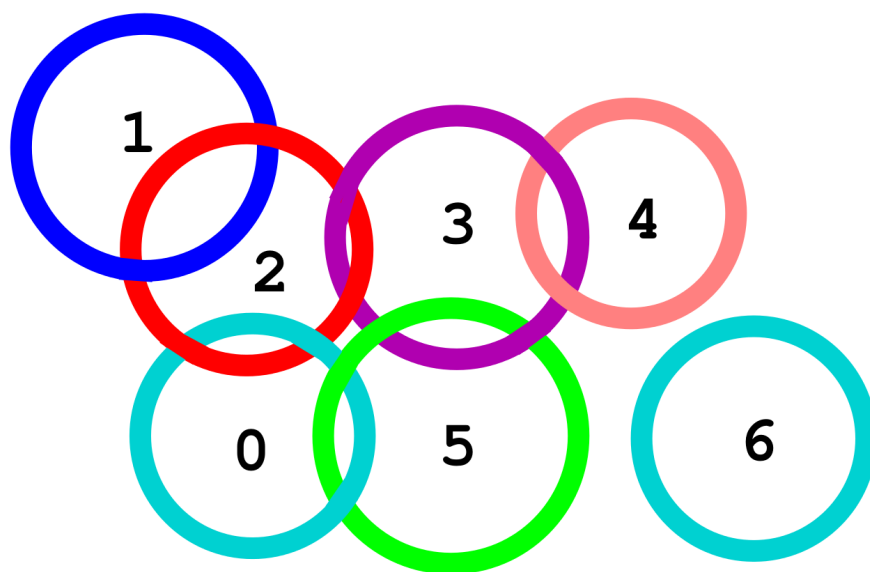
Jením z Leonardových známých vynálezů je primitivní padák. Parašutista Adrian Nicholas ve dvacátém století otestoval Leonardův návrh. Pro spojení lidského těla s Leonardovým padákem byly využity moderní technologie. Závěsný systém se skládá z do sebe zaklesnutých prstenců vyrobených z pevného a ohebného materiálu. Speciální konfigurace z prstenců je *řetěz*. Řetěz je posloupnost prstenců, kde každý z nich je zaklesnut pouze do (nejvýše dvou) sousedních prstenců, viz obrázek. První a poslední prstenec řetězu jsou zaklesnuty s nejvýše jedním prstencem. Samostatný prstenec také považujeme za řetěz.



Samozřejmě jsou možné i jiné konfigurace, jelikož prstenec může být zaklesnutý s třemi i více dalšími prstenci. Prstenec je *kritický*, jestliže po jeho odstranění tvoří zbylé prstence množinu řetězů (případně i prázdnou). Jinak řečeno, nesmí zbýt nic jiného než řetězy.

Příklad

Uvažujme 7 prstenců zobrazených v následujícím obrázku, které jsou očíslovány od 0 do 6. Jsou mezi nimi dva kritické prstence. Jeden z nich je prstenec číslo 2: po jeho odebrání zbývají řetězy [1], [0, 5, 3, 4] a [6]. Druhý kritický prstenec má číslo 3: po jeho odebrání zbývají řetězy [1, 2, 0, 5], [4] a [6]. Po odebrání libovolného jiného prstence nedostaneme množinu řetězů. Například, odebereme-li prstenec číslo 5, pak propojené prstence 0, 1, 2, 3 a 4 tvoří řetěz.



Zadání

Váš program dostane popis konfigurace prstenců a má určit počet kritických prstenců v ní. V počáteční konfiguraci je několik do sebe navzájem nezaklesnutých prstenců. Poté jsou prstence postupně propojovány. Během tohoto procesu můžete kdykoliv být požádáni, abyste určili aktuální počet kritických prstenců. Implementujte následující funkce:

- `Init(N)` – je zavolán jednou na začátku výpočtu a informuje vás, že máte N navzájem nezaklesnutých prstenců očíslovaných od 0 do $N - 1$.
- `Link(A, B)` – zaklesne do sebe prstence číslo A a B . Je zaručeno, že tyto prstence jsou různé a nejsou do sebe zatím zakleslé. Nejsou ale na ně žádné další (ani prostorové) předpoklady. Volání `Link(A, B)` a `Link(B, A)` jsou zjevně ekvivalentní.
- `CountCritical()` – vrátí počet kritických prstenců v aktuální konfiguraci.

Příklad

Toto je jedna možná posloupnost volání funkcí, po jejímž proběhnutí získáme konfiguraci zobrazenou na obrázku nahoře.

Volání	Vrácená hodnota
Init(7)	
CountCritical()	7
Link(1, 2)	
CountCritical()	7
Link(0, 5)	
CountCritical()	7
Link(2, 0)	
CountCritical()	7
Link(3, 2)	
CountCritical()	4
Link(3, 5)	
CountCritical()	3
Link(4, 3)	
CountCritical()	2

Podúloha 1 [20 bodů]

- $N \leq 5\,000$
- Funkce `CountCritical` je volána pouze jednou na konci, funkce `Link` je volána nejvýše $5\,000\times$.

Podúloha 2 [17 bodů]

- $N \leq 1\,000\,000$
- Funkce `CountCritical` je volána pouze jednou na konci, funkce `Link` je volána nejvýše $1\,000\,000\times$.

Podúloha 3 [18 bodů]

- $N \leq 20\,000$
- Funkce `CountCritical` je volána nanejvýš $100\times$, funkce `Link` je volána nejvýše $10\,000\times$.

Podúloha 4 [14 bodů]

- $N \leq 100\,000$
- Funkce `CountCritical` a `Link` jsou dohromady volány nejvýše $100\,000\times$.

Podúloha 5 [31 bodů]

- $N \leq 1\,000\,000$
- Funkce `CountCritical` a `Link` jsou dohromady volány nejvýše $1\,000\,000\times$.

Implementace

Odevzdejte právě jeden soubor pojmenovaný `rings.c`, `rings.cpp` nebo `rings.pas`. Tento soubor implementuje výše popsané funkce s následujícími deklaracemi.

C/C++:

```
void Init(int N);
void Link(int A, int B);
int CountCritical();
```

Pascal:

```
procedure Init(N : LongInt);
procedure Link(A, B : LongInt);
function CountCritical() : LongInt;
```

Samozřejmě také můžete používat pomocné procedury a funkce. Vaše řešení nesmí číst ze standardního vstupu, vypisovat na standardní výstup ani pracovat se soubory.

Ukázkový vyhodnocovač

Ukázkový vyhodnocovač čte vstup v následujícím formátu.

```
první řádka: N, L
řádky 2, ..., L + 1:
    -1 pro zavolání CountCritical
    A, B parametry pro Link
```

Ukázkový vyhodnocovač vypíše všechny odpovědi `CountCritical`.