#### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

towns

Language: en-PRT

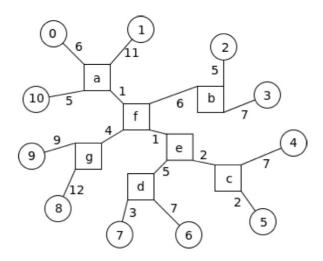
# **Towns**

O Cazaquistão tem N vilarejos, numerados de 0 a N-1. Há também um número desconhecido de cidades (cidades grandes). Os vilarejos e as cidades são conjuntamente chamados de povoações ( $regiões\ urbanas$ ).

Todas as povoações do Cazaquistão são conectadas por uma única rede de autoestradas bidirecionais. Cada autoestrada conecta duas povoações distintas, e cada par de povoações é conectada diretamente por no máximo uma autoestrada. Para cada par de povoações a e b existe um único caminho para ir de a a b usando as autoestradas, sem repetir nenhuma.

Sabe-se que cada vilarejo é diretamente conectado a uma única povoação, e cada cidade é diretamente conectada a três ou mais povoações.

A figura a seguir mostra uma rede de 11 vilarejos e 7 cidades. Vilarejos são indicados por círculos e rotulados por inteiros, cidades são representadas por quadrados e rotuladas por letras.



Toda autoestrada tem um comprimento inteiro positivo. A distância entre duas povoações é a soma mínima dos comprimentos das autoestradas que devem ser percorridas para ir de uma povoação à outra.

Para cada cidade C podemos calcular a distância r(C) para o vilarejo mais distante de C. Uma cidade C é um *centro* se a distância r(C) é a menor, consideradas todas as cidades. A distância entre um centro e o vilarejo mais distante do centro será denotada por R. Assim, R é o menor de todos os valores r(C).

No exemplo acima a povoação mais distante da cidade a é o vilarejo 8, e a distância entre elas é r(a) = 1 + 4 + 12 = 17. Para a cidade g também temos r(g) = 17. (Uma das povoações que estão mais distantes de g é a povoação 6.) O único centro no exemplo acima é a cidade f, onde r(f) = 16. Portanto, no exemplo acima, R é 16.

A remoção de um centro divide a rede em várias componentes conexas. Um centro é *balanceado* se cada uma dessas componentes contém no máximo  $\lfloor N/2 \rfloor$  vilarejos. (Enfatizamos que não estamos contando as cidades.) Note que |x| denota o maior inteiro que não é maior do que x.

No nosso exemplo, a cidade f é um centro. Se removermos f, a rede será quebrada em quatro componentes conexas. Estas quatro componentes consistem dos seguintes conjuntos de vilarejos: { 0,1,10},  $\{2,3\}$ ,  $\{4,5,6,7\}$  e  $\{8,9\}$ . Nenhuma dessas componentes tem mais do que  $\lfloor 11/2 \rfloor = 5$  vilarejos, portanto a cidade f é um centro balanceado.

## Tarefa

Inicialmente, a única informação que você tem sobre a rede de povoações e autoestradas é o número N de vilarejos. Você não sabe o número de cidades. Você também não sabe nada sobre o mapa das autoestradas no país. Você somente pode obter mais informações fazendo consultas sobre as distâncias entre pares de vilarejos.

Sua tarefa é determinar:

- lacktriangle Em todas as subtarefas: a distância  $oldsymbol{R}$ .
- Nas subtarefas 3 a 6: se existe um centro balanceado na rede.

Você precisa implementar a função hubDistance. O avaliador irá submeter vários casos de teste em cada execução. O número de casos de teste por execução é no máximo 40. Para cada caso de teste o avaliador irá chamar sua função hubDistance exatamente uma vez. Certifique-se de sua função inicializa todas as variáveis necessárias cada vez que for chamada.

- hubDistance(N, sub)
  - N: o número de vilarejos.
  - sub: o número da subtarefa (explicado na seção Subtarefas).
  - Se sub for 1 ou 2, a função pode retornar ou R ou -R.
  - Se sub for maior do que 2, se existir um centro balanceado então a função deve retornar R, caso contrário deve retornar -R.

Sua função hubDistance pode obter informação sobre a rede de autoestradas chamando a função getDistance (i, j) do avaliador. Esta função retorna a distância entre os vilarejos i e j. Note que se i e j forem iguais, a função retorna 0. Também retorna 0 quando os argumentos forem inválidos.

# Subtarefas

Em cada caso de teste:

- N está entre 6 e 110 inclusive.
- A distância entre quaisquer dois vilarejos distintos está entre 1 e 1,000,000 inclusive.

O número de consultas que seu programa pode fazer é limitado. O limite varia de acordo com a subtarefa, conforme a tabela abaixo. Se seu programa tenta exceder o limite do número de consultas, será terminado e será considerado que você deu uma resposta incorreta.

s ubtare fa	pontos	número de consultas	determinar centro balanceado	restrições adicionais
1	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	NÃO	nenhuma
2	12	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	NÃO	nenhuma
3	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	SIM	nenhuma
4	10	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	SIM	cada cidade é ligada a <i>exatamente</i> três povoações
5	13	5N	SIM	nenhuma
6	39	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	SIM	nenhuma

Note que [x] denota o menor inteiro que é maior do que ou igual a x.

### Avaliador exemplo

Note que o número da subtarefa é parte da entrada. O avaliador exemplo muda seu comportamento de acordo com o número da subtarefa.

A entrada para o avaliador exemplo é o arquivo towns.in, no seguinte formato:

- linha 1: O número da subtarefa e o número de casos de teste.
- linha 2:  $N_1$ , o número de vilarejos no primeiro caso de teste.
- **a** as  $N_1$  linhas seguintes: o j-ésimo número  $(1 \le j \le N_1)$  na i-ésima dessas linhas  $(1 \le i \le N_1)$  é a distância entre os vilarejos i 1 e j 1.
- Seguem os próximos casos de teste. São dados no mesmo formato do primero caso de teste.

Para cada caso de teste, o avaliador exemplo imprime o valor devolvido pelo hubDistance e o número de chamadas feitas, em linhas separadas.

O arquivo de entrada que corresponde ao exemplo acima é:

```
1 1
11
0 17 18 20 17 12 20 16 23 20 11
17 0 23 25 22 17 25 21 28 25 16
18 23 0 12 21 16 24 20 27 24 17
20 25 12 0 23 18 26 22 29 26 19
17 22 21 23 0 9 21 17 26 23 16
12 17 16 18 9 0 16 12 21 18 11
20 25 24 26 21 16 0 10 29 26 19
16 21 20 22 17 12 10 0 25 22 15
23 28 27 29 26 21 29 25 0 21 22
20 25 24 26 23 18 26 22 21 0 19
11 16 17 19 16 11 19 15 22 19 0
```

Este formato está longe de especificar a lista de autoestradas. Note que você pode modificar avaliadores exemplos, de forma a usar um formato de entrada diferente.