

## Эң узак саякат

IOI 2023 уюштуруучулары чоң кыйынчылыкта! Алар келерки күнгө Ópusztaszer музейине сапарын пландаштырууну унутуп калышты. Бирок балким али кеч эместир...

Ópusztaszerде 0дөн  $(N - 1)$ ге чейин индекстелген  $N$  жербелги бар. Бул жербелгилердин кээ бир жуптары эки *багыттуу жолдор* аркылуу туташтырылган. Ар бир жуп жербелги эң көп дегенде бир жол менен байланышкан. Уюштуруучулар кайсы жербелгилерди жолдор менен байланыштырганын билбейт.

Биз Ópusztaszerдеги жол тармагынын **жыштыгы жок дегенде**  $\delta$  деп айтабыз, эгерде ар бир 3 айырмаланган жербелгилердин арасында алардын арасында жок дегенде  $\delta$  жолдор болсо. Башкача айтканда,  $0 \leq u < v < w < N$ ,  $(u, v)$ ,  $(v, w)$  жана  $(u, w)$  жок дегенде  $\delta$  жуптары жол аркылуу туташтырылган.

Уюштуруучулар жол тармагынын тыгыздыгы жок дегенде  $D$  болушу үчүн  $D$  оң бүтүн санын билет.  $D$  мааниси 3төн жогору болбошуна көңүл буруңуз.

Уюштуруучулар Ópusztaszerдеги телефон диспетчерине **чалууларды** жасай алышат, кээ бир жербелгилердин ортосундагы жол байланыштары жөнүндө маалымат чогулта алышат. Ар бир чалууда  $[A[0], \dots, A[P - 1]]$  жана  $[B[0], \dots, B[R - 1]]$  эки бош эмес массив көрсөтүлүшү керек. Жербелгилердин жуптары айырмаланып турушу керек, б.а.

- $A[i] \neq A[j]$  ар бир  $i$  жана  $j$  үчүн  $0 \leq i < j < P$ ;
- $B[i] \neq B[j]$  ар бир  $i$  жана  $j$  үчүн  $0 \leq i < j < R$ ;
- $A[i] \neq B[j]$  ар бир  $i$  жана  $j$  үчүн  $0 \leq i < P$  жана  $0 \leq j < R$ .

Ар бир чалуу үчүн диспетчер  $A$ дан баштап жербелгини жана  $B$ дан баштап жербелгини бириктирген жол бар же жок экенин кабарлайт. Тагыраак айтканда, диспетчер  $0 \leq i < P$  жана  $0 \leq j < R$  болгон бардык  $i$  жана  $j$  түгөйлөрүн кайталайт. Эгерде алардын кайсынысы үчүн  $A[i]$  жана  $B[j]$  жербелгилер жол менен туташтырылса, диспетчер "true" деп кайтарат. Болбосо, диспетчер "false" деп кайтарып берет.

Узундугу  $l$  болгон **саякат** -  $t[0], t[1], \dots, t[l - 1]$ , өзгөчө жербелгилердин ырааттуулугу, мында 0 жана  $l - 2$  ортосундагы ар бир  $i$  үчүн, аны кошкондо,  $t[i]$  жербелги жана  $t[i + 1]$  жербелги жол менен туташтырылган. Узундугу  $l$  болгон саякат **эң узак сапар** деп аталат, эгерде узундугу жок дегенде  $l + 1$  болгон саякат болбосо.

Сиздин милдет - уюштуруучуларга диспетчерге чалуу аркылуу Ópusztaszer боюнча эң узак сапарды табууга жардам берүү.

## Процедуранын чоо-жайы

Сиз төмөнкү процедураны ишке ашырууңуз керек:

```
int[] longest_trip(int N, int D)
```

- $N$ : Ópusztaszerдеги жербелгилердин саны.
- $D$ : жол тармагынын кепилденген минималдуу тыгыздыгы.
- Бул процедура эң узак сапарды билдирген  $t = [t[0], t[1], \dots, t[l - 1]]$  массивдерин кайтарышы керек.
- Бул процедураны ар бир сыноодо **бир нече жолу** чакырышы мүмкүн.

Жогорудагы процедура төмөнкү процедурага чалууларды жасай алат:

```
bool are_connected(int[] A, int[] B)
```

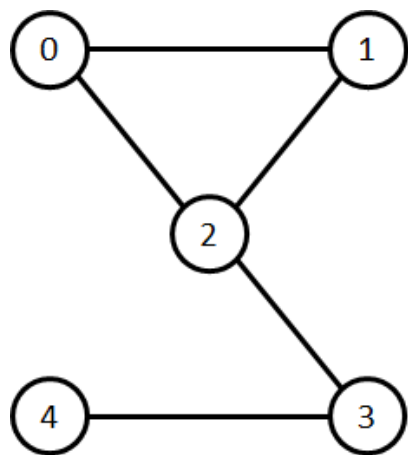
- $A$ : өзүнчө белгилердин бош эмес массиви.
- $B$ : өзүнчө белгилердин бош эмес массиви.
- $A$  жана  $B$  бири-биринен башка элементтер болушу керек.
- Эгер жол менен байланышкан  $A$  жана  $B$  белгиси бар болсо, бул процедура "true" деп кайтарат. Болбосо, ал "false" деп кайтарат.
- Бул процедураны эң көп дегенде 32 640 жолу эң узун\_саякат чакырганда, ал эми жалпысынан эң көп дегенде 150 000 жолу чакырса болот.
- $A$  жана  $B$  массивдеринин жалпы узундугу анын бардык чакырууларында бул процедурага өткөн 1 500 000 ашпашы керек.

Грейдер **адаптивдүү эмес**. Ар бир тапшыруу бир эле тесттик иштердин топтому боюнча бааланат. Башкача айтканда,  $N$  жана  $D$  маанилери, ошондой эле жолдор менен байланышкан жербелгилердин жуптары ар бир сыноо учурунун ичинде ар бир "эң узун\_саякат" чалуу үчүн белгиленет.

## Мисалдар

### 1-мисал

$N = 5$ ,  $D = 1$  жана жол байланыштары төмөнкү сүрөттө көрсөтүлгөндөй болгон сценарийди карап көрөлү:



longest\_trip процедурасы төмөнкүдөй деп аталат:

```
longest_trip(5, 1)
```

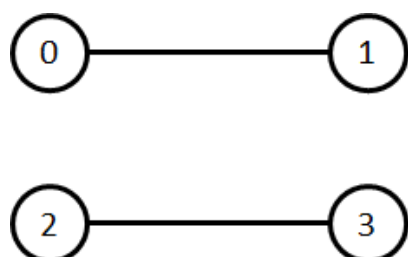
Процедура are\_connected төмөнкүдөй чакырууларды аткара алат.

Чакыруу	Жол менен байланышкан жуптар	Кайтаруу мааниси
are_connected([0], [1, 2, 4, 3])	(0,1) and (0,2)	true
are_connected([2], [0])	(2,0)	true
are_connected([2], [3])	(2,3)	true
are_connected([1, 0], [4, 3])	none	false

Төртүнчү чалуудан кийин (1,4), (0,4), (1,3) жана (0,3) түгөйлөрүнүн эч бири бири-бири менен туташтырылбайт экен. Тармактын тыгыздыгы жок дегенде  $D = 1$  болгондуктан, (0,3,4) үчтүктөн (3,4) түгөйү жол аркылуу туташтырылышы керек экенин көрөбүз. Ошол сыяктуу эле, 0 жана 1 жербелгилерди туташтыруу керек.

Бул жерден  $t = [1, 0, 2, 3, 4]$  узундугу 5 болгон саякат жана 5тен ашкан саякат жок деген тыянак чыгарууга болот. Демек, longest\_trip процедурасы  $[1, 0, 2, 3, 4]$  кайтарышы мүмкүн.

$N = 4$ ,  $D = 1$  жана белгилердин ортосундагы жолдор төмөнкү сүрөттө көрсөтүлгөндөй болгон башка сценарийди карап көрөлү:



longest\_trip процедурасы төмөнкүдөй жол менен чакырылат:

```
longest_trip(4, 1)
```

Бул сценарийде эң узак сапардын узактыгы 2. Ошондуктан, are\_connected, процедурасын бир нече чакыруудан кийин, longest\_trip процедурасы [0, 1], [1, 0], [2, 3] же [3, 2]'дын бирин кайтарышы мүмкүн.

## 2-мисал

0 - Кошумча тапшырма  $N = 256$  көрсөткүчү бар кошумча сыноо мисалын камтыйт. Бул тест иши сиз сынак системасынан жүктөп ала турган тиркеме пакетине киргизилген.

## Чектөөлөр

- $3 \leq N \leq 256$
- longest\_trip бардык чакыруулар үчүн  $N$  суммасы ар бир тест 1 024төн ашпайт.
- $1 \leq D \leq 3$

## Кошумча тапшырмалар

1. (5 упай)  $D = 3$
2. (10 упай)  $D = 2$
3. (25 упай)  $D = 1$ .  $l^*$  эң узак сапардын узактыгын белгилесин. longest\_trip жол-жобосу  $l^*$  узундугундагы сапарды кайтарууга милдеттүү эмес. Анын ордуна, ал кеминде  $\left\lceil \frac{l^*}{2} \right\rceil$  узундугун кайтарышы керек.
4. (60 упай)  $D = 1$

4-кошумча тапшырмада сиздин упайыңыз longest\_trip бир жолу чакырылышы боюнча are\_connected процедурасына болгон чакыруулардын санына жараша аныкталат. Кошумча тапшырманын ар бир сыноо учуру боюнча longest\_trip чакырыктарынын ичиндеги чакыруулардын максималдуу саны  $q$  болсун. Бул кошумча тапшырма үчүн сиздин упайыңыз төмөнкү таблицка ылайык эсептелет:

Шарт	Упайлар
$2\,750 < q \leq 32\,640$	20
$550 < q \leq 2\,750$	30
$400 < q \leq 550$	45
$q \leq 400$	60

Эгерде сыноо учурларынын кайсы биринде, `are_connected` процедурасын чакыруулар процедуранын чоо-жайында сүрөттөлгөн чектөөлөргө туура келбесе, же `longest_trip` кайтарган массив туура эмес болсо, ал кошумча тапшырма үчүн чыгарылышыңыздын упайы 0 болот.

## Үлгү Грейдер

$C$  сценарийлердин санын, башкача айтканда, `longest_trip` чалуулардын санын билдирсин. Үлгү грейдер киргизүүнү төмөнкү форматта окуйт:

- 1 - сап:  $C$

$C$  сценарийинин сүрөттөмөлөрү төмөнкүдөй.

Үлгү грейдер ар бир сценарийдин сүрөттөмөсүн төмөнкү форматта окуйт:

- 1 - сап:  $N \ D$
- $(1 + i)$  - саптар ( $1 \leq i < N$ ):  $U_i[0] \ U_i[1] \ \dots \ U_i[i - 1]$

Бул жерде ар бир  $U_i$  ( $1 \leq i < N$ )  $i$  өлчөмүндөгү массив болуп, кайсы жуп жолбелгилердин жол менен туташтырылганын сүрөттөйт. Ар бир  $i$  жана  $j$  үчүн  $1 \leq i < N$  жана  $0 \leq j < i$ :

- эгерде  $j$  жана  $i$  жолбелгилер жол аркылуу байлаган болсо, анда  $U_i[j]$  мааниси 1 болушу керек;
- эгерде  $j$  жана  $i$  жолбелгилерди байлаган жол жок болсо, анда  $U_i[j]$  мааниси 0 болушу керек.

Ар бир сценарийде, `longest_trip` чакыруудан мурун үлгү грейдер жол тармагынын тыгыздыгы жок дегенде  $D$  экендигин текшерет. Эгерде бул шарт аткарылбаса, ал `Insufficient Density` билдирүүсүн басып чыгарат жана токтойт.

Эгерде үлгүдөгү грейдер протоколдун бузулушун аныктаса, үлгү грейдердин чыгарылышы `Protocol Violation: <MSG>` болот, мында `<MSG>` төмөнкү ката билдирүүлөрүнүн бири:

- `invalid array`: `are_connected` чакырыгында  $A$  жана  $B$  массивдердин жок дегенде бири
  - бош, же
  - 0 жана  $N - 1$  ортосундагы бүтүн сан болбогон элементти камтыйт, же камтыган
  - бир эле элементти кеминде эки жолу камтыса.
- `non-disjoint arrays`: `are_connected` чакырыгында  $A$  жана  $B$  массивдери ажырашпайт.
- `too many calls`: `are_connected` үчүн жасалган чалуулардын саны учурдагы `longest_trip` чакыруусунан 32 640 ашат же жалпысынан 150 000 ашат.
- `too many elements`: бардык чакыруулар боюнча `are_connected` дегенге өткөн белгилердин жалпы саны 1 500 000 ашат.

Болбосо, сценарийде `longest_trip` тарабынан кайтарылган массивдин элементтери кээ бир терс эмес  $l$  үчүн  $t[0], t[1], \dots, t[l-1]$  болсун. Үлгү грейдер бул сценарий үчүн үч сапты төмөнкү форматта басып чыгарат:

- 1 - сап :  $l$
- 2 - сап:  $t[0] \ t[1] \ \dots \ t[l-1]$
- 3 - сап: бул сценарий боюнча `are_connected` чакыруулардын саны

Акырында, үлгү грейдер басып чыгарат:

- сап  $1 + 3 \cdot C$ : `longest_trip` бардык чакыруулар боюнча `are_connected` чакыруулардын максималдуу саны