Prehitevanje

Od letališča v Budimpešti do hotela Forrás vodi L kilometrov dolga enosmerna enopasovna cesta.

Na dan prihodov na IOI 2023 po tej cesti potuje $N+1$ avtobusov. Avtobusi so oštevilčeni od 0 do N. Načrtovano je, da avtobus i ($0 \le i < N$) zapusti letališče v $T[i]$-ti sekundi; 1 kilometer je zmožen prevoziti v $W[i]$ sekundah. Avtobus N je rezervni avtobus; 1 kilometer je zmožen prevoziti v X sekundah. Čas Y, ob katerem bo zapustil letališče, še ni določen.

Na cesti je prehitevanje prepovedano, vendar pa se avtobusi med seboj lahko prehitijo na **prehitevalnih postajah**. Na cesti se na različnih mestih nahaja M ($M > 1$) prehitevalnih postaj, oštevilčenih od 0 do $M-1$. Prehitevalna postaja j ($0 \le j < M$) se nahaja $S[j]$ kilometrov od letališča. Prehitevalne postaje so razvrščene po naraščajoči oddaljenosti od letališča, torej $S[j] < S[j+1]$ za vsak $0 \le j \le M-2$. Prva prehitevalna postaja je letališče, zadnja pa hotel: $S[0] = 0$ in $S[M-1] = L$.

Vsak avtobus potuje z največjo hitrostjo, razen če pred seboj dohiti počasnejši avtobus. V tem primeru upočasni in je prisiljen potovati s hitrostjo počasnejšega avtobusa, vse dokler ne pridejo do naslednje prehitevalne postaje. Tam hitrejši avtobusi prehitijo počasnejše avtobuse.

Formalno, za vsak i in j, kjer $0 \le i \le N$ in $0 \le j < M$, je čas $t_{i,j}$ (v sekundah), ko avtobus i **pride na** prehitevalno postajo j, definiran, kakor sledi. Naj bo $t_{i,0} = T[i]$ za vsak $0 \le i < N$ in naj bo $t_{N,0} = Y$. Za vsak j, kjer $0 < j < M$:

- Definirajmo **pričakovani čas prihoda** avtobusa i na prehitevalno postajo j (v sekundah). Z $e_{i,j}$ označimo čas, kdaj naj bi avtobus i prišel na prehitevalno postajo j, če bi potoval s polno hitrostjo od trenutka, ko prispe na prehitevalno postajo $j-1$. To pomeni:
  - $e_{i,j} = t_{i,j-1} + W[i] \cdot (S[j] - S[j-1])$ za vsak $0 \le i < N$, in
  - $e_{N,j} = t_{N,j-1} + X \cdot (S[j] - S[j-1])$.
- Avtobus i prispe na prehitevalno postajo j ob *maksimumu* pričakovanih časov prihodov avtobusa i in vseh ostalih avtobusov, ki so prispeli na postajo $j-1$ pred avtobusom i. Formalno naj bo $t_{i,j}$ največji izmed $e_{i,j}$ in vseh $e_{k,j}$, za katere velja $0 \le k \le N$ in $t_{k,j-1} < t_{i,j-1}$

Organizatorji IOI želijo načrtovati rezervni avtobus. Vaša naloga je odgovoriti na Q vprašanj organizatorjev, ki so naslednje oblike: podan je čas Y (v sekundah), ko naj bi avtobus N zapustil letališče; ob katerem času bo prispel do hotela?

Podrobnosti implementacije

Vaša naloga je implementirati naslednjo metodo in funkcijo.

```
void init(int L, int N, int64[] T, int[] W, int X, int M, int[] S)
```

- L: dolžina ceste.
- N: število ne-rezervnih avtobusov.
- T: polje dolžine N, ki opisuje čase, ob katerih naj bi ne-rezervni avtobusi zapustili letališče.
- W: polje dolžine N, ki opisuje najvišje hitrosti ne-rezervnih avtobusov.
- X: čas, ki ga potrebuje rezervni avtobus, da prevozi 1 kilometer.
- M: število prehitevalnih postaj.
- S: polje dolžine M, ki opisuje oddaljenosti prehitevalnih postaj od letališča.
- Ta metoda se pokliče natanko enkrat za vsak testni primer pred klici `arrival_time`.

```
int64 arrival_time(int64 Y)
```

- Y: čas, ob katerem naj bi rezervni avtobus zapustil letališče.
- Ta funkcija naj vrne čas, ob katerem bo avtobus N prispel do hotela.
- Ta funkcija se pokliče natanko Q-krat.

Primer

Upoštevajte naslednje zaporedje klicev:

```
init(6, 4, [20, 10, 40, 0], [5, 20, 20, 30], 10, 4, [0, 1, 3, 6])
```

Če ignoriramo avtobus 4 (ki se še načrtuje), naslednja tabela prikazuje pričakovane in dejanske čase prihodov za ne-rezervne avtobuse na vsaki prehitevalni postaji:

i		$t_{i,0}$		$e_{i,1}$	$t_{i,1}$		$e_{i,2}$	$t_{i,2}$		$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0		20		25	30		40	40		55	55
1		10		30	30		70	70		130	130
2		40		60	60		100	100		160	180
3		0		30	30		90	90		180	180

Časi prihodov na postajo 0 so časi, ob katerih so avtobusi načrtovani za odhod z letališča. To pomeni, da za avtobuse, označene od 0 do 3, velja $t_{i,0} = T[i]$.

Pričakovani in dejanski časi prihodov na prehitevalno postajo 1 so izračunani, kakor sledi:

- Pričakovani časi prihodov na postajo 1:
  - Avtobus 0: $e_{0,1} = t_{0,0} + W[0] \cdot (S[1] - S[0]) = 20 + 5 \cdot 1 = 25$.
  - Avtobus 1: $e_{1,1} = t_{1,0} + W[1] \cdot (S[1] - S[0]) = 10 + 20 \cdot 1 = 30$.
  - Avtobus 2: $e_{2,1} = t_{2,0} + W[2] \cdot (S[1] - S[0]) = 40 + 20 \cdot 1 = 60$.
  - Avtobus 3: $e_{3,1} = t_{3,0} + W[3] \cdot (S[1] - S[0]) = 0 + 30 \cdot 1 = 30$.
- Dejanski časi prihodov na postajo 1:
  - Avtobusa 1 in 3 prispeta na postajo 0 prej kot avtobus 0. Zato je vrednost enačbe za avtobus 0 naslednja:
    $t_{0,1} = \max([e_{0,1}, e_{1,1}, e_{3,1}]) = 30$.
  - Avtobus 3 prispe na postajo 0 prej kot avtobus 1. Zato je vrednost enačbe za avtobus 1 naslednja: $t_{1,1} = \max([e_{1,1}, e_{3,1}]) = 30$.
  - Avtobus 0, avtobus 1 in avtobus 3 prispejo na prehitevalno postajo 0 prej kot avtobus 2, zato je $t_{2,1} = \max(e_{0,1}, e_{1,1}, e_{2,1}, e_{3,1}) = 60$.

- Noben avtobus ne prispe na postajo 0 prej kot avtobus številka 3. Zato je vrednost enačbe za ta avtobus naslednja: $t_{3,1} = \max([e_{3,1}]) = 30$.

```
arrival_time(0)
```

Avtobus 4 potrebuje 10 sekund, da prevozi 1 kilometer, in je načrtovan, da zapusti letališče v 0-ti sekundi. V tem primeru naslednja tabela prikazuje čase prihodov za vsak avtobus. Edina sprememba glede pričakovanih in dejanskih časov prihoda ne-rezervnih avtobusov je podčrtana.

i		$t_{i,0}$		$e_{i,1}$	$t_{i,1}$		$e_{i,2}$	$t_{i,2}$		$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0		20		25	30		40	40		55	$\underline{60}$
1		10		30	30		70	70		130	130
2		40		60	60		100	100		160	180
3		0		30	30		90	90		180	180
4		0		10	10		30	30		60	60

Vidimo, da avtobus 4 prispe do hotela v 60-ti sekundi. Zato funkcija vrne 60.

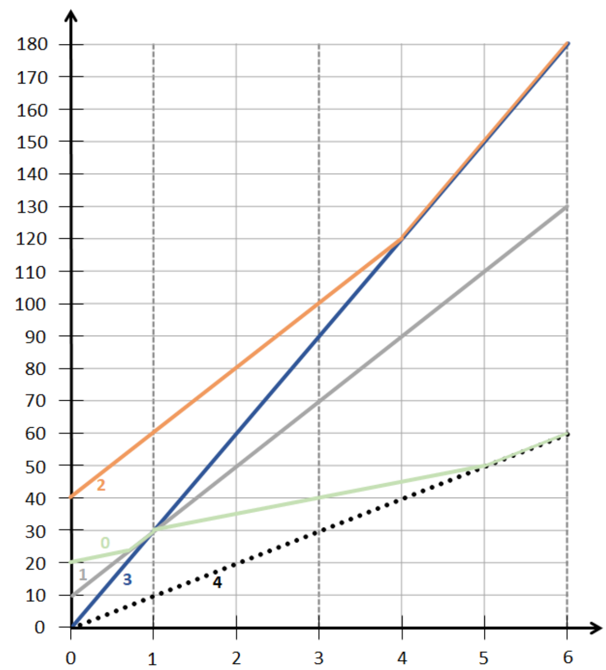
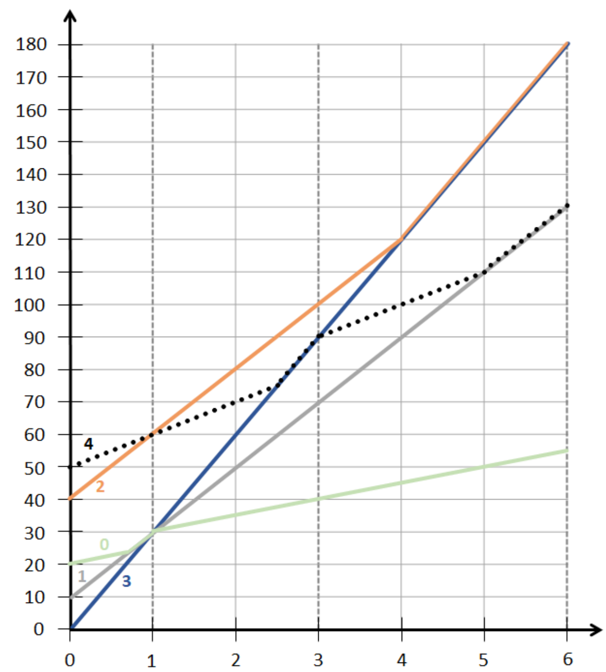
```
arrival_time(50)
```

Avtobus 4 je zdaj načrtovan, da letališče zapusti v 50-ti sekundi. V tem primeru ni sprememb v časih prihodov za ne-rezervne avtobuse v primerjavi z začetno tabelo. Časi prihodov so prikazani v naslednji tabeli.

i		$t_{i,0}$		$e_{i,1}$	$t_{i,1}$		$e_{i,2}$	$t_{i,2}$		$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0		20		25	30		40	40		55	55
1		10		30	30		70	70		130	130
2		40		60	60		100	100		160	180
3		0		30	30		90	90		180	180
4		50		60	60		80	90		120	130

Avtobus 4 prehiti počasnejši avtobus 2 na prehitevalni postaji 1, saj prispeta ob istem času. Nato avtobus 4 ujame avtobus 3 med postajo 1 in postajo 2; kar pomeni, da avtobus 4 prispe na postajo 2 v 90-ti sekundi namesto v 80-ti. Po odhodu s postaje 2 avtobus 4 ujame avtobus 1, in se pelje za njim, dokler ne prispeta do hotela. Avtobus 4 prispe do hotela v 130-ti sekundi. Zato funkcija vrne 130.

Lahko narišemo čas, ki ga potrebuje vsak avtobus, da prispe na vsako razdaljo od letališča. os x grafa predstavlja razdaljo od letališča (v kilometrih), os y pa predstavlja čas (v sekundah). Navpične črtkane črte označujejo položaje prehitevalnih postaj. Različne polne črte (označene z indeksi avtobusov) predstavljajo štiri načrtovane ne-rezervne avtobuse. Pikčasta črna črta predstavlja rezervni avtobus.

`arrival_time(0)`	`arrival_time(50)`
	

Omejitve

- $1 \le L \le 10^9$
- $1 \le N \le 1\,000$
- $0 \le T[i] \le 10^{18}$ (za vsak i, tako da $0 \le i < N$)
- $1 \le W[i] \le 10^9$ (za vsak i, tako da $0 \le i < N$)
- $1 \le X \le 10^9$
- $2 \le M \le 1\,000$
- $0 = S[0] < S[1] < \cdots < S[M-1] = L$
- $1 \le Q \le 10^6$
- $0 \le Y \le 10^{18}$

Podnaloge

1. (9 točk) $N = 1, Q \le 1\,000$
2. (10 točk) $M = 2, Q \le 1\,000$
3. (20 točk) $N, M, Q \le 100$
4. (26 točk) $Q \le 5\,000$
5. (35 točk) Brez dodatnih omejitev.

Vzorčni ocenjevalnik

Vzorčni ocenjevalnik bere vhod naslednje oblike:

- vrstica 1: $L \ N \ X \ M \ Q$
- vrstica 2: $T[0] \ T[1] \ \ldots \ T[N-1]$
- vrstica 3: $W[0] \ W[1] \ \ldots \ W[N-1]$
- vrstica 4: $S[0] \ S[1] \ \ldots \ S[M-1]$
- vrstica $5 + k$ ($0 \le k < Q$): Y za vprašanje k

Vzorčni ocenjevalnik izpiše vaše odgovore v naslednji obliki:

- vrstica $1 + k$ $(0 \le k < Q)$: vrednost vračanja `arrival_time` za vprašanje k