



## ต้นบิช

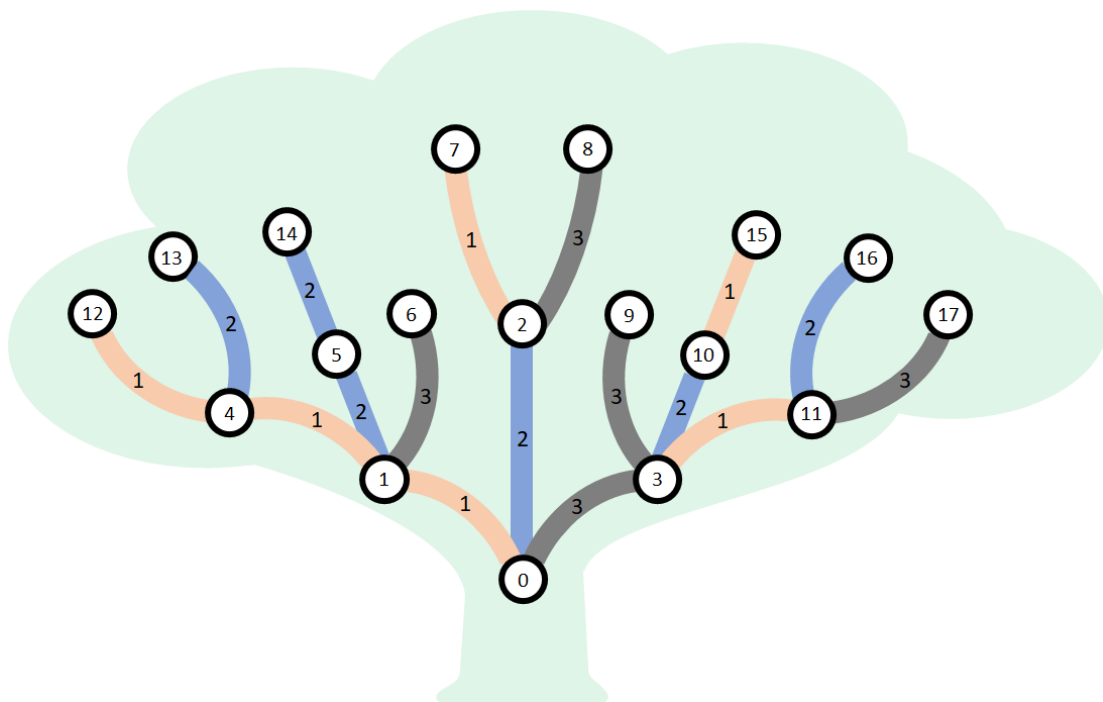
ป่าเวทย์ม (Vétyem Woods) เป็นพื้นที่ป่าที่อุดมไปด้วยต้นไม้หลากสีสัน หนึ่งในต้นบิชที่เก่าแก่และสูงที่สุดมีชื่อว่า เอิชแวนซ์ (Ős Vezér)

ต้นเอิชแวนซ์จำลองได้เป็นเซตของจุดยอด  $N$  จุด และเส้นเชื่อม  $N - 1$  เส้น จุดยอดกำหนดด้วยหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง  $N - 1$  และเส้นเชื่อมกำหนดด้วยหมายเลขตั้งแต่ 1 ถึง  $N - 1$  เส้นเชื่อมแต่ละเส้นจะเชื่อมจุดยอดสองจุดที่แตกต่างกันในต้นไม้ กล่าวโดยเจาะจงคือ เส้นเชื่อม  $i$  ( $1 \leq i < N$ ) เชื่อมจุดยอด  $i$  และจุดยอด  $P[i]$  ซึ่ง  $0 \leq P[i] < i$  และเรียกจุดยอด  $P[i]$  ว่า **พ่อแม่** ของจุดยอด  $i$  และเรียกจุดยอด  $i$  ว่า **ลูก** ของจุดยอด  $P[i]$

เส้นเชื่อมแต่ละเส้นมีสี โดยมีสีเส้นเชื่อมที่เป็นไปได้  $M$  สี กำหนดด้วยหมายเลขตั้งแต่ 1 ถึง  $M$  ซึ่งสีของเส้นเชื่อม  $i$  คือ  $C[i]$  เส้นเชื่อมต่างเส้นกันก็อาจมีสีเหมือนกันได้

สังเกตว่าตามนิยามด้านบน กรณี  $i = 0$  ไม่ตรงกับเส้นเชื่อมใดของต้นไม้เลย แต่เพื่อความสะดวก จึงกำหนดให้  $P[0] = -1$  และ  $C[0] = 0$

ตัวอย่างเช่น สมมติให้เอิชแวนซ์มีจุดยอด  $N = 18$  จุด มีสีเส้นเชื่อม  $M = 3$  สีที่เป็นไปได้ มีเส้นเชื่อม 17 เส้น โดยมีรูปแบบการเชื่อมเป็น  $P = [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11]$  และสีเป็น  $C = [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3]$  ต้นไม้ดังกล่าวแสดงในรูปต่อไปนี้:



อาร์พาด (Árpád) เป็นนักวิทยาศาสตร์เปี่ยมความสามารถผู้ชอบศึกษาส่วนของต้นไม้ที่เรียกว่า **ต้นไม้ย่อย** สำหรับแต่ละ  $r$  ซึ่ง  $0 \leq r < N$  นั้น ต้นไม้ย่อยของจุดยอด  $r$  คือเซต  $T(r)$  ของจุดยอด โดยเซตดังกล่าวมีสมบัติต่อไปนี้

- จุดยอด  $r$  อยู่ใน  $T(r)$
- เมื่อใดก็ตามที่จุดยอด  $x$  อยู่ใน  $T(r)$  จะได้ว่า ลูกทั้งหมดของ  $x$  ก็จะต้องอยู่ใน  $T(r)$  เช่นกัน
- ไม่มีจุดยอดอื่นนอกจากนี้ที่อยู่ใน  $T(r)$

ขนาดของเซต  $T(r)$  เขียนว่า  $|T(r)|$

อาร์พาดเพิ่งค้นพบสมบัติบางประการของต้นไม้ย่อยที่ถึงแม้จะซับซ้อนแต่ก็น่าสนใจ การค้นพบของอาร์พาดนั้นมีการใช้กระดาษและปากกาในการเล่นลองเขียนอย่างหนัก และเขาก็คาดว่าคุณก็คงต้องใช้วิธีเดียวกันในการทำความเข้าใจ เขาจะยกตัวอย่างหลายตัวอย่างเพื่อช่วยให้คุณได้ลองวิเคราะห์ห้อย่างละเอียด

สมมติว่าเราได้เลือกค่า  $r$  ไว้ และมี  $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$  เป็นการเรียงสับเปลี่ยนของจุดยอดในต้นไม้ย่อย  $T(r)$

สำหรับแต่ละ  $i$  ซึ่ง  $1 \leq i < |T(r)|$  กำหนดให้  $f(i)$  แทนจำนวนครั้งที่สี  $C[v_i]$  ปรากฏในลำดับของสี  $i - 1$  สี ดังต่อไปนี้:  $C[v_1], C[v_2], \dots, C[v_{i-1}]$

(สังเกตว่า  $f(1)$  จะมีค่าเป็น 0 เสมอ เพราะลำดับของสีตามในนิยามนี้เป็นลำดับที่ว่างเปล่า)

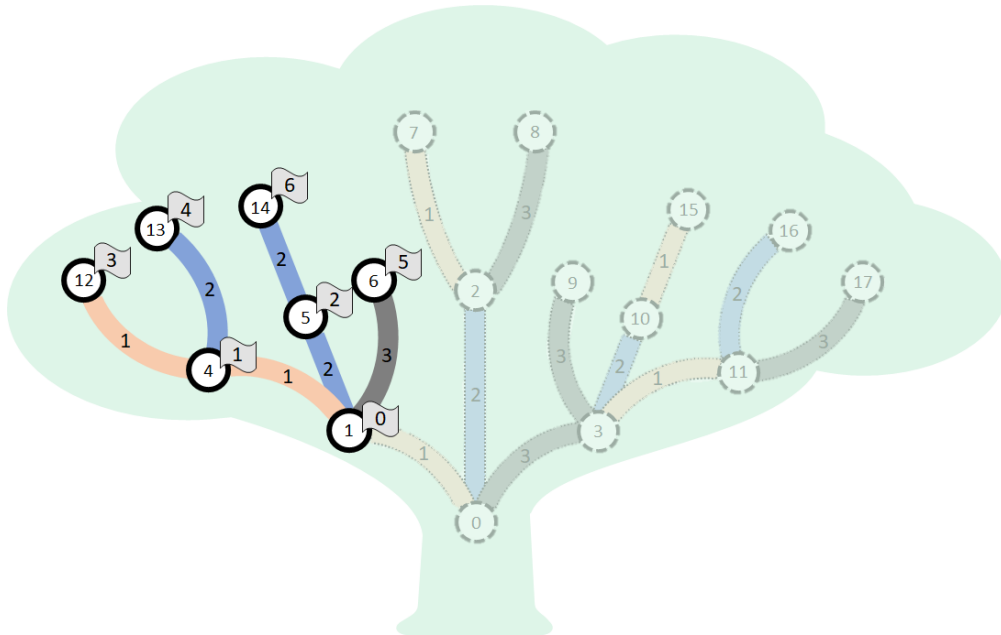
การเรียงสับเปลี่ยน  $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$  เป็น การเรียงสับเปลี่ยนที่งดงาม ก็ต่อเมื่อสมบัติต่อไปนี้เป็นจริงทั้งหมด:

- $v_0 = r$
- สำหรับแต่ละ  $i$  ซึ่ง  $1 \leq i < |T(r)|$  จะได้ว่า พ่อแม่ของจุดยอด  $v_i$  คือจุดยอด  $v_{f(i)}$

สำหรับแต่ละ  $r$  ซึ่ง  $0 \leq r < N$  นั้น ต้นไม้ย่อย  $T(r)$  เป็น ต้นไม้ย่อยที่งดงาม ก็ต่อเมื่อมีการเรียงสับเปลี่ยนของจุดยอดของ  $T(r)$  ที่งดงาม สังเกตว่าตามนิยามนี้ ทุกต้นไม้ย่อยที่ประกอบด้วยจุดยอดเพียงจุดเดียวจะงดงามเสมอ

พิจารณาด้านไม้ตามตัวอย่างด้านบน ต้นไม้ย่อย  $T(0)$  และ  $T(3)$  ของต้นไม้นี้ สามารถแสดงได้ว่าไม่งดงาม ส่วนต้นไม้ย่อย  $T(14)$  นั้นงดงามเพราะประกอบด้วยจุดยอดเพียงจุดเดียว และจากนี้เราจะแสดงให้เห็นว่า  $T(1)$  นั้นก็งดงามเช่นกัน

พิจารณาลำดับของจำนวนเต็มที่แตกต่างกันต่อไปนี้  $[v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6] = [1, 4, 5, 12, 13, 6, 14]$  ลำดับนี้เป็นการเรียงสับเปลี่ยนของจุดยอดใน  $T(1)$  รูปต่อไปนี้แสดงลำดับดังกล่าว โดยดัชนี (index) ของแต่ละจุดยอดในลำดับนี้แสดงในรูปเป็นตัวเลขในป้ายที่ติดอยู่บนจุดยอดจุดนั้น ๆ



จากนี้เราจะตรวจสอบให้ดูว่าลำดับนี้เป็น การเรียงสับเปลี่ยนที่งดงาม

- $v_0 = 1$
- $f(1) = 0$  เพราะ  $C[v_1] = C[4] = 1$  ปรากฏ 0 ครั้งในลำดับ []
  - สอดคล้องกับที่ว่า พ่อแม่ของ  $v_1$  คือ  $v_0$  หรือก็คือ พ่อแม่ของจุดยอด 4 คือจุดยอด 1 (กล่าวอย่างทางการคือ  $P[4] = 1$ )
- $f(2) = 0$  เพราะ  $C[v_2] = C[5] = 2$  ปรากฏ 0 ครั้งในลำดับ [1]
- $f(3) = 1$  เพราะ  $C[v_3] = C[12] = 1$  ปรากฏ 1 ครั้งในลำดับ [1, 2]
- $f(4) = 1$  เพราะ  $C[v_4] = C[13] = 2$  ปรากฏ 1 ครั้งในลำดับ [1, 2, 1]
- $f(5) = 0$  เพราะ  $C[v_5] = C[6] = 3$  ปรากฏ 0 ครั้งในลำดับ [1, 2, 1, 2]
- $f(6) = 2$  เพราะ  $C[v_6] = C[14] = 2$  ปรากฏ 2 ครั้งในลำดับ [1, 2, 1, 2, 3]

เนื่องจากว่าเราสามารถหา การเรียงสับเปลี่ยนที่งดงาม ของจุดยอดใน  $T(1)$  ได้ จึงสรุปได้ว่าต้นไม้ย่อย  $T(1)$  นั้นเป็น ต้นไม้ย่อยที่งดงาม

งานของคุณคือ ช่วยอาร์พาดตัดสินว่าแต่ละต้นไม้ย่อยของเอชแวนซ์ จัดวางงดงามหรือไม่

## รายละเอียดการเขียนโปรแกรม

คุณจะต้องเขียนฟังก์ชันต่อไปนี้

```
int[] beechtree(int N, int M, int[] P, int[] C)
```

- $N$ : จำนวนจุดยอดในต้นไม้

- $M$ : จำนวนสีเส้นเชื่อมที่เป็นไปได้
- $P, C$ : อาร์เรย์ความยาว  $N$  อธิบายรายละเอียดของเส้นเชื่อม
- ฟังก์ชันนี้ต้องคืนค่าเป็นอาร์เรย์  $b$  ความยาว  $N$  โดยสำหรับแต่ละ  $r$  ซึ่ง  $0 \leq r < N$  ค่าของ  $b[r]$  ควรเป็น 1 ถ้า  $T(r)$  นั้นงดงาม มิฉะนั้นเป็น 0
- ฟังก์ชันนี้จะถูกเรียกเพียงหนึ่งครั้งสำหรับแต่ละชุดทดสอบ

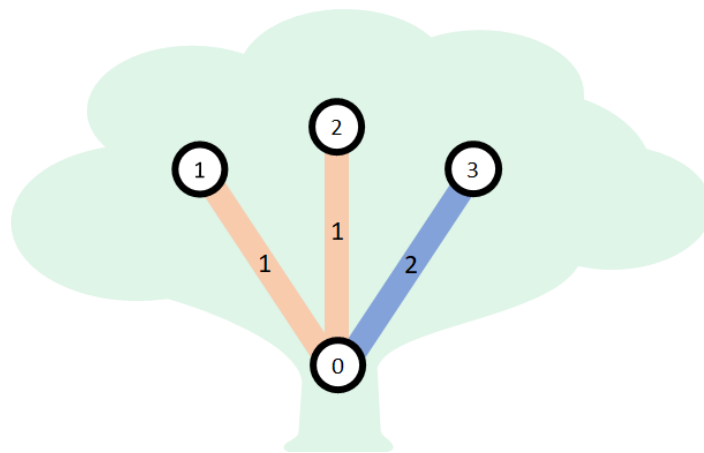
## ตัวอย่าง

### ตัวอย่างที่ 1

พิจารณาการเรียกฟังก์ชันต่อไปนี้

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

ต้นไม้ดังกล่าวแสดงในรูปต่อไปนี้



$T(1)$ ,  $T(2)$  และ  $T(3)$  แต่ละต้นประกอบด้วยจุดยอดเพียงจุดเดียว จึงจัดว่างดงามทั้งหมด ส่วน  $T(0)$  นั้นไม่งดงาม ดังนั้น ฟังก์ชันต้องคืนค่า  $[0, 1, 1, 1]$

### ตัวอย่างที่ 2

พิจารณาการเรียกฟังก์ชันต่อไปนี้

```
beechtree(18, 3,
          [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
          [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

ต้นไม้ดังกล่าวแสดงในรูปตามคำอธิบายโจทย์ด้านบน

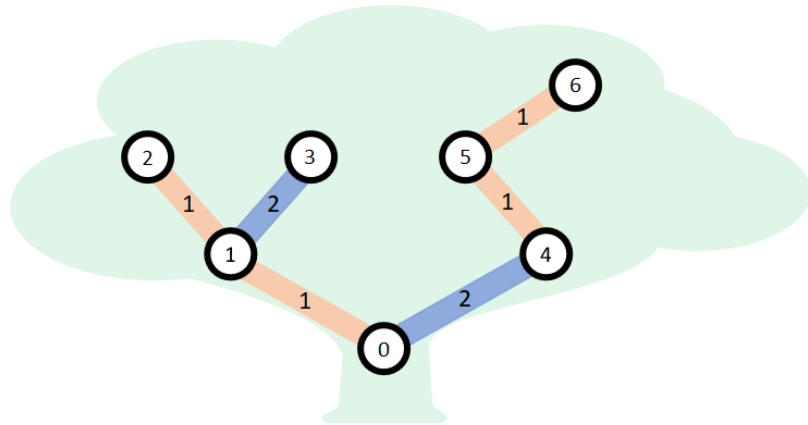
ฟังก์ชันต้องคืนค่า  $[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$

### ตัวอย่างที่ 3

พิจารณาการเรียกฟังก์ชันต่อไปนี้

```
beechtree(7, 2, [-1, 0, 1, 1, 0, 4, 5], [0, 1, 1, 2, 2, 1, 1])
```

ต้นไม้ดังกล่าวแสดงในรูปต่อไปนี้



$T(0)$  เป็นต้นไม้ย่อยเพียงต้นเดียวที่ไม่งดงาม ดังนั้น ฟังก์ชันต้องคืนค่า  $[0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$

### ข้อจำกัด

- $3 \leq N \leq 200\,000$
- $2 \leq M \leq 200\,000$
- $0 \leq P[i] < i$  (สำหรับแต่ละ  $i$  ซึ่ง  $1 \leq i < N$ )
- $1 \leq C[i] \leq M$  (สำหรับแต่ละ  $i$  ซึ่ง  $1 \leq i < N$ )
- $P[0] = -1$  และ  $C[0] = 0$

### ปัญหาย่อย

1. (9 คะแนน)  $N \leq 8$  และ  $M \leq 500$
2. (5 คะแนน) เส้นเชื่อม  $i$  เชื่อมจุดยอด  $i$  กับจุดยอด  $i - 1$  นั่นคือ สำหรับแต่ละ  $i$  ซึ่ง  $1 \leq i < N$  จะได้ว่า  $P[i] = i - 1$
3. (9 คะแนน) จุดยอดแต่ละจุดนอกจากจุดยอด 0 ถ้าไม่เชื่อมกับจุดยอด 0 ก็จะเชื่อมกับจุดยอดที่เชื่อมกับจุดยอด 0 นั่นคือ สำหรับแต่ละ  $i$  ซึ่ง  $1 \leq i < N$  จะได้ว่า  $P[i] = 0$  หรือ  $P[P[i]] = 0$
4. (8 คะแนน) สำหรับแต่ละ  $c$  ซึ่ง  $1 \leq c \leq M$  จะมีเส้นเชื่อมที่มีสี  $c$  อย่างมากที่สุดสองเส้น
5. (14 คะแนน)  $N \leq 200$  และ  $M \leq 500$
6. (14 คะแนน)  $N \leq 2\,000$  และ  $M = 2$
7. (12 คะแนน)  $N \leq 2\,000$
8. (17 คะแนน)  $M = 2$
9. (12 คะแนน) ไม่มีข้อจำกัดใดเพิ่มเติม

### เกรตเตอร์ตัวอย่าง

เกรตเตอร์ตัวอย่างจะอ่านค่าอินพุตในรูปแบบดังนี้

- บรรทัดที่ 1:  $N\ M$

- บรรทัดที่ 2:  $P[0] \ P[1] \ \dots \ P[N - 1]$
- บรรทัดที่ 3:  $C[0] \ C[1] \ \dots \ C[N - 1]$

ให้  $b[0], b[1], \dots$  แทนสมาชิกของอาร์เรย์ที่คืนค่ามาจากฟังก์ชัน beechtree เกรดเดอร์ตัวอย่างจะแสดงคำตอบของคุณบนบรรทัดเดียวในรูปแบบต่อไปนี้:

- บรรทัดที่ 1:  $b[0] \ b[1] \ \dots$