#### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

horses

Language: en-DEU

# **Pferde**

Mansur liebt es, Pferde zu züchten, genauso wie es seine Vorfahren schon immer taten. Er hat nun die grösste Herde in Kasachstan. Aber das war nicht immer so. Vor N Jahren war Mansur noch ein Dzhigit (kasachisch für  $junger\ Mann$ ) und besass nur ein einziges Pferd. Er träumte davon, viel Geld zu verdienen und ein Bai (kasachisch für  $sehr\ reiche\ Person$ ) zu werden.

Wir nummerieren die Jahre in chronologischer Reihenfolge von 0 bis N-1 (d.h. das Jahr N-1 ist das letzte). In jedem Jahr hat das Wetter das Wachstum der Herde beeinflusst. Für jedes Jahr i erinnert sich Mansur an einen positiven, ganzzahligen Wachstumskoeffizienten X[i]. Wer am Anfang des Jahres i genau i Pferde hatte, dessen Herde hatte am Ende des Jahres genau i Pferde.

Pferde können nur am Ende eines Jahres verkauft werden. Mansur erinnert sich für jedes Jahr i an eine positive Ganzzahl Y[i]: den Verkaufspreis pro Pferd am Ende des Jahres i. Nach jedem Jahr war es möglich, beliebig viele Pferde zu verkaufen, jedes Pferd zum selben Preis Y[i].

Mansur möchte gerne wissen, was der grösste Geldbetrag ist, den er jetzt haben könnte, falls er während der N Jahre die besten Momente zum Verkauf seiner Pferde gewählt hätte. Du hast die Ehre, ein Gast auf Mansurs Toi (kasachisch für Feier) zu sein, und er hat dich aufgefordert, diese Frage zu beantworten.

Mansurs Erinnerungen verbessern sich im Laufe des Abends und deshalb macht er eine Folge von M Updates. Jedes Update verändert entweder einen der Werte X[i] oder Y[i]. Nach jedem Update fragt er dich wieder nach dem grössten Geldbetrag, den er durch den Verkauf seiner Pferde hätte verdienen können. Mansurs Updates sind kumulativ: Jede deiner Antworten soll alle bisherigen Updates berücksichtigen. Beachte, dass ein einzelnes X[i] oder Y[i] mehrmals verändert werden kann.

Die tatsächlichen Antworten auf Mansurs Fragen können riesig sein. Um den Umgang mit grossen Zahlen zu vermeiden, musst du die Antwort nur modulo  $10^9 + 7$  ausgeben.

#### **Beispiel**

Nehmen wir an, dass es N=3 Jahre gibt und wir folgende Informationen haben:

	0	1	2
Χ	2	1	3
Y	3	4	1

Für diese Anfangswerte kann Mansur am meisten verdienen, wenn er seine beiden Pferde am Ende des Jahres 1 verkauft. Der ganze Ablauf sieht so aus:

■ Zu Beginn besitzt Mansur 1 Pferd.

- Am Ende von Jahr 0 besitzt er  $1 \cdot X[0] = 2$  Pferde.
- lacksquare Am Ende von Jahr 1 besitzt er  $2 \cdot X[1] = 2$  Pferde.
- lacktriangle Er kann diese beiden Pferde nun verkaufen. Der gesamte Verkaufspreis beträgt  $2 \cdot Y[1] = 8$ .

Nehmen wir an, dass es danach genau ein Update gibt (M=1). Dieses Update ändert Y[1] zu 2.

Nach dem Update haben wir:

	0	1	2
Χ	2	1	3
Y	3	2	1

In diesem Fall besteht eine der optimalen Lösungen darin, ein Pferd nach Jahr 0 und drei Pferde nach Jahr 2 zu verkaufen. Der ganze Ablauf sieht so aus:

- Zuerst hat Mansur 1 Pferd.
- Am Ende von Jahr 0 besitzt er  $1 \cdot X[0] = 2$  Pferde.
- Er verkauft nun eines dieser Pferde für Y[0] = 3 und hat ein Pferd übrig.
- Am Ende von Jahr 1 besitzt er  $1 \cdot X[1] = 1$  Pferd.
- Am Ende von Jahr 2 besitzt er  $1 \cdot X[2] = 3$  Pferde.
- Er kann nun diese drei Pferde für  $3 \cdot Y[2] = 3$  verkaufen. Der gesamte Verkaufspreis beträgt 3 + 3 = 6.

## **Aufgabe**

Du bekommst N, X, Y und die Liste der Updates. Vor dem ersten Update und nach jedem Update sollst du den maximalen Geldbetrag bestimmen, welchen Mansur für seine Pferde bekommen kann, modulo  $10^9 + 7$ . Du musst die Funktionen init, updateX, und updateY implementieren.

- init (N, X, Y) Der Grader ruft diese Funktion als Erstes und genau einmal auf.
  - N: die Anzahl Jahre.
  - X: ein Array der Länge N. Für  $0 \le i \le N-1$  bezeichnet X[i] den Wachstumskoeffizienten im Jahr i.
  - lacktriangledown Y: ein Array der Länge N. Für  $0 \leq i \leq N-1$  bezeichnet Y[i] den Preis pro Pferd am Ende von Jahr i.
  - Beachte, dass X und Y die Anfangswerte beschreiben, welche du von Mansur bekommst (vor allen Updates).
  - Nachdem init terminiert, bleiben die Arrays X und Y gültig und du darfst deren Inhalt verändern, falls du möchtest.
  - Die Funktion soll den maximalen Geldbetrag zurückgeben, welchen Mansur mit diesen Anfangswerten für X und Y bekommen kann, modulo  $10^9+7$ .

- updateX(pos, val)
  - pos: eine Ganzzahl aus dem Bereicht  $0, \ldots, N-1$ .
  - val: der neue Wert für X[pos].
  - lacktriangle Die Funktion soll den maximalen Geldbetrag zurückgeben, welchen Mansur nach diesem Update bekommen kann, modulo  $10^9+7$ .
- updateY(pos, val)
  - pos: eine Ganzzahl aus dem Bereicht  $0, \ldots, N-1$ .
  - val: der neue Wert für Y[pos].
  - Die Funktion soll den maximalen Geldbetrag zurückgeben, welchen Mansur nach diesem Update bekommen kann, modulo  $10^9 + 7$ .

Du darfst annehmen, dass alle anfänglichen wie auch alle veränderten Werte von X[i] und Y[i] zwischen 1 und  $10^9$  (inklusive) liegen.

Nach dem Aufruf von init wird der Grader updateX und updateY mehrmals aufrufen. updateY und updateY werden zusammengezählt M Mal aufgerufen.

### Teilaufgaben

Teilaufgabe	Punkte	N	M	Weitere Beschränkungen
1	17	$1 \le N \le 10$	M = 0	$X[i], Y[i] \le 10, \ X[0] \cdot X[1] \cdot \ldots \cdot X[N-1] \le 1,000$
2	17	$1 \leq N \leq 1,000$	$0 \le M \le 1,000$	keine
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \ge 2$ und val $\ge 2$ für init und updateX respektive
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	keine
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	keine

#### **Beispiel-Grader**

Der Beispiel-Grader liest die Eingabe aus der Datei horses. in in dem folgenden Format:

- Zeile 1: N
- Zeile 2: X[0] ... X[N 1]
- Zeile 3: Y[0] ... Y[N 1]
- Zeile 4: M
- Zeilen 5, ..., M + 4: drei Zahlen type pos val (type=1 für updateX und type=2 für updateY).

Der Beispiel-Grader gibt den Return-Wert von init aus, gefolgt von den Return-Werten aller Aufrufe von updateX und updateY.