International Olympiad in Informatics 2015



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

horses

Language: pl-PL

Konie (Horses)

Mansur, wzorem swoich starożytnych przodków, jest zapalonym hodowcą koni. Posiada obecnie największe stado w całym Kazachstanie. Nie zawsze jednak tak było. Ongiś, N lat temu, Mansur był jedynie dzygitem (kaz. mlodym człowiekiem) mającym tylko jednego konia. Marzył wtedy, aby zarobić dużo pieniędzy i stać się bajem (kaz. bogaczem).

Ponumerujmy lata działalności Mansura liczbami $0,1,\ldots,N-1$, od najdawniejszych do najnowszych. Podczas każdego roku stado mogło zwiększyć swoją liczebność, w zależności od pogody. Dla każdego roku i, Mansur pamięta współczynnik wzrostu — całkowitą dodatnią liczbę X[i]. Jeśli na początku roku i stado liczyło i koni, na koniec tego roku było już i0 koni w stadzie.

Konie można było sprzedawać wyłącznie pod koniec roku. Dla każdego roku i, Mansur pamięta również dodatnią liczbę całkowitą Y[i] — cenę, jaką można było otrzymać za sprzedaż jednego konia. Po każdym roku można było sprzedać dowolnie wiele spośród posiadanych koni, wszystkie po tej samej cenie Y[i].

Mansur zastanawia się, ile najwięcej pieniędzy mógł był zarobić, gdyby wybrał najlepsze momenty do sprzedaży koni w ciągu tych N lat. Masz obecnie zaszczyt gościć u Mansura w czasie toi (kaz. wakacji), Mansur zadał więc to pytanie Tobie.

Dodatkowo, w miarę snucia opowieści, Mansur przypomina sobie nowe fakty. Dokona on zatem M poprawek swojej historii. Każda z poprawek zmieni dokładnie jedną wartość X[i], albo dokładnie jedną wartość Y[i]. Po każdej poprawce Mansur znowu zapyta Cię o największą sumę pieniędzy, jaką mógł zarobić. Poprawki Mansura kumulują się — każda z Twoich odpowiedzi musi brać pod uwagę wszystkie poprzednie poprawki. Zwróć też uwagę na fakt, że każde X[i] lub Y[i] może być zmieniane wielokrotnie.

Odpowiedzi na pytania Mansura mogą być wielkimi sumami pieniędzy. Aby uniknąć dużych liczb, podaj wszystkie odpowiedzi modulo $10^9 + 7$.

Przykład

Załóżmy, że historia trwa N=3 lata z następującymi parametrami:

	0	1	2
Χ	2	1	3
Y	3	4	1

Dla tych wartości Mansur zarobi najwięcej, jeśli sprzeda oba swoje konie pod koniec roku 1. Cała historia wygląda wtedy następująco:

■ Na początku Mansur posiada 1 konia.

- Po roku 0 będzie miał $1 \cdot X[0] = 2$ konie.
- Po roku 1 będzie miał $2 \cdot X[1] = 2$ konie.
- lacktriangle Teraz może sprzedać oba konie za łączną sumę $2 \cdot Y[1] = 8$.

Teraz załóżmy, że jest M=1 poprawka: zmiana Y[1] na 2.

Po poprawce dane sa następujące:

	0	1	2
Χ	2	1	3
Y	3	2	1

W tym wypadku, jednym z możliwych najlepszych rozwiązań jest sprzedaż jednego konia po roku 0, zaś trzech po roku 2.

Cała historia wygląda wtedy następująco:

- Na początku Mansur posiada 1 konia.
- Po roku 0 będzie miał $1 \cdot X[0] = 2$ konie.
- Sprzedaje jednego z koni po cenie Y[0] = 3, pozostaje mu więc jeden koń.
- Po roku 1 będzie miał $1 \cdot X[1] = 1$ konia.
- lacksquare Po roku 2 będzie miał $1 \cdot X[2] = 3$ konie.
- lacktriangledown Teraz sprzedaje wszystkie konie za sumę $3\cdot Y[2]=3$. Zarobił łącznie 3+3=6.

Zadanie

Dane są liczby N, X, Y oraz lista poprawek. Oblicz maksymalny zysk ze sprzedaży koni Mansura przed wszystkimi poprawkami, a także po każdej poprawce. Podaj wyniki modulo $10^9 + 7$. Musisz zaimplementować funkcje init, updateX and updateY.

- init (N, X, Y) Program sprawdzający wywoła tę funkcję dokładnie raz.
 - N: liczba lat.
 - lacktriangle X: tablica długości N. Dla każdego $0 \leq i \leq N-1, X[i]$ to współczynnik wzrostu w roku i.
 - lacktriangle Y: tablica długości N. Dla każdego $0 \leq i \leq N-1, Y[i]$ to cena konia po roku i.
 - Wartości X and Y to liczby podane przez Mansura na początku (przed wszystkimi poprawkami).
 - Po zakończeniu działania funkcji init tablice X i Y pozostają zaalokowane i możesz dowolnie modyfikować ich zawartość.
 - Funkcja powinna zwrócić maksymalny zysk Mansura dla podanych początkowych wartości X and Y, modulo $10^9 + 7$.
- updateX(pos, val)

- pos: liczba całkowita z zakresu $0, \ldots, N-1$.
- val: nowa wartość X[pos].
- Funkcja powinna zwracać maksymalny zysk Mansura po uwzględnieniu tej poprawki, modulo $10^9 + 7$.
- updateY(pos, val)
 - pos: liczba całkowita z zakresu $0, \ldots, N-1$.
 - val: nowa wartość Y[pos].
 - Funkcja powinna zwracać maksymalny zysk Mansura po uwzględnieniu tej poprawki, modulo $10^9 + 7$.

Możesz założyć, że zarówno początkowe, jak i zaktualizowane później wartości X[i] oraz Y[i] są liczbami z zakresu od 1 do 10^9 włącznie.

Po jednokrotnym wywołaniu init, program sprawdzający wywoła funkcje updateX oraz updateY pewną liczbę razy. Łączna liczba wywołań updateX i updateY będzie wynosiła M.

Podzadania

podzadanie	liczba punktów	N	M	dodatkowe ograniczenia
1	17	$1 \le N \le 10$	M=0	$X[i], Y[i] \le 10, \ X[0] \cdot X[1] \cdot \ldots \cdot X[N-1] \le 1,000$
2	17	$1 \le N \le 1,000$	$0 \le M \le 1,000$	brak
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \ge 2$ oraz $val \ge 2$ odpowiednio dla init i updateX
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	brak
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	brak

Przykładowy program sprawdzający

Przykładowy program sprawdzający czyta dane z pliku horses.in w następującej postaci:

- wiersz 1: N
- wiersz 2: X[0] ... X[N 1]
- wiersz 3: Y[0] ... Y[N 1]
- wiersz 4: M
- wiersze 5, ..., M + 4: trzy liczby type pos val (type=1 dla updateX oraz type=2 dla updateY).

Przykładowy program sprawdzający wypisuje wartość zwróconą przez funkcję init, a po niej wartości zwrócone przez wywołania funkcji updateX and updateY.