ALMATY 2015

International Olympiad in Informatics 2015

26th July – 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

sorting

Language: fa-IRN

مرتبسازي

«آیژان» یک دنباله شامل N عدد صحیح $[\cdot]^2$ ، $[\cdot]^3$ ، $[\cdot]^3$ ، $[\cdot]^3$ ، در اختیار دارد. این دنباله شامل اعداد متمایز از $S[\cdot]$ تا $S[\cdot]$ است. او میخواهد این دنباله را با استفاده از جابه جایی جفت عناصر دنباله (swap) به ترتیب صعودی مرتب کند. دوستش «اِرمِک» نیز قصد دارد برخی از جفت عناصر دنباله را (نه لزوما در راستای کمک به آیژان) جابه جا کند.

ارمک و آیژان قصد دارند دنباله را در چندین مرحله تغییر دهند. در هر مرحله، ابتدا ارمک یک جابهجایی انجام می دهد و سپس آیژان یک جابهجایی دیگر انجام می دهد. به طور دقیق تر، شخصی که جابهجایی را انجام می دهد، دو اندیس معتبر انتخاب می کند و عناصر قرار گرفته در آن دو اندیس را جابهجا می کند. توجه کنید که این دو اندیس لزوما متمایز نیستند. در صورت برابری اندیس ها، یک عنصر با خودش جابه جا می شود و این کار دنباله را تغییر نمی دهد.

آیژان میداند که مرتبسازی دنباله ی S برای ارمک مهم نیست. او همچنین اندیسهای انتخابی ارمک را از قبل میداند. ارمک قصد دارد در M مرحله شرکت کند. این مراحل را از ۰ تا M-1 شماره گذاری می کنیم. به ازای هر i بین ۰ تا M-1 (شامل هر دو)، ارمک اندیسهای X[i] و X[i] را در مرحله ی X[i] انتخاب خواهد کرد.

آیژان قصد دارد که دنباله ی S را مرتب کند. قبل از هر مرحله، اگر آیژان متوجه شود که دنباله به صورت صعودی مرتب شده است، او به فرآیند مرتبسازی خاتمه خواهد داد. با فرض این که دنباله ی S و اندیسهایی که ارمک قصد انتخابشان را دارد به شما داده می شود، وظیفه ی شما پیدا کردن دنباله ای از جابه جایی ها است که آیژان می تواند با استفاده از آنها دنباله ی S را مرتب کند. علاوه بر این، در برخی از زیرمسئله ها شما باید کوتاهترین دنباله ی جابه جایی ها را پیدا کنید. شما می توانید فرض کنید که دنباله ی S با S مرحله یا کمتر، قابل مرتبسازی است.

توجه کنید که اگر آیژان متوجه شود که بعد از جابه جایی ارمک دنباله ی S مرتب شده است، او می تواند دو اندیس یکسان را جابه جا کند (برای نمونه، • و •). در نتیجه دنباله ی S بعد از پایان این مرحله مرتب شده است و در نتیجه آیژان به هدفش می رسد. هم چنین توجه کنید در صورتی که دنباله ی S در ابتدا مرتب باشد، کمترین تعداد مرحله ی مورد نیاز • خواهد بود.

مثال ١

فرض كنيد:

- دنباله ی اولیه $S = \mathfrak{t}, \mathfrak{T}, \mathfrak{t}, \mathfrak{t}, \mathfrak{t}$ است.
- ارمک تمایل دارد ۶ M=9 جابه جایی انجام دهد.
- دنبالههای X و Y ای که اندیسهای انتخابی ارمک را نشان میدهند عبارتند از: X ای که اندیسهای انتخابی ارمک را نشان میدهند عبارتند از X و X و X ای X و X و X ای X و

در این سناریو آیژان میتواند دنباله S را در سه مرحله به دنباله V, V, V, تبدیل کند. او میتواند این کار با انتخاب اندیسهای V, V, V, V, V, V, V انجام دهد.

جدول زیر نشان می دهد که ارمک و آیژان چگونه دنباله را تغییر دادهاند.

دنباله (از چپ به راست)	جابهجایی	بازیکن	مرحله
۴, ۳, ۲, ۱, ۰			شروع
٣, ۴, ٢, ١, ٠	(•,1)	ارمک	•
٠, ۴, ۲, ١, ٣	(•, ۴)	آيژان	•
٠, ٢, ۴, ١, ٣	(1, ٢)	ارمک	١
٠, ١, ۴, ٢, ٣	(1, 4)	آيژان	١
٠, ١, ٢, ۴, ٣	(۲,۳)	ارمک	۲
٠, ١, ٢, ٣, ۴	(٣, ٤)	آيژان	۲

مثال ۲

فرض كنيد:

- $S = \Upsilon, \bullet, \Upsilon, \Upsilon, \Upsilon$ است.
- ارمک تمایل دارد M=0 جابهجایی انجام دهد.
- جفت اندیسهایی که ارمک قصد انتخاب آنها را دارد عبارتند از (۱,۱)، (۴,۰)، (۲,۳)، (۱,۴) و (۰,۴).

در این سناریو آیژان می تواند دنباله ی S را در سه مرحله مرتب کند. برای مثال با انتخاب جفت اندیس های (1, 1)، (1, 1) و سپس (1, 1). جدول زیر نشان می دهد که ارمک و آیژان چگونه دنباله را تغییر داده اند.

دنباله (از چپ به راست)	جابهجایی	بازیکن	مرحله
٣, •, ۴, ٢, ١			شروع
٣, •, ۴, ٢, ١	(1,1)	ارمک	•
٣, ١, ۴, ٢, ٠	(1, 4)	آيژان	•
٠, ١, ۴, ٢, ٣	(4, •)	ارمک	١
٠, ١,٣, ٢, ۴	(4, 7)	آيژان	١
٠, ١, ٢, ٣, ۴	(۲,۳)	ارمک	۲
٠, ١, ٢, ٣, ۴	(۲, ۲)	آيژان	۲

مسئله

دنباله ی S، عدد M، و دنباله های X و Y به شما داده شده است. دنباله ی از جابه جایی ها را پیدا کنید که به کمک آن ها آیژان می تواند دنباله ی S را مرتب کند. در زیرمسئله های S و S شما باید کوتاه ترین دنباله ی ممکن از جابه جایی ها را پیدا کنید.

شما باید تابع findSwapPairs را پیادهسازی کنید:

• (findSwapPairs (N, S, M, X, Y, P, Q) این تابع دقیقا یک بار از طرف ارزیاب فراخوانی می شود.

- S طول دنبالهی \mathbb{N}
- S: آرایه ای از اعداد صحیح شامل دنباله ی اولیه ی S
- M: تعداد جابه جاهایی که ارمک قصد دارد انجام دهد.
- i ک، Y: آرایههایی به طول M از اعداد صحیح. به ازای هر 1-M-1 هر 1-M-1 ارمک قصد دارد در مرحله X اندیسهای X و X را جابه جا کند.
- \bullet Q، P: آرایهای از اعداد صحیح. از این آرایهها، برای گزارش دنبالهی جابهجاییهایی که آیژان توسط آنها میتواند دنبالهی S را مرتب کند استفاده کنید. مقدار S را برابر با طول دنبالهی جابهجاییهایی که برنامهی شما پیدا کرده است، در نظر بگیرید. برای هر i بین i تا i (شامل هر دو)، اندیسهایی که آیژان در مرحلهی i انتخاب می کند باید در i و i و i خیره شوند. شما میتوانید فرض کنید که برای هر یک از آرایههای i و i تعداد i عنصر در حافظه اختصاص داده شده است.
 - این تابع باید مقدار R (که در بالا تعریف شده) را به عنوان خروجی برگرداند.

زيرمسئلهها

زيرمسئله	امتياز	N	M	X محدودیتهای دیگر روی Y و	Rمحدودیت روی
1	8	$1 \le N \le 5$	$M = N^2$	X[i] = Y[i] = 0 for all i	$R \leq M$
2	12	$1 \le N \le 100$	M = 30N	X[i] = Y[i] = 0 for all i	$R \leq M$
3	16	$1 \le N \le 100$	M = 30N	X[i] = 0, Y[i] = 1 for all i	$R \leq M$
4	18	$1 \le N \le 500$	M = 30N	none	$R \leq M$
5	20	$6 \le N \le 2,000$	M = 3N	none	minimum possible
6	26	$6 \le N \le 200,000$	M = 3N	none	minimum possible

شما می توانید فرض کنید که جوابی با M مرحله و یا کمتر وجود دارد.

ارزياب نمونه

ارزیاب نمونه ورودی را از فایل sorting.in با فرمتی که در زیر آمده است، میخواند:

- سطر ۱: N
- سطر ۲: [0] کتا [N-1] S ا
 - سطر ۳: M
- سطر ۴ تا ۲ (i] : M + سپس (Y [i] سپس

ارزیاب نمونه خروجیهای زیر را چاپ می کند:

- findSwapPairs سطر ۱: مقدار R، خروجی تابع
- Q[i] سپس $P[i]: \cdot \leq i < R$ سپس سطر Y+i سپس