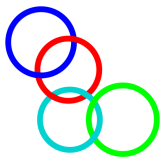
Anéis de Pára-quedas

Uma precoce e muito sofisticada versão do que agora chamamos de pára-quedas é descrita no livro de Leonardo *Codex Atlanticus* (ca. 1485). O pára-quedas de Leonardo consistia num pano de linho selado e mantido aberto por uma estrutura de madeira em forma de pirâmide.

Anéis conectados

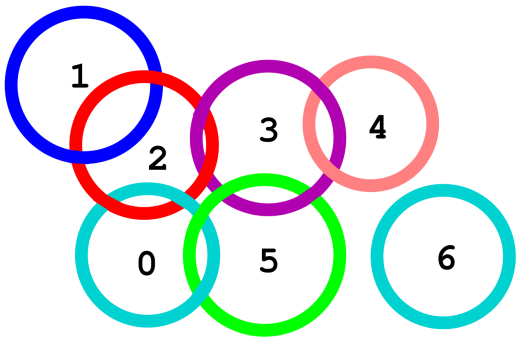
O pára-quedista Adrian Nicholas testou o desenho de Leonardo mais de 500 anos depois. Para isto, uma estrutura moderna e leve ligava o pára-quedas de Leonardo ao corpo humano. Nós queremos usar anéis conectados, que também funcionam como ganchos para o pano de linho. Cada anel é feito de um material flexível e forte. Os anéis podem ser facilmente conectados uns com os outros dado que cada anel pode ser aberto e fechado novamente. Uma configuração especial de anéis conectados é a *cadeia*. Uma *cadeia* é uma sequência de anéis em que cada anel está conectado aos seus (no máximo dois) vizinhos, tal como é ilustrado em baixo. Esta sequência tem de ter um início e um fim (anéis que estão conectados, no máximo, a um outro anel). Especificamente, um único anel também é uma cadeia.



Outras configurações são claramente possíveis, dado que um anel pode ser conectado com três ou mais anéis. Dizemos que um anel é *crítico* se depois de ser aberto e removido, os restantes anéis formarem um conjunto de cadeias (ou não existem outros anéis restantes). Por outras palavras, depois de se remover o anel, os anéis restantes apenas formam cadeias.

Exemplo

Considere os 7 anéis da figura seguinte, numerados de 0 a 6. Há dois anéis críticos. Um anel crítico é o 2: depois de removido, os restantes anéis formam as cadeias: [1], [0, 5, 3, 4] e [6]. O outro anel crítico é o 3: depois de removido, os restantes anéis formam as cadeias [1, 2, 0, 5], [4] e [6]. Se removermos qualquer outro anel, não obtemos um conjunto de cadeias disjuntas. Por exemplo, depois de removermos o anel 5: apesar de termos a cadeia [6], os anéis conectados 0, 1, 2, 3 e 4 não formam outra cadeia.



Enunciado

A sua tarefa é contar o número de anéis críticos numa dada configuração que será comunicada ao seu programa.

Inicialmente, existe um certo numero de anéis desconectados. Depois disso, os anéis são conectados. Em qualquer altura, podemos perguntar-lhe o numero de anéis críticos na configuração atual. Especificamente, tem de implementar três rotinas:

- `Init`(N) — é chamado exatamente uma vez ao inicio para comunicar que existem N anéis desconectados, numerados de 0 a N-1 (inclusive) na configuração inicial.
- `Link`(A, B) — os dois anéis, com os números A e B, são conectados. A e B são garantidamente diferentes e ainda não estão conectados; os parâmetros A e B não têm outras condicionantes, em particular não são condicionados por restrições físicas. Claramente, `Link`(A, B) e `Link`(B, A) são equivalentes.
- `CountCritical`() — devolve o numero de anéis críticos da configuração atual.

Exemplo

Considere a figura com N = 7 anéis e suponha que estão inicialmente desconectados. Agora mostramos uma sequência de comandos possível, onde, depois do último comando, obtemos a situação ilustrada na figura.

Comando	Devolve
`Init`(7)	
`CountCritical`()	7
`Link`(1, 2)	
`CountCritical`()	7
`Link`(0, 5)	
`CountCritical`()	7
`Link`(2, 0)	
`CountCritical`()	7
`Link`(3, 2)	
`CountCritical`()	4
`Link`(3, 5)	
`CountCritical`()	3
`Link`(4, 3)	
`CountCritical`()	2

Subtarefa 1 [20 pontos]

- $N \leq 5\,000$.
- A função `CountCritical` é chamada apenas uma vez, depois de todos os outros comandos; a função `Link` é chamada no máximo 5 000 vezes.

Subtarefa 2 [17 pontos]

- $N \leq 1\,000\,000$.
- A função `CountCritical` é chamada apenas uma vez, depois de todos os outros comandos; a função `Link` é chamada no máximo 1 000 000 de vezes.

Subtarefa 3 [18 pontos]

- $N \leq 20\,000$.
- A função `CountCritical` é chamada no máximo 100 vezes; a função `Link` é chamada no máximo 10 000 vezes.

Subtarefa 4 [14 pontos]

- $N \leq 100\,000$.
- As funções `CountCritical` e `Link` são chamadas, no total, um máximo de 100 000 vezes.

Subtarefa 5 [31 pontos]

- $N \leq 1\,000\,000$.
- As funções `CountCritical` e `Link` são chamadas, no total, um máximo de 1 000 000 de vezes.

Detalhes da Implementação

Tem de submeter exatamente um ficheiro, chamado `rings.c`, `rings.cpp` ou `rings.pas`. Este ficheiro implementa os subprogramas descritos acima usando as seguintes assinaturas:

Programas C/C++

```
void Init(int N);
void Link(int A, int B);
int CountCritical();
```

Programas Pascal

```
procedure Init(N : LongInt);
procedure Link(A, B : LongInt);
function CountCritical() : LongInt;
```

Estes subprogramas devem comportar-se como descrito acima. Claro que é livre de implementar outros subprogramas para uso interno. As suas submissões não devem interagir de qualquer forma com o standard input/output, nem com qualquer outro ficheiro.

Avaliador fornecido

O avaliador fornecido lê o input no seguinte formato:

- Linha 1: N, L;
- Linhas 2, …, L + 1:
  - -1 para chamar `CountCritical`;
  - A, B parâmetros de `Link`.

O avaliador fornecido vai imprimir todos os resultados de `CountCritical`.