

Σύγκριση φυτών (plants)

Ο Hazel ο βοτανολόγος επισκέφτηκε μια έκθεση στον Βοτανικό Κήπο της Σιγκαπούρης. Σε αυτή την έκθεση, n φυτά με **διακριτά ύψη** τοποθετούνται σε κύκλο. Τα φυτά είναι αριθμημένα από το 0 μέχρι το n-1 δεξιόστροφα, με το φυτό n-1 να είναι δίπλα στο φυτό 0.

Για κάθε φυτό i ($0 \le i \le n-1$), ο Hazel συγκρίνει το φυτό i με κάθε ένα από τα επόμενα k-1 φυτά δεξιόστροφα και καταγράφει τον αριθμό r[i] που δηλώνει πόσα από αυτά τα k-1 φυτά είναι ψηλότερα από το φυτό i. Επομένως, η τιμή του r[i] εξαρτάται από τα σχετικά ύψη κάποιων k διαδοχικών φυτών.

Για παράδειγμα, έστω ότι n=5, k=3 και i=3. Τα επόμενα k-1=2 φυτά δεξιόστροφα από το φυτό i=3 είναι το φυτό 4 και το φυτό 0. Αν το φυτό 4 είναι ψηλότερο από το φυτό 4 και το φυτό 4 κοντύτερο από το φυτό 4, ο Hazel πρέπει να καταγράψει r[3]=1.

Μπορείτε να υποθέσετε ότι η Hazel έχει καταγράψει σωστά τις τιμές των r[i] . Επομένως, υπάρχει τουλάχιστον μία διάταξη διακριτών υψών των φυτών που να είναι συνεπής με αυτές τις τιμές.

Σας ανατέθηκε να συγκρίνετε τα ύψη για q ζεύγη φυτών. Δυστυχώς, δεν έχετε πρόσβαση στην έκθεση. Η μόνη πηγή πληροφοριών σας είναι το σημειωματάριο του Hazel με την τιμή k και την ακολουθία τιμών $r[0],\ldots,r[n-1]$.

Για κάθε ζεύγος διαφορετικών φυτών x και y που πρέπει να συγκριθούν, προσδιορίστε ποια από τις τρεις ακόλουθες καταστάσεις συμβαίνει:

- Το φυτό x είναι σίγουρα ψηλότερο από το φυτό y: σε οποιαδήποτε διάταξη διακριτών υψών $h[0],\dots,h[n-1]$ που είναι συνεπής με τον πίνακα r, ισχύει h[x]>h[y].
- Το φυτό x είναι σίγουρα κοντύτερο από το φυτό y: σε οποιαδήποτε διάταξη διακριτών υψών $h[0], \ldots, h[n-1]$ που είναι συνεπής με τον πίνακα r, ισχύει h[x] < h[y].
- Δε γνωρίζουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμα της σύγκρισης: δεν ισχύει καμία από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

Λεπτομέρειες Υλοποίησης

Πρέπει να υλοποιήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις:

```
void init(int k, int[] r)
```

- k: το πλήθος των διαδοχικών φυτών των οποίων το ύψος καθορίζει κάθε μεμονωμένη τιμή r[i].
- ullet r: ένας πίνακας μήκους n, όπου r[i] είναι το πλήθος των φυτών που είναι ψηλότερα από το

φυτό i ανάμεσα στα επόμενα k-1 φυτά, δεξιόστροφα.

• Αυτή η συνάρτηση καλείται μόνο μία φορά, πριν από οποιαδήποτε κλήση της compare plants.

```
int compare_plants(int x, int y)
```

- x, y: οι αριθμοί των φυτών που θα συγκριθούν.
- Αυτή η συνάρτηση πρέπει να επιστρέφει:
 - $\circ 1$ αν το φυτό x είναι σίγουρα ψηλότερο από το φυτό y,
 - \circ -1 αν το φυτό x είναι σίγουρα κοντύτερο από το φυτό y,
 - ο 0 αν δε γνωρίζουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμα της σύγκρισης.
- Αυτή η συνάρτηση καλείται ακριβώς q φορές.

Παραδείγματα

Παράδειγμα 1

Θεωρήστε την ακόλουθη κλήση:

```
init(3, [0, 1, 1, 2])
```

Έστω ότι ο βαθμολογητής καλεί την compare_plants (0, 2). Αφού r[0]=0, γνωρίζουμε ότι το φυτό 2 δεν είναι ψηλότερο από το φυτό 0. Επομένως, η κλήση πρέπει να επιστρέψει 1.

Έστω ότι ο βαθμολογητής καλεί την compare_plants (1, 2) μετά. Για όλες τις πιθανές διατάξεις υψών που είναι συνεπείς με τους παραπάνω περιορισμούς, το φυτό 1 είναι κοντύτερο από το φυτό 2. Επομένως, η κλήση πρέπει να επιστρέψει -1.

Παράδειγμα 2

Θεωρήστε την ακόλουθη κλήση:

```
init(2, [0, 1, 0, 1])
```

Έστω ότι ο βαθμολογητής καλεί την compare_plants (0, 3). Αφού r[3]=1, γνωρίζουμε ότι το φυτό 0 είναι ψηλότερο από το φυτό 3. Επομένως, η κλήση πρέπει να επιστρέψει 1.

Έστω ότι ο βαθμολογητής μετά καλεί την compare_plants (1, 3). Δύο διατάξεις υψών [3,1,4,2] και [3,2,4,1] είναι συνεπείς με τις μετρήσεις του Hazel. Εφόσον το φυτό 1 είναι κοντύτερο από το φυτό 3 στη μια διάταξη και ψηλότερο στην άλλη, η κλήση πρέπει επιστρέψει 0.

Περιορισμοί

• $2 \le k \le n \le 200\ 000$

- $1 \le q \le 200\ 000$
- ullet $0 \leq r[i] \leq k-1$ (για κάθε $0 \leq i \leq n-1$)
- $0 \le x < y \le n 1$
- Υπάρχει τουλάχιστον μία διάταξη διακριτών υψών των φυτών που να είναι συνεπής με τον πίνακα r.

Υποπροβλήματα

- 1. (5 βαθμοί) k=2
- 2. (14 βαθμοί) $n \le 5000$, $2 \cdot k > n$
- 3. (13 βαθμοί) $2 \cdot k > n$
- 4. (17 βαθμοί) Η σωστή απάντηση για κάθε κλήση της compare plants είναι 1 ή -1.
- 5. (11 βαθμοί) $n \leq 300, q \leq \frac{n \cdot (n-1)}{2}$
- 6. (15 βαθμοί) x=0 για κάθε κλήση της compare plants.
- 7. (25 βαθμοί) Κανένας επιπλέον περιορισμός.

Υπόδειγμα βαθμολογητή

Το υπόδειγμα βαθμολογητή διαβάζει την είσοδο στην εξής μορφή:

- γραμμή 1: n k q
- γραμμή 2: r[0] r[1] ... r[n-1]
- ullet γραμμή 3+i ($0\leq i\leq q-1$): $x\,$ y για την $i ext{-ooth}$ κλήση της <code>compare_plants</code>

Το υπόδειγμα βαθμολογητή τυπώνει τις απαντήσεις σας στην εξής μορφή:

ullet γραμμή 1+i ($0\leq i\leq q-1$): η τιμή που επιστρέφει η i-οστή κλήση της <code>compare_plants</code>.