

## Σύγκριση φυτών (plants)

Ο Hazel ο βοτανολόγος επισκέφτηκε μια έκθεση στον Βοτανικό Κήπο της Σιγκαπούρης. Σε αυτή την έκθεση,  $n$  φυτά με **διακριτά ύψη** τοποθετούνται σε κύκλο. Τα φυτά είναι αριθμημένα από το 0 μέχρι το  $n - 1$  δεξιόστροφα, με το φυτό  $n - 1$  να είναι δίπλα στο φυτό 0.

Για κάθε φυτό  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ), ο Hazel συγκρίνει το φυτό  $i$  με κάθε ένα από τα επόμενα  $k - 1$  φυτά δεξιόστροφα και καταγράφει τον αριθμό  $r[i]$  που δηλώνει πόσα από αυτά τα  $k - 1$  φυτά είναι ψηλότερα από το φυτό  $i$ . Επομένως, η τιμή του  $r[i]$  εξαρτάται από τα σχετικά ύψη κάποιων  $k$  διαδοχικών φυτών.

Για παράδειγμα, έστω ότι  $n = 5$ ,  $k = 3$  και  $i = 3$ . Τα επόμενα  $k - 1 = 2$  φυτά δεξιόστροφα από το φυτό  $i = 3$  είναι το φυτό 4 και το φυτό 0. Αν το φυτό 4 είναι ψηλότερο από το φυτό 3 και το φυτό 0 κοντύτερο από το φυτό 3, ο Hazel πρέπει να καταγράψει  $r[3] = 1$ .

Μπορείτε να υποθέσετε ότι η Hazel έχει καταγράψει σωστά τις τιμές των  $r[i]$ . Επομένως, υπάρχει τουλάχιστον μία διάταξη διακριτών υψών των φυτών που να είναι συνεπής με αυτές τις τιμές.

Σας ανατέθηκε να συγκρίνετε τα ύψη για  $q$  ζεύγη φυτών. Δυστυχώς, δεν έχετε πρόσβαση στην έκθεση. Η μόνη πηγή πληροφοριών σας είναι το σημειωματάριο του Hazel με την τιμή  $k$  και την ακολουθία τιμών  $r[0], \dots, r[n - 1]$ .

Για κάθε ζεύγος διαφορετικών φυτών  $x$  και  $y$  που πρέπει να συγκριθούν, προσδιορίστε ποια από τις τρεις ακόλουθες καταστάσεις συμβαίνει:

- Το φυτό  $x$  είναι σίγουρα ψηλότερο από το φυτό  $y$ : σε οποιαδήποτε διάταξη διακριτών υψών  $h[0], \dots, h[n - 1]$  που είναι συνεπής με τον πίνακα  $r$ , ισχύει  $h[x] > h[y]$ .
- Το φυτό  $x$  είναι σίγουρα κοντύτερο από το φυτό  $y$ : σε οποιαδήποτε διάταξη διακριτών υψών  $h[0], \dots, h[n - 1]$  που είναι συνεπής με τον πίνακα  $r$ , ισχύει  $h[x] < h[y]$ .
- Δε γνωρίζουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμα της σύγκρισης: δεν ισχύει καμία από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

## Λεπτομέρειες Υλοποίησης

Πρέπει να υλοποιήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις:

```
void init(int k, int[] r)
```

- $k$ : το πλήθος των διαδοχικών φυτών των οποίων το ύψος καθορίζει κάθε μεμονωμένη τιμή  $r[i]$ .
- $r$ : ένας πίνακας μήκους  $n$ , όπου  $r[i]$  είναι το πλήθος των φυτών που είναι ψηλότερα από το φυτό  $i$  ανάμεσα στα επόμενα  $k - 1$  φυτά, δεξιόστροφα.

- Αυτή η συνάρτηση καλείται μόνο μία φορά, πριν από οποιαδήποτε κλήση της `compare_plants`.

```
int compare_plants(int x, int y)
```

- $x, y$ : οι αριθμοί των φυτών που θα συγκριθούν.
- Αυτή η συνάρτηση πρέπει να επιστρέφει:
  - 1 αν το φυτό  $x$  είναι σίγουρα ψηλότερο από το φυτό  $y$ ,
  - $-1$  αν το φυτό  $x$  είναι σίγουρα κοντύτερο από το φυτό  $y$ ,
  - 0 αν δε γνωρίζουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμα της σύγκρισης.
- Αυτή η συνάρτηση καλείται ακριβώς  $q$  φορές.

## Παραδείγματα

### Παράδειγμα 1

Θεωρήστε την ακόλουθη κλήση:

```
init(3, [0, 1, 1, 2])
```

Έστω ότι ο βαθμολογητής καλεί την `compare_plants(0, 2)`. Αφού  $r[0] = 0$ , γνωρίζουμε ότι το φυτό 2 δεν είναι ψηλότερο από το φυτό 0. Επομένως, η κλήση πρέπει να επιστρέψει 1.

Έστω ότι ο βαθμολογητής καλεί την `compare_plants(1, 2)` μετά. Για όλες τις πιθανές διατάξεις υψών που είναι συνεπείς με τους παραπάνω περιορισμούς, το φυτό 1 είναι κοντύτερο από το φυτό 2. Επομένως, η κλήση πρέπει να επιστρέψει  $-1$ .

### Παράδειγμα 2

Θεωρήστε την ακόλουθη κλήση:

```
init(2, [0, 1, 0, 1])
```

Έστω ότι ο βαθμολογητής καλεί την `compare_plants(0, 3)`. Αφού  $r[3] = 1$ , γνωρίζουμε ότι το φυτό 0 είναι ψηλότερο από το φυτό 3. Επομένως, η κλήση πρέπει να επιστρέψει 1.

Έστω ότι ο βαθμολογητής μετά καλεί την `compare_plants(1, 3)`. Δύο διατάξεις υψών  $[3, 1, 4, 2]$  και  $[3, 2, 4, 1]$  είναι συνεπείς με τις μετρήσεις του Hazel. Εφόσον το φυτό 1 είναι κοντύτερο από το φυτό 3 στη μια διάταξη και ψηλότερο στην άλλη, η κλήση πρέπει επιστρέψει 0.

## Περιορισμοί

- $2 \leq k \leq n \leq 200\,000$
- $1 \leq q \leq 200\,000$

- $0 \leq r[i] \leq k - 1$  (για κάθε  $0 \leq i \leq n - 1$ )
- $0 \leq x < y \leq n - 1$
- Υπάρχει τουλάχιστον μία διάταξη **διακριτών υψών** των φυτών που να είναι συνεπής με τον πίνακα  $r$ .

## Υποπροβλήματα

1. (5 βαθμοί)  $k = 2$
2. (14 βαθμοί)  $n \leq 5000, 2 \cdot k > n$
3. (13 βαθμοί)  $2 \cdot k > n$
4. (17 βαθμοί) Η σωστή απάντηση για κάθε κλήση της `compare_plants` είναι 1 ή  $-1$ .
5. (11 βαθμοί)  $n \leq 300, q \leq \frac{n \cdot (n-1)}{2}$
6. (15 βαθμοί)  $x = 0$  για κάθε κλήση της `compare_plants`.
7. (25 βαθμοί) Κανένας επιπλέον περιορισμός.

## Υπόδειγμα βαθμολογητή

Το υπόδειγμα βαθμολογητή διαβάζει την είσοδο στην εξής μορφή:

- γραμμή 1:  $n \ k \ q$
- γραμμή 2:  $r[0] \ r[1] \ \dots \ r[n - 1]$
- γραμμή  $3 + i$  ( $0 \leq i \leq q - 1$ ):  $x \ y$  για την  $i$ -οστή κλήση της `compare_plants`

Το υπόδειγμα βαθμολογητή τυπώνει τις απαντήσεις σας στην εξής μορφή:

- γραμμή  $1 + i$  ( $0 \leq i \leq q - 1$ ): η τιμή που επιστρέφει η  $i$ -οστή κλήση της `compare_plants`.