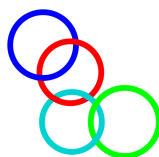


## 降落傘圓環

在李奧納多的文獻 "Codex Atlanticus" 中描述了一種早期而複雜的降落傘。李奧納多的降落傘是一個由布料縫製而成的金字塔型木頭結構。

## 串接的圓環

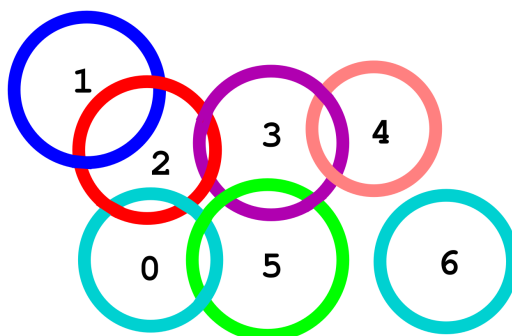
空中自由落體玩家 Adrain Nicholas (愛準尼古拉斯) 在五百年後測試了李奧納多的設計。在這個測試中，一個現代的輕量結構將李奧納多的降落傘使用到人體。我們想要使用串接的圓環，這些圓環為縫製的布料提供了鉤子。圓環可以很簡單地串接在一起，而且每一個圓環可以打開或關閉。串接的圓環可以構成一種特殊的型態叫做"鍊"(chain)。所謂的"鍊"指的是一序列串接的圓環，每個圓環可以串接(最多兩個)鄰居。但是這個序列必須有個起頭與結束(這兩個圓環只能串接另外一個圓環)。如下圖所示。



其他種串接型態當然是可能的，因為一個圓環可以串接到3個或更多的圓環。我們說一個圓環是"關鍵的"如果我們將它打開並移除這個圓環，其他的圓環會形成互無交集的鍊的集合(或者是沒有任何的圓環留下)。

## 例子

請參考下圖中的7個圓環，其編號由0到6。在這個例子中有兩個"關鍵"圓環。其中一個關鍵圓環是編號2的圓環。移除此圓環，剩下的圓環形成三條鍊 [1], [0,5,3,4] 以及 [6]。另外一個關鍵圓環是編號3的圓環，移除此圓環，剩下的圓環形成三條鍊 [1,2,0,5],[4],以及 [6]。如果我們嘗試著移除其他的圓環，我們無法獲得互無交集的鍊集合。舉例來說，移除編號5的圓環之後，雖然可以獲得[6]這樣的一條鍊，但是 0,1,2,3 以及 4 並沒有形成一條鍊。



## Statement

給定一個串接的圓環型態，你的程式必須計算其關鍵圓環的個數。

一開始給定一群互無交集的圓環。接著這些圓環將被串接在一起。在任意的時刻，你的程式必須回答目前關鍵圓環的個數。為了達成這個目標，你必須實作3個副程式。

- `Init(N)` — 這個副程式一開始只被呼叫一次，來告訴你有 $N$ 個互無交集的圓環，其編號從  $0$  到  $N - 1$  (含) 作為初始的圓環型態。
- `Link(A, B)` — 將編號 $A$ 以及編號 $B$ 的圓環串接在一起。此副程式被呼叫時，保證 $A$ 與 $B$ 不相同，而且兩個圓環尚未串接在一起。除此之外，沒有其他任何物理限制需要考量。顯而易見，`Link(A, B)` 與 `Link(B, A)` 是一樣的。
- `CountCritical()` — 回傳目前串接圓環的組態中關鍵圓環的個數。

### 範例

請參考圖示中 7 個圓環構成的組態並假設它們一開始尚未串接在一起。這個範例列出一個可能的呼叫序列。在經過了最後的一個副程式呼叫，則獲得了圖示中所描述的組態。

呼叫	回傳
<code>Init(7)</code>	
<code>CountCritical()</code>	7
<code>Link(1, 2)</code>	
<code>CountCritical()</code>	7
<code>Link(0, 5)</code>	
<code>CountCritical()</code>	7
<code>Link(2, 0)</code>	
<code>CountCritical()</code>	7
<code>Link(3, 2)</code>	
<code>CountCritical()</code>	4
<code>Link(3, 5)</code>	
<code>CountCritical()</code>	3
<code>Link(4, 3)</code>	
<code>CountCritical()</code>	2

## Subtask 1 [20 points]

- $N \leq 5\,000$ .
- 副程式 `CountCritical` 只會被呼叫一次而且是在其他副程式被呼叫之後。副程式 `Link` 最多被呼叫 5000 次。

## Subtask 2 [17 points]

- $N \leq 1\,000\,000$ .

- 副程式 `CountCritical` 只會被呼叫一次，而且是在其他副程式被呼叫之後。副程式 `Link` 最多被呼叫 1 000 000 次。

### Subtask 3 [18 points]

- $N \leq 20\,000$ .
- 副程式 `CountCritical` 被呼叫最多 100 次; 副程式 `Link` 最多被呼叫 10000 times.

### Subtask 4 [14 points]

- $N \leq 100\,000$ .
- 副程式 `CountCritical` 與 `Link` 總共被呼叫最多 100 000 次。

### Subtask 5 [31 points]

- $N \leq 1\,000\,000$ .
- 副程式 `CountCritical` 以及 `Link` 總共被呼叫最多 1 000 000 次。

## 實作細節

你必須上傳一個檔案叫做 `rings.c`, `rings.cpp` 或 `rings.pas`. 這個檔案實作上述的副程式並使用下面敘述的函式原型。

#### C/C++ programs

```
void Init(int N);
void Link(int A, int B);
int CountCritical();
```

#### Pascal programs

```
procedure Init(N : LongInt);
procedure Link(A, B : LongInt);
function CountCritical() : LongInt;
```

你實作的副程式必須表現上述的行為。當然，你可以實作其他內部使用的副程式。你上傳的程式不能與標準輸入/輸出進行互動，也不能與其他的檔案進行互動。

#### 範例評分系統

範例評分系統從符合下面格式的資料進行輸入

- line 1:  $N, L$ ;

- lines 2, ..., L + 1:
  - -1 會呼叫 `CountCritical`;
  - A, B 是呼叫 `Link` 的參數.

範例評分系統會將 `CountCritical` 的結果列印出來。