超車 (Overtaking)

從布達佩斯到 Forrás 飯店有一條道路,此道路為單行道並只有一線車道。這條路的長度為L公里。

在 IOI 2023 大會期間,有 N+1 台巴士行駛於此道路上。巴士編號由 0 至 N 。巴士 i ($0 \le i < N$) 被安排於大會的第 T[i] 秒離開機場,每行駛 1 公里用 W[i] 秒。巴士 N 為預備巴士,每行駛 1 公里用 X 秒。它離開機場的時刻 Y 尚未被決定。

一般來說,在此道路上超車是不被允許的,但在 **分類站** (sorting stations) 巴士是被允許互相超車的。 有M 個分類站 (M>1) 位於此道路上的不同位置,編號由 0 至 M-1。 沿著此道路,分類站 j ($0 \le j < M$) 位於離機場 S[j] 公里處。 分類站以離機場的距離遞增排序,即 S[j] < S[j+1],對所有 $0 \le j \le M-2$ 。 第一個分類站為機場,最後一個分類站為飯店,即 S[0] = 0 以及 S[M-1] = L。

每台巴士皆以其最大速度行駛,除非它追趕上一台駛於其前方且速度較慢的巴士。在此情形下,它們會行 駛在一起並被強制以其中較慢的速度前進,直到到達下一個分類站。在那裡較快的巴士將超越較慢的巴 士。

正式地說,對每對 i 與 j 滿足 $0 \le i \le N$ 且 $0 \le j < M$,巴士 i **到達** 分類站 j 的時刻 $t_{i,j}$ (單位為秒) 定義如下。 對任一 $0 \le i < N$, $t_{i,0} = T[i]$,且 $t_{N,0} = Y$ 。 對任一 j 滿足 0 < j < M:

- 定義巴士i 到達分類站j 的 **預期到達時刻** (單位為秒),以 $e_{i,j}$ 表示,為巴士i 到達分類站j-1 的時刻起算,以最大速度行駛至分類站j 的時刻。意即,
 - \circ $e_{i,j} = t_{i,j-1} + W[i] \cdot (S[j] S[j-1])$ 對任意 $0 \leq i < N$,且
 - $\circ \ \ e_{N,j} = t_{N,j-1} + X \cdot (S[j] S[j-1]) \circ$
- 巴士 i 到達分類站 j 的時刻,為巴士 i 以及比巴士 i 早到達分類站 j-1 的所有巴士中,預期到達時刻的 *最大值*。正式地說, $t_{i,j}$ 為 $e_{i,j}$ 與所有滿足滿足 $0 \le k \le N$ 且 $t_{k,j-1} < t_{i,j-1}$ 的 $k \ge e_{k,j}$ 中的最大值。

IOI 的主辦單位想要安排預備巴士 (巴士 N)。你的任務是回答 Q 個主辦單位的問題,問題形式如下:若預備巴士於時刻 Y (單位為秒) 離開機場,該巴士到達飯店的時刻為何?

實作細節 (Implementation Details)

你的任務是實作下列所有程序:

void init(int L, int N, int64[] T, int[] W, int X, int M, int[] S)

- *L*: 此道路的長度。
- *N*: 非預備巴士的數量。

- T: 一長度為 N 的陣列,用來描述非預備巴士被安排離開機場的時刻。
- W: 一長度為 N 的陣列,用來描述非預備巴士的最大速度。
- *X*: 預備巴士行駛 1 公里所需的時間。
- M: 分類站的數量。
- S: 一長度為 M 的陣列,用來描述分類站距離機場的距離。
- 對於每筆測資,在任何 arrival_time 的呼叫前,此程序被呼叫恰好一次。

int64 arrival_time(int64 Y)

- Y: 預備巴士 (巴士 N) 應離開機場的時刻。
- 此程序應回傳預備巴士到達飯店的時刻。
- 此程序會被呼叫恰好 Q 次。

範例 (Example)

考慮下列呼叫序列:

在忽略巴士 4 (因其尚未被安排) 的狀況下,下表展示了非預備巴士於各個分類站的預期到達時刻以及實際 到達時刻:

i	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180

各巴士到達分類站 0 的時刻為各巴士被安排離開機場的時刻。即 $t_{i,0}=T[i]$,其中 $0\leq i\leq 3$ 。

各巴士於分類站1的預期到達時刻與實際到達時刻的計算方式如下:

- 各巴士於分類站1的預期到達時刻:
 - $\mathbb{E}\pm 0$: $e_{0,1}=t_{0,0}+W[0]\cdot (S[1]-S[0])=20+5\cdot 1=25$ •
 - $\circ \quad \Box \pm 1$: $e_{1,1} = t_{1,0} + W[1] \cdot (S[1] S[0]) = 10 + 20 \cdot 1 = 30 \circ 10^{-1}$
 - $\circ \quad \Box \pm 2$: $e_{2,1} = t_{2,0} + W[2] \cdot (S[1] S[0]) = 40 + 20 \cdot 1 = 60 \circ$
 - $\mathbb{E}\pm 3$: $e_{3,1}=t_{3,0}+W[3]\cdot (S[1]-S[0])=0+30\cdot 1=30$ •
- 各巴士於分類站1的實際到達時刻:
 - 。 巴士 1 與 3 較巴士 0 早到達分類站 0,故 $t_{0,1} = \max([e_{0,1},e_{1,1},e_{3,1}]) = 30$ 。
 - 巴士 3 較巴士 1 早到達分類站 0,故 $t_{1,1} = \max([e_{1,1}, e_{3,1}]) = 30$ •
 - 。 巴士 0 、巴士 1 及巴士 3 較巴士 2 早到達分類站 0 ,故 $t_{2,1}=\max([e_{0,1},e_{1,1},e_{2,1},e_{3,1}])=60$ 。

。 沒有巴士較巴士 3 早到達分類站 0,故 $t_{3,1} = \max([e_{3,1}]) = 30$ 。

arrival_time(0)

巴士 4 耗費 10 秒行駛 1 公里且目前被安排於第 0 秒離開機場。 在此情形,下表展示了各巴士的實際到達時刻。 非預備巴士的預期到達時間與實際到達時間有差異者以底線標註。

i	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	<u>60</u>
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	0	10	10	30	30	60	60

可看到巴士4於第60秒到達飯店。因此,此程序應回傳60。

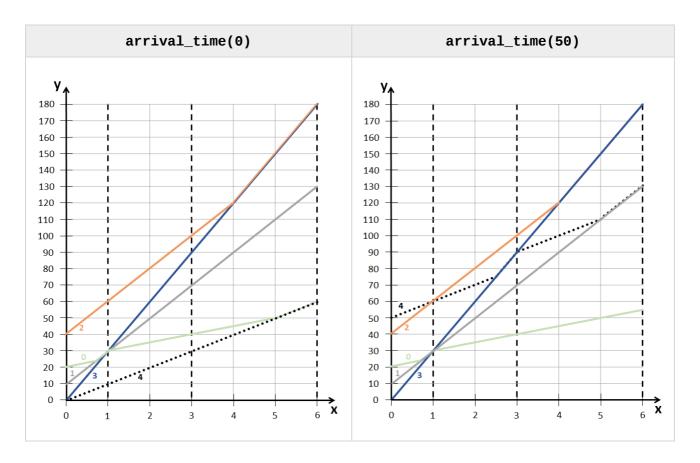
arrival_time(50)

巴士 4 目前被安排於第 50 秒離開機場。 在此情形下,與初始的表格相比非預備巴士的到達時間沒有任何 改變。 到達時間展示於下表。

i	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	50	60	60	80	90	120	130

巴士 4 於分類站 1 超越巴士 2 因為它們同時到達該站。 接下來,巴士 4 於分類站 1 與 2 之間和巴士 3 會合,導致巴士 4 於第 90 秒到達分類站 2 而不是於第 80 秒到達。 在離開分類站 2 後,巴士 4 與巴士 1 會合直到到達飯店。 巴士 4 於第 130 秒到達飯店。 因此,此程序應回傳 130。

我們可繪製每台巴士由機場開始到達各距離的時間。 x-軸表示與機場的距離 (單位為公里) 而 y-軸表示時間 (單位為秒)。 分類站的位置以鉛垂的虛線標註。 相異實線 (旁邊標註巴士編號)表示該四台非預備巴士。 黑色點狀虛線表示預備巴士。



限制 (Constraints)

- $1 \le L \le 10^9$
- $1 \le N \le 1000$
- $0 \le T[i] \le 10^{18}$ (對任意 i 滿足 $0 \le i < N$)
- $1 \le W[i] \le 10^9$ (對任意 i 滿足 $0 \le i < N$)
- $1 \le X \le 10^9$
- $2 \le M \le 1000$
- $\bullet \ \ 0 = S[0] < S[1] < \dots < S[M-1] = L$
- $1 \le Q \le 10^6$
- $0 \le Y \le 10^{18}$

子任務 (Subtasks)

- 1. (9 points) $N=1, Q \leq 1\,000$
- 2. (10 points) $M=2, Q \leq 1\,000$
- 3. (20 points) $N, M, Q \leq 100$
- 4. (26 points) $Q \le 5\,000$
- 5. (35 points) 無額外限制。

範例評分程式 (Sample Grader)

此範例評分程式以下列格式讀取輸入:

- $\bullet \quad \text{line 1: } L\ N\ X\ M\ Q$
- line 2: T[0] T[1] ... T[N-1]
- line 3: W[0] W[1] ... W[N-1]
- ullet line 4: S[0] S[1] \dots S[M-1]
- line 5 + k ($0 \le k < Q$): Y for question k

此範例評分程式以下列格式輸出你的答案:

ullet line 1+k ($0 \leq k < Q$): the return value of <code>arrival_time</code> for question k