Schere und Klebeband (scissors)

Tag	2
Sprache	German
Zeitlimit:	1 Sekunde
Speicherlimit:	1024 Megabyte

Du bekommst ein Stück Papier in der Form eines einfachen Polygons S. Deine Aufgabe ist es, dieses in die Form des einfachen Polygons T zu bringen, das die gleiche Fläche wie S hat.

Du kannst zwei Hilfsmittel verwenden: Schere und Klebeband. Die Schere kann benutzt werden, um ein Polygon in kleinere polygonförmige Stücke zu zerschneiden. Klebeband kann verwendet werden, um kleinere Stücke zu größeren Polygonen zu kombinieren. Jedes Hilfsmittel kann mehrere Male in beliebiger Reihenfolge benutzt werden.

Die Polygone, die in der Eingabe beschrieben werden, haben ganzzahlige Koordinaten, aber du kannst trotzdem Formen mit **nicht-ganzzahligen Koordinaten** in deiner Ausgabe verwenden.

Eine formale Definition der Aufgabe folgt.

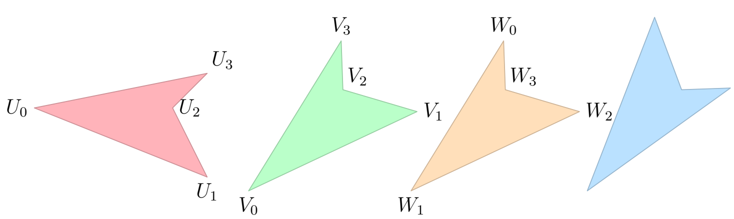
Eine **Form** $Q = (Q_0, \dots, Q_{n-1})$ ist eine Folge von drei oder mehr Punkten in der Ebene, so dass:

- Der geschlossene Polygonzug $Q_0 Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} Q_0$ berührt oder schneidet sich selbst nicht, und ist daher der Rand eines einfachen Polygons.
- Der Polygonzug umrandet das Polygon entgegen dem Uhrzeigersinn.

Das Polygon, dessen Rand die Form Q ist, wird als $P(Q)$ bezeichnet.

Zwei Formen werden als **äquivalent** bezeichnet, wenn eine von ihnen verschoben oder rotiert werden kann, so dass sie danach identisch sind.

Beachte, dass das Spiegeln einer Form nicht erlaubt ist. Beachte außerdem, dass die Reihenfolge der Punkte relevant ist: die Form $(Q_1, \dots, Q_{n-1}, Q_0)$ ist nicht notwendigerweise äquivalent zu der Form $(Q_0, \dots, Q_{n-1})$.



In der Abbildung links: Die Formen U und V sind äquivalent. Die Form W ist nicht äquivalent zu ihnen, weil die Punkte von W in einer anderen Reihenfolge gegeben sind. Unabhängig von der Reihenfolge der Punkte ist die vierte Form nicht äquivalent zu den vorherigen Formen, da Spiegelungen nicht erlaubt sind.

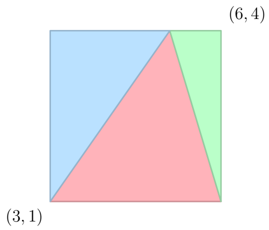
Sowohl in der Eingabe als auch in der Ausgabe ist eine Form mit n Punkten jeweils dargestellt als eine einzelne Zeile mit $2n+1$ durch Leerzeichen getrennte Zahlen. Die Zahlen n, gefolgt von den Koordinaten der Punkte: $A_{0,x}$, $A_{0,y}$, $A_{1,x}$, ...

Den Formen werden eindeutige Zahlen (**IDs**) zugeordnet. Die gegebene Form S hat ID 0. Den Formen, die deine Lösung produziert, werden die IDs $1, 2, 3, \dots$ in der Reihenfolge, in der sie produziert werden, zugeordnet.

Die Formen $B_1, \dots, B_k$ sind eine **Unterteilung** der Form A, wenn

- die Vereinigung aller $P(B_i)$ genau $P(A)$ ist, und
- für jedes $i \neq j$ die Fläche der Vereinigung von $P(B_i)$ und $P(B_j)$ Null ist.

Die **Scherenoperation** zerstört eine existierende Form A und produziert eine oder mehr Formen $B_1, \dots, B_k$ die eine Unterteilung von A sind.



In der Abbildung links: Die Form A (ein Quadrat) wird unterteilt in die Formen B_1, B_2, B_3 (drei Dreiecke). Eine Möglichkeit, eines dieser B_i zu beschreiben, ist "3 3 1 6 1 5.1 4".

Die **Klebeoperation** zerstört eine oder mehr existierende Formen $A_1, \ldots, A_k$ und produziert eine neue Form B. Um die Operation auszuführen, musst du erst die Formen $C_1, \ldots, C_k$ spezifizieren und erst dann die neue Form B. Die Formen müssen die folgenden Bedingungen erfüllen:

- Für alle i ist die Form C_i äquivalent zu der Form A_i.
- Die Formen $C_1, \ldots, C_k$ sind eine Unterteilung der Form B.

Weniger formal: Du wählst die Form B und zeigst, wie jedes der existierenden A_i in die korrekte Position C_i in B verschoben werden kann. Beachte, dass nur die Form B eine neue ID bekommt, die Formen C_i hingegen nicht.

Eingabe

Die erste Zeile enthält die ursprüngliche Form S.

Die zweite Zeile enthält die Zielform T.

Jede Form hat zwischen 3 und einschließlich 10 Punkten. Beide Formen werden im oben beschriebenen Format angegeben.

Alle Koordinaten in der Eingabe sind ganze Zahlen zwischen -10^6 und einschließlich 10^6.

In jeder Form formen keine drei Punkte einen Winkel kleiner als 3 Grad. (Dies schließt nicht-aufeinanderfolgende Punkte ein und impliziert, dass keine drei Punkte auf einer Geraden liegen.)

Die Polygone $P(S)$ und $P(T)$ haben die gleiche Fläche.

Ausgabe

Immer, wenn du eine Scherenoperation ausführen willst, gib einen Block von Zeilen der folgenden Form aus:

```
scissors
id(A) k
B_1
B_2
...
B_k
```

wobei $id(A)$ die ID der Form ist, die du zerstören möchtest, k die Anzahl der neuen Formen ist, die du erzeugen möchtest, und $B_1, \ldots, B_k$ diese Formen sind.

Immer, wenn du die Klebeoperation ausführen willst, gib einen Block der folgenden Form aus:

```
tape
k id(A_1) ... id(A_k)
C_1
C_2
...
C_k
B
```

wobei k die Anzahl der Formen ist, die du verkleben möchtest, $id(A_1), \ldots, id(A_k)$ deren IDs sind und $C_1, \ldots, C_k$ äquivalente Formen sind, welche bereits in der korrekten Lage in B sind, und wobei B die Form ist, die beim Verkleben entsteht.

Es wird empfohlen, die Koordinaten auf mindestens zehn Nachkommastellen genau auszugeben.

Die Ausgabe muss den folgenden Bedingungen genügen:

- Alle Koordinaten in der Ausgabe liegen zwischen -10^7 und 10^7 (einschließlich).
- Jede Form in der Ausgabe darf aus höchstens 100 Punkten bestehen.
- In jeder Operation liegt die Anzahl k der Formen zwischen 1 und 100 (einschließlich).
- Die Anzahl der Operationen darf 2000 nicht übersteigen.
- Die Gesamtzahl der Punkte von allen Formen in der Ausgabe darf 20 000 nicht übersteigen.
- Am Ende muss genau eine Form übrig bleiben (d. h. nicht zerstört worden sein) und diese Form muss äquivalent zu T sein.
- Alle Operationen müssen vom Checker als gültig bewertet werden. Lösungen mit kleinen Rundungsfehlern werden akzeptiert (intern erlauben alle Vergleiche einen relativen oder absoluten Fehler von 10^{-3}, wenn sie die Bedingungen aus der Aufgabenstellung prüfen).

Handouts

- Informationen, wie du Gleitkommazahlen ausgeben solltest, finden sich in den Hinweisen zu deiner Programmiersprache.
- Du kannst die Binärdatei `scissors-checker` herunterladen, mit `chmod a+x scissors-checker` ausführbar machen und sie lokal benutzen um die Korrektheit deiner Ausgabe zu prüfen (`./scissors-checker input your_output`).

Bewertung

Wir nennen eine Form ein **schönes Rechteck**, wenn sie von der Form $((0,0),\ (x,0),\ (x,y),\ (0,y))$ für positive ganze Zahlen x, y ist.

Eine Form heißt **schönes Quadrat**, wenn zusätzlich $x = y$ gilt.

Eine Form A heißt **streng konvex**, wenn alle Innenwinkel des Polygons $P(A)$ kleiner als 180° sind.

Teilaufgabe 1 (5 Punkte): S and T sind schöne Rechtecke. Alle Koordinaten sind ganze Zahlen zwischen 0 und 10 (einschließlich).

Teilaufgabe 2 (13 Punkte): S ist ein schönes Rechteck mit $x > y$ und T ist ein schönes Quadrat.

Teilaufgabe 3 (12 Punkte): S und T sind schöne Rechtecke.

Teilaufgabe 4 (14 Punkte): S ist ein Dreieck und T ist ein schönes Quadrat.

Teilaufgabe 5 (10 Punkte): S und T sind Dreiecke.

Teilaufgabe 6 (16 Punkte): S ist ein streng konvexes Polygon und T ist ein schönes Rechteck.

Teilaufgabe 7 (11 Punkte): T ist ein schönes Rechteck.

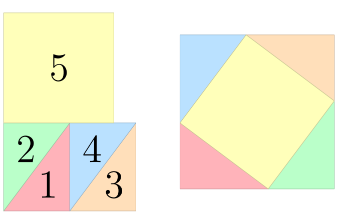
Teilaufgabe 8 (19 Punkte): Keine weiteren Einschränkungen.

Beispiele

standard input	standard output
6 0 0 6 0 6 4 5 4 5 9 0 9 4 0 0 7 0 7 7 0 7	scissors 0 5 3 0 0 3 0 3 4 3 3 4 0 4 0 0 3 3 0 6 0 6 4 3 6 4 3 4 3 0 4 0 4 5 4 5 9 0 9 tape 5 1 2 5 3 4 3 0 3 0 0 4 0 3 4 0 7 0 7 4 4 0 3 4 0 7 4 3 7 3 7 4 7 7 3 7 3 3 7 0 7 0 3 4 0 0 7 0 7 7 0 7
4 0 0 3 0 3 3 0 3 4 7 -1 10 -1 11 2 8 2	scissors 0 2 3 0 0 1 3 0 3 4 1 3 0 0 3 0 3 3 tape 2 1 2 3 110 -1 111 2 110 2 4 108 2 107 -1 110 -1 110 2 4 107 -1 110 -1 111 2 108 2

standard input	standard output
4 0 0 9 0 9 1 0 1	scissors
4 0 0 3 0 3 3 0 3	0 2
	4 1.47000000000 0 9 0 9 1 1.470000000 1
	4 0 0 1.470000000 0 1.470000000 1 0 1
	scissors
	1 2
	4 1.470000000 0 6 0 6 1 1.470000000 1
	4 9 0 9 1 6 1 6 0
	tape
	2 4 3
	4 3 2 3 1 6 1 6 2
	4 6 1 1.470000000 1 1.470000000 0 6 0
	6 1.470000000 0 6 0 6 2 3 2 3 1 1.47 1
	scissors
	5 4
	4 1.470000000 0 3 0 3 1 1.470000000 1
	4 3 0 4 0 4 2 3 2
	4 4 2 4 0 5 0 5 2
	4 5 0 6 0 6 2 5 2
	tape
	5 2 6 7 8 9
	4 0 0 1.470000000 0 1.470000000 1 0 1
	4 1.470000000 0 3 0 3 1 1.470000000 1
	4 0 2 0 1 2 1 2 2
	4 0 2 2 2 2 3 0 3
	4 3 3 2 3 2 1 3 1
	4 0 0 3 0 3 3 0 3

Bemerkung



Die Abbildung links zeigt die erste Beispielausgabe. Links ist die ursprüngliche Figur, nachdem die Schere verwendet wurde, und rechts sind die zugehörigen C_i dargestellt, wenn wir die Stücke mit Klebeband wieder zusammenkleben.

Beachte mit Blick auf die zweite Beispielausgabe, dass es genügt, dass die Form am Ende äquivalent zur Zielform ist (sie müssen nicht identisch sein).

Die Abbildung unten zeigt drei Phasen aus der dritten Beispielausgabe. Als erstes zerschneiden wir das Eingaberechteck in zwei kleinere Rechtecke, dann schneiden wir das größere davon in zwei weitere. Der Zustand nach diesen Schnitten ist im oberen linken Teil der Abbildung dargestellt.

Im Anschluss verkleben wir die beiden neuen Rechtecke zu einem sechsseitigen Polygon und zerschneiden dieses dann in drei 2×1-Rechtecke und ein kleineres Rechteck. Dies ist im unteren linken Teil der Abbildung dargestellt.

Zum Schluss nehmen wir das Rechteck, das aus dem ersten Schritt übrig ist, und die vier neuen Rechtecke und ordnen sie zu dem gewünschten 3×3-Quadrat an.