

Kľúče (Keys)

Architekt Archibald si vymyslel novú escape hru. Hru tvorí n izieb. Tie sú očíslované od 0 po $n - 1$. Na začiatku hry je v každej izbe jeden kľúč. Každý kľúč má nejaký typ. Aj typy kľúčov sú očíslované od 0 po $n - 1$. Typ kľúča, ktorý začína v izbe i , označíme $r[i]$. Hodnoty $r[i]$ nemusia byť navzájom rôzne - teda viaceré kľúče môžu mať ten istý typ.

Medzi izbami vedie m **obojsmerných** prechodov. Prechody majú čísla od 0 po $m - 1$. Prechod číslo j spája dve rôzne izby: $u[j]$ a $v[j]$. Medzi každými dvoma izbami môže viesť ľubovoľné množstvo prechodov.

Hru hrá jeden hráč. Ten počas hry zbiera kľúče a prechádza prechodmi. Pojem "**použiť** prechod j " znamená, že hráč sa pomocou tohto prechodu dostane z izby $u[j]$ do izby $v[j]$ alebo naopak. Každý prechod má svoj typ $c[j]$. Hráč môže použiť prechod j len ak už niekedy skôr zobral kľúč typu $c[j]$.

Hra sa hrá v ťahoch. Na začiatku každého ťahu je hráč v nejakej izbe x . V ťahu môže spraviť jednu z dvoch akcií:

- Ak v izbe x ešte je kľúč, môže ho zobrať, čím získa kľúč typu $r[x]$.
- Použiť nejaký prechod j . Takýto prechod musí mať $u[j] = x$ alebo $v[j] = x$ a navyše hráč už musí mať nejaký kľúč typu $c[j]$. Hráč o kľúč **nikdy** nepríde: odkedy ho raz vzal, môže ho ľubovoľne veľa krát použiť.

Hra začne tým, že sa hráč zjaví v nejakej miestnosti a nemá žiadne kľúče. Hovoríme, že miestnosť t je **dosiahnuteľná** z miestnosti s , ak hráč, ktorý hru začne v miestnosti s , vie spraviť nejakú postupnosť ťahov, ktorou sa dostane do miestnosti t .

Pre každú miestnosť i sa pozrieme na to, koľko miestností (vrátane jej samotnej) je z nej dosiahnuteľných. Tento počet označíme $p[i]$. Archibald by chcel vedieť, z ktorých miestností je toho dosiahnuteľného najmenej - teda pre ktoré i ($0 \leq i \leq n - 1$) je hodnota $p[i]$ minimálna.

Detaily implementácie

Tvojou úlohou je implementovať nasledujúcu funkciu:

```
int[] find_reachable(int[] r, int[] u, int[] v, int[] c)
```

- r : pole dĺžky n . Pre každé i ($0 \leq i \leq n - 1$) platí, že kľúč v izbe i má typ $r[i]$.
- u, v : dve polia dĺžky m . Pre každé j ($0 \leq j \leq m - 1$), prechod j spája miestnosti $u[j]$ a $v[j]$.
- c : pole dĺžky m . Pre každé j ($0 \leq j \leq m - 1$), na použitie prechodu j treba kľúč typu $c[j]$.

- Keď táto funkcia dobehne, mala by vrátiť pole a dĺžky n . Hodnota prvku $a[i]$ má byť 1 pre tie i , pre ktoré je $p[i]$ minimálne (teda pre všetky j , $0 \leq j \leq n - 1$, platí $p[i] \leq p[j]$). Pre všetky ostatné i má $a[i]$ byť 0.

Príklady

Príklad 1

Uvažujme toto volanie tvojej funkcie:

```
find_reachable([0, 1, 1, 2],
               [0, 0, 1, 1, 3], [1, 2, 2, 3, 1], [0, 0, 1, 0, 2])
```

Ak hráč začne v izbe 0, môže spraviť nasledovnú postupnosť ťahov:

| aktuálna izba | ťah |
|---------------|------------------------------|
| 0 | zober kľúč typu 0 |
| 0 | prejdi prechodom 0 do izby 1 |
| 1 | zober kľúč typu 1 |
| 1 | prejdi prechodom 2 do izby 2 |
| 2 | prejdi prechodom 2 do izby 1 |
| 1 | prejdi prechodom 3 do izby 3 |

Vidíme teda, že izba 3 je dosiahnuteľná z izby 0. A vlastne sme už aj ukázali, že aj ostatné izby sú z izby 0 dosiahnuteľné. Preto $p[0] = 4$.

V nasledujúcej tabuľke sú pre každú začiatočnú izbu uvedené všetky izby, ktoré sú z nej dosiahnuteľné.

| izba i kde začíname | dosiahnuteľné z nej | $p[i]$ |
|-----------------------|---------------------|--------|
| 0 | [0, 1, 2, 3] | 4 |
| 1 | [1, 2] | 2 |
| 2 | [1, 2] | 2 |
| 3 | [1, 2, 3] | 3 |

Najmenšia z hodnôt $p[i]$ je 2. Túto hodnotu dostaneme pre $i = 1$ a $i = 2$. Správnym výstupom je teda pole $[0, 1, 1, 0]$.

Príklad 2

```
find_reachable([0, 1, 1, 2, 2, 1, 2],
               [0, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5],
               [1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6],
               [0, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 0, 2, 1])
```

Opäť tu máme tabuľku s dosiahnuteľnými izbami:

| izba i kde začíname | dosiahnuteľné z nej | $p[i]$ |
|-----------------------|-----------------------|--------|
| 0 | [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6] | 7 |
| 1 | [1, 2] | 2 |
| 2 | [1, 2] | 2 |
| 3 | [3, 4, 5, 6] | 4 |
| 4 | [4, 6] | 2 |
| 5 | [3, 4, 5, 6] | 4 |
| 6 | [4, 6] | 2 |

Minimum poľa p má hodnotu 2. Izby, pre ktoré sa nadobúda toto minimum, sú $i \in \{1, 2, 4, 6\}$. Správna návratová hodnota je preto [0, 1, 1, 0, 1, 0, 1].

Príklad 3

```
find_reachable([0, 0, 0], [0], [1], [0])
```

| izba i kde začíname | dosiahnuteľné z nej | $p[i]$ |
|-----------------------|---------------------|--------|
| 0 | [0, 1] | 2 |
| 1 | [0, 1] | 2 |
| 2 | [2] | 1 |

Teraz je najmenšou hodnotou v poli p hodnota 1 pre $i = 2$, čomu zodpovedá návratová hodnota tvojej funkcie [0, 0, 1].

Obmedzenia

- $2 \leq n \leq 300\,000$
- $1 \leq m \leq 300\,000$
- $0 \leq r[i] \leq n - 1$ pre všetky $0 \leq i \leq n - 1$
- $0 \leq u[j], v[j] \leq n - 1$ a $u[j] \neq v[j]$ pre všetky $0 \leq j \leq m - 1$
- $0 \leq c[j] \leq n - 1$ pre všetky $0 \leq j \leq m - 1$

Podúlohy

1. (9 points) $c[j] = 0$ pre všetky $0 \leq j \leq m - 1$ a navyše $n, m \leq 200$
2. (11 points) $n, m \leq 200$
3. (17 points) $n, m \leq 2000$
4. (30 points) $c[j] \leq 29$ (for all $0 \leq j \leq m - 1$) a $r[i] \leq 29$ (pre všetky $0 \leq i \leq n - 1$)
5. (33 points) bez dodatočných obmedzení

Ukážkový grader

Ukážkový grader očakáva vstup v nasledovnom formáte:

- riadok 1: $n \ m$
- riadok 2: $r[0] \ r[1] \ \dots \ r[n - 1]$
- riadok $3 + j$ ($0 \leq j \leq m - 1$): $u[j] \ v[j] \ c[j]$

Ukážkový grader vypíše návratovú hodnotu tvojej funkcie `find_reachable` v nasledovnom formáte:

- riadok 1: $a[0] \ a[1] \ \dots \ a[n - 1]$