#### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015

Almaty, Kazakhstan

Day 2

towns

Language: th-TH

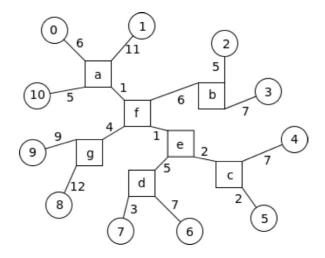
# เมืองเล็ก

ในประเทศคาซัคสถานมี *เมืองเล็ก* (small town) จำนวน N เมือง โดยมีหมายเลขตั้งแต่ 0 จน ถึง N-1 นอกจากนี้ ยังมี *เมืองใหญ่* (large city) ที่เราไม่ทราบจำนวน ในโจทย์ข้อนี้ เราจะ เรียกทั้งเมืองเล็กและเมืองใหญ่รวมกันว่า *เมือง* 

เมืองต่าง ๆ ในคาซัคสถานเชื่อมต่อกันด้วยเครือข่ายของถนนสองทิศทางเครือข่ายเดียว ถนน แต่ละเส้นเชื่อมเมืองสองเมืองที่แตกต่างกันและแต่ละคู่ของเมืองจะเชื่อมกันโดยตรงด้วยถนนไม่ เกินหนึ่งเส้น สำหรับคู่ของเมือง a และ b ใด ๆ จะมีวิธีที่จะเดินทางจาก a ไปยัง b วิธีเดียวเท่านั้น หากในการเดินทางไม่มีถนนใด ๆ ถูกใช้มากกว่าหนึ่งครั้ง

เป็นที่ทราบกันว่า เมืองเล็กเป็นเมืองที่เชื่อมต่อโดยตรงกับเมืองอื่นเพียงเมืองเดียวเท่านั้น และ แต่ละเมืองใหญ่จะติดกับเมืองอื่น ๆ ตั้งแต่สามเมืองขึ้นไปเสมอ

รูปตัวอย่างด้านล่างแสดงเครือข่ายที่ประกอบด้วยเมืองเล็ก 11 **เมือง และ**เมืองใหญ่ 7 **เมือง** เมือง เล็กแสดงด้วยวงกลมพร้อมหมายเลขระบุไว้ เมืองใหญ่แสดงเป็นรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้งระบุชื่อเป็น ตัวอักษร



ถนนทุกเส<sup>้</sup>นมีความยาวเป็นจำนวนเต็มบวก ระยะทางระหว่างคู่ของเมืองคือผลรวมที่น้อยที่สุด ของความยาวของถนนที่จะต้องใช้เพื่อเดินทางจากเมืองหนึ่งไปยังอีกเมืองหนึ่ง

สำหรับเมืองใหญ่ C ใด ๆ กำหนดให้ระยะทาง r(C) แทนระยะทางจาก C ไปยังเมืองเล็กที่ไกล ที่สุด เราจะเรียกเมืองใหญ่ C ว่าเป็น *เมืองศูนย*์กลาง (hub) ถ้าระยะทาง r(C) มีค่าน้อยที่สุดใน

บรรดาเมืองใหญ่ทั้งหมด ระยะทางระหว่างเมืองศูนย์กลางกับเมืองเล็กที่ไกลที่สุดจะเรียกว่า R ดังนั้น R จะเป็นค่า r(C) ที่น้อยที่สุด

ในตัวอย่างด้านบน เมืองเล็กที่อยู่ไกลจากเมืองใหญ่ a มากที่สุดคือเมืองเล็ก 8 ซึ่งมีระยะระหว่าง เมืองทั้งสองคือ r(a)=1+4+12=17 สำหรับเมืองใหญ่ g เรามีค่า r(g)=17 (เมืองเล็กที่ไกล ที่สุดเมืองหนึ่งจาก g คือเมืองเล็ก 6) ในตัวอย่างด้านบนมีเมืองศูนย์กลางเพียงเมืองเดียวคือ เมืองใหญ่ f ที่มี r(f)=16 ดังนั้น R=16 ในตัวอย่างนี้

ถ้าเราลบเมืองศูนย์กลางออกจากเครือข่าย เครือข่ายจะแยกออกเป็นส่วนที่เชื่อมต่อกัน (connected pieces) หลายส่วน เราจะกล่าวว่าเมืองศูนย์กลางนั้น สมดุลย์ ถ้าส่วนที่เชื่อมต่อกัน ทุก ๆ ส่วน ต่างมีเมืองเล็กไม่เกิน  $\lfloor N/2 \rfloor$  (เราเน้นว่าเราไม่นับเมืองใหญ่) หมายเหตุ  $\lfloor x \rfloor$  คือ จำนวนเต็มที่มากที่สุดที่ไม่มากกว่า x

ในตัวอย่างของเราด้านบน เมืองใหญ่ f เป็นเมืองศูนย์กลาง ถ้าเราลบ f ออก เครือข่ายจะแยก ออกเป็นส่วนที่เชื่อมต่อกันสี่ส่วน ส่วนทั้งสี่มีเซตของเมืองเล็กดังนี้:  $\{0,1,10\}$ ,  $\{2,3\}$ ,  $\{4,5,6,7\}$ , และ  $\{8,9\}$  เนื่องจากส่วนเหล่านี้ไม่มีส่วนใดที่มีเมืองเล็กมากกว่า  $\lfloor 11/2 \rfloor = 5$  เมือง ดังนั้น เมืองใหญ่ f จึงเป็นเมืองศูนย์กลางที่สมดุลย์

### งานของคุณ

ตอนเริ่มต้น ข้อมูลที่คุณทราบเพียงอย่างเดียวเกี่ยวกับเครือข่ายที่ประกอบด้วยเมืองและถนนคือ ค่า N ที่แทนจำนวนเมืองเล็ก คุณไม่ทราบจำนวนของเมืองใหญ่ นอกจากนี้คุณก็ไม่ทราบ รายละเอียดการเชื่อมโยงถนนของเมือง คุณจะได้ข้อมูลใหม่ผ่านทางการถามคำถามเกี่ยวกับ ระยะทางระหว่างคู่ของเมืองเล็กเท่านั้น

#### งานของคุณมีดังนี้

- สำหรับทุก ๆ ปัญหาย่อย: คำนวณหาระยะทาง *R*
- สำหรับปัญหาย่อย 3 ถึง 6: ตรวจสอบว่ามีเมืองศูนย์กลางที่สมดุลย์ในเครือข่ายหรือไม่

คุณจะต้องเขียนฟังก์ชัน hubDistance เกรดเดอร์จะตรวจสอบหลายข้อมูลทดสอบภายในการ ทำงานหนึ่งครั้ง จำนวนของข้อมูลทดสอบภายในการทำงานหนึ่งครั้งจะไม่เกิน 40 ข้อมูลทดสอบ สำหรับแต่ละข้อมูลทดสอบ เกรดเดอร์จะเรียกฟังก์ชัน hubDistance ของคุณหนึ่งครั้ง อย่าลืมว่า คุณต้องกำหนดค่าเริ่มต้นต่าง ๆ ที่จำเป็นใหม่ทุกครั้งที่มีการเรียกฟังก์ชันนี้

- hubDistance(N, sub)
  - N: จำนวนเมืองเล็ก
  - sub: หมายเลขปัญหาย่อย (อธิบายรายละเอียดในส่วนปัญหาย่อย)

- ถ้าตัวแปร sub มีค่าเป็น 1 หรือ 2, ฟังก์ชันสามารถคืนค่า R หรือ -R
- ถ้าตัวแปร sub มีค่ามากกว่า 2, ถ้ามีเมืองศูนย์กลางที่สมดุลย์ ฟังก์ชันจะต้องคืนค่า
   R ไม่เช่นนั้นให้คืนค่า -R

ฟังก์ชัน hubDistance ของคุณจะขอข้อมูลเกี่ยวกับเครือข่ายโดยเรียกฟังก์ชันของเกรดเดอร์ getDistance (i,j) ฟังก์ชันนี้คืนค่าระยะทางระหว่างเมืองเล็ก i และเมืองเล็ก j ในกรณีที่ i เท่ากับ j ฟังก์ชันจะคืนค่า 0 ในกรณีที่อาร์กิวเมนท์ที่ส่งให้กับฟังก์ชันผิดพลาด ฟังก์ชัน จะคืนค่า 0 เช่นกัน

## ปัญหาย่อย

ในทุก ๆ ข้อมูลทดสอบ

- N มีค่าระหว่าง 6 และ 110 (รวม 6 และ 110 ด้วย)
- ระยะทางระหว่างเมืองเล็กสองเมืองที่แตกต่างกันจะอยู่ระหว่าง 1 และ 1,000,000 (รวม
   1 และ 1,000,000 ด้วย)

คุณสามารถเรียกฟังก์ชันเพื่อสอบถามได้เป็นจำนวนครั้งที่จำกัด ขีดจำกัดนี้เปลี่ยนแปลงตาม ปัญหาย่อยดังแสดงในตารางถัดไป ถ้าโปรแกรมของคุณใช้จำนวนครั้งในการถามเกินขีดจำกัด ของจำนวนครั้งที่ถามได้ โปรแกรมของคุณจะถูกจบการทำงานและจะถือว่าโปรแกรมคุณได้ให้ คำตอบผิด

ปัญหา ย่อย	คะแนน	จำนวน ครั้ง ที่ถามได้	ต้องหา ศูนย์กลาง ที่สม ดุลย์	เงื่อนไข อื่น ๆ
1	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	ไม่ต้อง	ไ มู่ม
2	12	$\lceil 7N/2 \rceil$	ไม่ต้อง	า า่า
3	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	ต้อง	ไม่มี
4	10	[7N/2]	ต้อง	เมืองใหญ่ทุกเมืองติดเมืองอื่น ๆ สามเมือง <i>พอด</i> ี เสมอ
5	13	5N	ต้อง	ไม่มี
6	39	[7N/2]	ต้อง	า า่า

สังเกต ว่า [x] แทนจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่มากกว่าหรือเท่ากับ x

#### เกรดเดอร์ตัวอย่าง

สังเกต ว่าหมายเลขปัญหาย่อยเป็นส่วนหนึ่งของข้อมูลน้ำเข้า เกรดเดอร์ตัวอย่างเปลี่ยนพฤติกรรม ตามหมายเลขของปัญหาย่อย เกรดเดอร์ตัวอย่างอ่านข้อมูลนำเข้าจากไฟล์ towns.in ในรูปแบบต่อไปนี้:

- บรรทัดที่ 1: หมายเลขปัญหาย่อยและจำนวนข้อมูลทดสอบ
- บรรทัดที่ 2: N<sub>1</sub>, จำนวนของเมืองเล็กในข้อมูลทดสอบแรก
- อีก  $N_1$  บรรทัดถัดไป: จำนวนที่ j (เมื่อ  $1 \leq j \leq N_1$ ) ในบรรทัดที่ i ของบรรทัดชุดนี้ (เมื่อ  $1 \leq i \leq N_1$ ) ระบุระยะทางระหว่างเมืองเล็ก i-1 และ j-1
- ถัดจากนี้ จะระบุข้อมูลชุดทดสอบถัดไปในรูปแบบเดียวกับข้อมูลชุดทดสอบแรก ในแต่ละข้อมูลทดสอบ เกรดเดอร์ตัวอย่างพิมพ์ค่าที่ฟังก์ชัน hubDistance คืนกลับมา และ จำนวนครั้งที่ถามในบรรทัดถัดไป

#### ข้อมูลน้ำเข้าที่สอดคล้องกับตัวอย่างด้านบนคือ

```
1 1
11
0 17 18 20 17 12 20 16 23 20 11
17 0 23 25 22 17 25 21 28 25 16
18 23 0 12 21 16 24 20 27 24 17
20 25 12 0 23 18 26 22 29 26 19
17 22 21 23 0 9 21 17 26 23 16
12 17 16 18 9 0 16 12 21 18 11
20 25 24 26 21 16 0 10 29 26 19
16 21 20 22 17 12 10 0 25 22 15
23 28 27 29 26 21 29 25 0 21 22
20 25 24 26 23 18 26 22 21 0 19
11 16 17 19 16 11 19 15 22 19 0
```

รูปแบบนี้อาจจะแตกต่างจากการระบุรายการของถนน อย่างไรก็ตามสังเกต ว่าคุณสามารถที่จะ แก้ไขเกรดเดอร์ตัวอย่าง เพื่อ ให้ใช้รูปแบบข้อมูลนำเข้าที่เปลี่ยนไปได้