International Olympiad in Informatics 2016



12-19th August 2016 Kazan, Russia day2 1

paint Country: SVK

Emove krížovky

Určite poznáte tú situáciu, keď pri riešení hlavolamov hľadáte čoraz ťažšie a ťažšie úlohy, pretože sa pri riešení zlepšujete. To je tým, že ste šikovní. S Emom to ale také ľahké nie je. Preto väčšinou hľadá ľahšie a ľahšie hlavolamy, až kým nenájde také, ktoré už konečne zvládne vyriešiť. Najnovšie našiel jednorozmerné maľované krížovky.

1D maľovaná krížovka sa skladá z jedného riadka sn políčkami, ktoré sú zľava doprava očíslované od 0 po n-1. Úlohou riešiteľa je zafarbiť niektoré políčka na čierno (označujeme znakom 'X') a niektoré nechať biele (označujeme znakom '_'). Ofarbenie navyše musí spĺňať zadané podmienky. Podmienky sú udané v tvare $c = [c_0, \ldots, c_{k-1}]$, kde k je kladné celé číslo. 1D krížovka je správne vyriešená vtedy, ak čierne políčka tvoria práve k súvislých úsekov, pričom i-ty čierny úsek zľava (číslujúc od 0) obsahuje presne c_i políčok.

Napríklad, ak majú podmienky tvar c=[3,4], tak má maľovaná krížovka obsahovať obsahovať dva čierne úseky: prvý dĺžky 3 a druhý dĺžky 4. Ak by bolo n=10, tak jedno možné riešenie vyzerá nasledovne: "_XXX__XXXX". Naopak, **nesprávne** je riešenie "XXXX_XXX__", pretože úsek dĺžky 4 je pred úsekom dĺžky 3. Takisto **nesprávne** je riešenie "__XXXXXXX__", keďže sa skladá iba z jediného čierneho úseku.

Emova 1D maľovaná krížovka je už sčasti vyplnená. Vy dostanete popis toho ako je vyplnená, teda informácie o tom, ktoré políčka musia byť čierne a ktoré políčka musia byť biele. Taktiež dostanete c, čiže zoznam podmienok. Vašou úlohou je pomôcť Emovi a doplniť všetky ďalšie informácie, ktoré zo zadania logicky vyplývajú. Presnejšie, vašou úlohou je zafarbiť na čierno všetky políčka, ktoré sú určite čierne (t.j. majú čiernu farbu v každom možnom riešení) a na bielo všetky políčka, ktoré sú určite biele. Prekvapivo, Emo sa ešte nepomýlil, preto môžete predpokladať, že sa každá zadaná maľovaná krížovka dá korektne doplniť aspoň jedným spôsobom.

Implementačné detaily

Vašou úlohou je naprogramovať funkciu:

- string solve puzzle(string s, int[] c).
 - \circ s: reťazec dĺžky n . Pritom i -ty znak tohto reťazca, pre $0 \leq i \leq n-1$, je:
 - 'X', ak musí byť i-te políčko čierne,
 - \circ ', ak musí byť i-te políčko biele,
 - \circ '.', ak o i-tom políčku nemáme žiadnu dodatočnú informáciu.
 - c: pole dĺžky k obsahujúce požadované dĺžky čiernych úsekov.
 - Funkcia by mala vrátiť reťazec dĺžky n . Pritom i -ty znak tohto reťazce, pre $0 \le i \le n-1$, by mal byť:
 - 'X', ak je i -te políčko čierne v každom prípustnom riešení,

- ', ak je i-te polčíko biele v každom prípustnom riešení,
- '?', v opačnom prípade (teda ak existujú dve rôzne správne riešenia, v ktorých je i-te políčko zafarbené rôzne).

Pre jazyk C sa deklarácia funkcie trochu líši:

- o void solve_puzzle(int n, char* s, int k, int* c, char* result)
 - n: dĺžka reťazca s (počet políčok maľovanej krížovky),
 - k: dĺžka poľa c (počet podmienok),
 - o ostatné parametre sú rovnaké ako predtým,
 - \circ namiesto vrátenia reťazca dĺžky n by funkcia mala riešenie zapísať do reťazca result.

Znaky použité v úlohe majú nasledovné ASCII hodnoty:

- 'X': 88,
- ': 95,
- '.': 46,
- '?': 63.

Pre lepšie pochopenie konkrétnej implementácie vo vami zvolenom jazyku nahliadnite do priložených ukážkových súborov.

Príklady

Príklad 1

```
solve_puzzle(".....", [3, 4])
```

Nižšie sú vypísané všetky správne riešenia tejto maľovanej krížovky:

```
"XXX_XXXX__","XXX__XXXX_","XXX__XXXX","_XXX_XXXX_","_XXX__XXXX","_XXX__XXXX",
```

Môžete si všimnúť, že políčka na pozíciách 2, 6 a 7 (číslujúc od 0) sú čierne vo všetkých správnych riešeniach. Všetky ostatné políčka môžu, ale nemusia, byť čierne, preto o nich nevieme povedať nič. Správne riešenie je preto reťazec "??X???XX??".

Príklad 2

```
solve_puzzle(".....", [3, 4])
```

V tomto príklade existuje jediné správne riešenie, ktoré vyzerá "XXX_XXXX". Takýto reťazec by mala vrátiť aj volaná funkcia. Všimnite si, že vieme určiť úplne celé riešenie, vrátane bieleho políčka.

Príklad 3

```
solve puzzle("..., [3])
```

V tomto príklade si môžeme logicky odvodiť, že políčko 4 musí byť biele, keďže

nemôžeme mať súvislý čierny úsek dĺžky 3 medzi zaručene bielymi políčkami 3 a 5. Odpoveď je teda "???____????".

Príklad 4

```
solve_puzzle(".X....", [3])
```

Existujú iba dve správne riešenia:

```
• "XXX_____",
• " XXX ".
```

Preto je správna odpoveď "?XX?_____".

Podproblémy

Vo všetkých podúlohách môžete predpokladať, že $1 \leq k \leq n$ a $1 \leq c_i \leq n$ pre všetky $0 \leq i \leq k-1$.

Pre jednotlivé podúlohy platia naviac nasledujúce obmedzenia:

- 1. (7 bodov) $n \leq 20$, k=1 , s obsahuje iba znaky '.' (ešte nemáme nič predvyplnené),
- 2. (3 body) n < 20, s obsahuje iba znaky '.',
- 3. (22 bodov) $n \leq 100$, s obsahuje iba znaky '.',
- 4. (27 bodov) $n \leq 100$, s obsahuje iba znaky '.' a '_' (teda o niektorých políčkach vieme, že sú biele),
- 5. (21 bodov) $n \le 100$,
- 6. (10 bodov) n < 5000, k < 100,
- 7. (10 bodov) $n \leq 200\,000$, $k \leq 100$.

Ukážkový grader

Ukážkový grader, ktorý máte k dispozícii číta vstup v nasledovnom formáte:

- riadok 1: reťazec s,
- riadok 2: číslo k nasledované k číslami c_0, \ldots, c_{k-1} .