International Olympiad in Informatics 2013



6-13 July 2013 Brisbane, Australia Day 2 tasks



Bazza y Shazza están jugando sobre un tablero. Dicho tablero es una cuadrícula con R filas numeradas [0, ..., R - 1] y C columnas numeradas [0, ..., C - 1]. Decimos que [(P, Q)] es la casilla en la fila P y columna Q. Cada casilla tiene un entero no negativo, al principio del juego todos los enteros son cero.

El juego prosigue así: En cualquier momento, Bazza puede:

- Actualizar una casilla (p, q), cambiando el valor que está en ella.
- Pedirle a Shazza que calcule el máximo común divisor (GCD) de todos los enteros en algún bloque rectangular de casillas cuyas esquinas sean (P, Q) y (U, V) inclusive.

Bazza realizará $N_U + N_Q$ acciones (modificando las celdas N_U veces y haciendo N_Q preguntas) antes de que se aburra y se vaya a jugar cricket.

Su tarea es determinar las respuestas correctas.

Ejemplo

Suponga que R = 2, C = 3 y Bazza comienza con las siguientes actualizaciones:

- Modifica la casilla (0, 0) a 20.
- Modifica la casilla (0, 2) a 15.
- Modifica la casilla (1, 1) a 12.

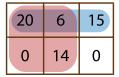
20	0	15
0	12	0

La cuadrícula resultante se muestra en el diagrama anterior. Bazza procede a preguntar el GCD de los siguientes rectángulos:

- El rectángulo de esquinas (0, 0) y (0, 2): Hay tres enteros en este rectángulo, 20, 0 y 15, su GCD es 5.
- El rectángulo de esquinas (0, 0) y (1, 1): Hay cuatro enteros en este rectángulo, 20, 0, 0 y 12, su GCD es 4.

Ahora suponga que Bazza realiza la siguientes actualizaciones:

- Modifica la casilla (0, 1) a 6.
- Modifica la casilla (1, 1) a 14.



La nueva cudarícula queda como está mostrado en la figura anterior. Bazza procede a preguntar nuevamente el GCD de los siguientes rectángulos:

- El rectángulo de esquinas (0, 0) y (0, 2): Ahora los tres enteros en el rectángulo son 20, 6 y 15, su GCD es 1.
- El rectángulo de esquinas (0, 0) y (1, 1): Ahora los cuatro enteros en el rectángulo son 20, 6, 0 y 14, su GCD es 2.

Así Bazza realizó $N_U = 5$ actualizaciones y $N_Q = 4$ consultas.

Implementación

Debe enviar un archivo que implemente los procedimientos (init()) y (update()) junto con la función (calculate()), como se describe a continuación.

Para su conveniencia, se le proveen soluciones esqueleto en su máquina (game.c), game.cpp and game.pas) cada una incluye una función gcd2(X, Y) que calcula el máximo común divisor de cualquier par de enteros no negativos X y Y. Si X = Y = 0 entonces gcd2(X, Y) retornará 0.

La función es lo suficientemente rápida para obtener todo el puntaje. Particularmente, el tiempo de ejecucción es a lo sumo proporcional a log(X + Y).

Su procedimiento: init()

```
C/C++ void init(int R, int C);
Pascal procedure init(R, C : LongInt);
```

Descripción

Su envío debe implementar este procedimiento.

Este procedimiento le provee el tamaño inicial de la cuadrícula y le permite inicializar cualquier variable global o estructura de daros. Solo se invocará una vez, antes de cualquier llamado a update() o calculate().

Parámetros

- R: El número de filas.
- C : El número de columnas.

Su procedimiento: update()

```
C/C++ void update(int P, int Q, long long K);

Pascal procedure update(P, Q : LongInt; K : Int64);
```

Descripción

Su envío debe implementar este procedimiento.

Este procedimiento se invocará cuando Bazza modifique algún número en algúna casilla de la cuadrícula.

Parámetros

- P: La fila de la casilla en la cuadrícula $(0 \le P \le R 1)$.
- Q: La columna de la casilla en la cuadrícula (0 ≤ Q ≤ C 1).
- K: El nuevo entero en la casilla de la cuadrícula ($0 \le K \le 10^{18}$). El valor puede ser igual al que ya estaba en la casilla.

Su función: calculate()

```
C/C++ long long calculate(int P, int Q, int U, int V);

Pascal function calculate(P, Q, U, V : LongInt) : Int64;
```

Descripción

Su envío debe implementar esta función.

Esta función debe calcular el máximo común divisor de todos los enteros en el rectángulo de esquinas (P, Q) y (U, V). Este rango es inclusivo, es decir, las casillas (P, Q) y (U, V) están incluidas en el rectángulo.

Si todos los enteros de este rectángulo son cero, esta función también debería retornar cero.

Parámetros

- P: La fila de la casilla superior izquierda del rectángulo $(0 \le P \le R 1)$.
- Q: La columna de la casilla superior izquierda del rectángulo ($0 \le Q \le C 1$).
- U: La fila de la casilla inferior derecha del rectángulo ($P \le U \le R 1$).
- V: La columna de la casilla inferior derecha del rectángulo ($Q \le V \le C 1$).
- Returns: El GCD de todos los enteros en el rectángulo o o si todos esos enteros son cero.

Sesión de Ejemplo

La siguiente sesión muestra el ejemplo explicado anteriormente:

Llamadas a la f	Returns		
init(2, 3)			
update(0, 0, 2	0)		
update(0, 2, 1	5)		
update(1, 1, 1	2)		
calculate(0, 0	, 0, 2)	5	
calculate(0, 0	, 1, 1)	4	
update(0, 1, 6)		
update(1, 1, 1	4)		
calculate(0, 0	, 0, 2)	1	
calculate(0, 0	, 1, 1)	2	

Restricciones

■ Límite de tiempo: Ver subtareas

• Límite de memoria: Ver subtareas

■ $1 \le R, C \le 10^9$

■ $0 \le K \le 10^{18}$, donde K es cualquier entero que Bazza coloque en la cuadrícula.

Subtareas

Vea la versión en inglés para ver los parámetros de los subtareas.

Subtask	Points	R	С	Nυ	N _Q	Límite de tiempo	Límite de memoria

Experimentación

El calificador provisto leerá del archivo game.in. El archivo va en el siguiente formato:

■ Línea 1: R C N

■ Las siguientes N líneas: una acción por línea en el orden en el que ocurren.

Cada línea de acción debe ir en alguno de los siguientes formatos:

```
■ Para indicar update (P, Q, K): 1 P Q K
```

■ Para indicar calculate(P, Q, U, V): 2 P Q U V

Así, el ejemplo anterior iría en el siguiente formato:

```
2 3 9

1 0 0 20

1 0 2 15

1 1 1 12

2 0 0 0 2

2 0 0 1 1

1 0 1 6

1 1 1 14

2 0 0 0 2

2 0 0 1 1
```

Notas de Lenguaje

```
C/C++ Debe incluir la siguiente línea: #include "game.h".

Pascal Debe definir unit Game. Todos los arreglos comienzan en 0 (no 1).
```

Como los enteros en cada casilla pueden ser muy grandes, se aconseja que los usuarios de C/C++ usen el tipo long long. Se aconseja que los usuarios de Pascal usen el tipo lint 64.