#### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

horses

Language: fi-FI

# Hevoset

Mansur rakastaa hevosten kasvatusta, aivan kuten hänen muinaiset esi-isänsä. Nyt hänellä on Kazakstanin suurin hevostila. Mutta näin ei ole ollut aina. N vuotta sitten Mansur oli pelkkä dzhigit (nuori mies kazakiksi) ja hänellä oli vain yksi hevonen. Hänen unelmansa oli, että hän antaitsisi paljon rahaa ja että hänestä tulisi lopulta bai (hyvin rikas henkilö kazakiksi).

Tässä tehtävässä vuodet on numeroitu  $0, 1, \ldots, N-1$  järjestyksessä (eli vuosi N-1 on viimeisin). Kunkin vuoden sää vaikutti hevosten kasvamiseen. Mansur muistaa joka vuodelle i positiivisen kokonaislukukertoimen X[i]. Jos vuoden i alussa hevosia oli h, niitä oli vuoden päättyessä  $h \cdot X[i]$ .

Hevosia pystyi myymään vain vuoden lopussa. Mansur muistaa joka vuodelle i positiivisen kokonaisluvun Y[i]: hevosen myyntihinta vuoden i lopussa. Jokaisen vuoden jälkeen oli mahdollista myydä mikä tahansa määrä hevosia, jokainen hintaan Y[i].

Mansur miettii, mikä on suurin rahamäärä, joka hänellä voisi olla nyt, jos hän olisi valinnut parhaat hetket myydä hevosia N vuoden aikana. Sinulla on kunniana olla Mansurin vieraana toin (loma kazakiksi) aikana, ja hän pyysi sinua vastaamaan tähän kysymykseen.

Mansurin muisti paranee illan mittaan, minkä vuoksi hän tekee M muutosta tietoihin. Jokainen muutos vaihtaa joko yhden X[i]:n arvon tai yhden Y[i]:n arvon. Jokaisen muutoksen jälkeen hän kysyy sinulta uudestaan suurinta rahamäärää, jonka hän olisi voinut ansaita myymällä hevosia. Mansurin muutokset täydentävät toisiaan: jokaisen vastauksen tulee ottaa huomioon kaikki aiemmat muutokset. Huomaa, että tietty arvo X[i] tai Y[i] voi muuttua monta kertaa.

Vastakset Mansurin kysymyksiin voivat olla suuria. Jotta ei olisi tarvetta käyttää suuria lukuja, sinun täytyy vain ilmoittaa vastaukset modulo  $\mathbf{10^9} + \mathbf{7}$ .

## Esimerkki

Oletetaan, että vuosia on N=3 ja tiedot ovat:

		0	1	2
	Χ	2	1	3
	Y	3	4	1

Tässä tapauksessa Mansur ansaitsee eniten rahaa, jos hän myy molemmat hevosensa vuoden 1 lopussa. Koko prosessi näyttää seuraavalta:

- Aluksi Mansurilla on 1 hevonen.
- Vuoden 0 jälkeen hänellä on  $1 \cdot X[0] = 2$  hevosta.
- Vuoden 1 jälkeen hänellä on  $2 \cdot X[1] = 2$  hevosta.

Nyt hän voi myydä nämä kaksi hevosta. Kokonaisvoitto on  $2 \cdot Y[1] = 8$ .

Oletetaan sitten, että muutoksia on M = 1: alkion Y[1] arvoksi tulee 2.

Muutoksen jälkeen tilanne on:

	0	1	2
Х	2	1	3
Y	3	2	1

Tässä tapauksessa yksi optimaalinen ratkaisu on myydä yksi hevonen vuoden 0 jälkeen ja sitten kolme hevosta vuden 2 jälkeen. Koko prosessi näyttää seuraavalta:

- Aluksi Mansurilla on 1 hevonen.
- Vuoden 0 jälkeen hänellä on  $1 \cdot X[0] = 2$  hevosta.
- lacktriangle Hän voi nyt myydä yhden hevosista hintaan Y[0]=3, jolloin jäljelle jää yksi hevonen.
- Vuoden 1 jälkeen hänellä on  $1 \cdot X[1] = 1$  hevonen.
- Vuoden 2 jälkeen hänellä on  $1 \cdot X[2] = 3$  hevosta.
- lacktriangle Hän voi nyt myydä kolme hevosta hintaan  $3 \cdot Y[2] = 3$ . Kokonaisrahamäärä on 3 + 3 = 6.

# Tehtävä

Sinulle on annettu arvot N, X, Y sekä lista muutoksista. Tehtäväsi on laskea suurin määrä rahaa, minkä Mansur voi ansaita, ennen ensimmäistä muutosta ja kunkin muutoksen jälkeen. Kaikki rahamäärät tulee ilmoittaa modulo  $10^9 + 7$ . Sinun täytyy toteuttaa funktiot init, updateX ja updateY.

- init (N, X, Y) Arvostelija kutsuu tätä funktiota aluksi yhden kerran.
  - N: vuosien määrä.
  - X: taulukko kokoa N. Kun  $0 \le i \le N-1$ , X[i] tarkoittaa kyseisen vuoden kasvukerrointa.
  - lacktriangleq Y: taulukko kokoa N. Kun  $0 \leq i \leq N-1, Y[i]$  tarkoittaa hevosen hintaa kunkin vuoden jälkeen.
  - Huomaa, että X ja Y kuvaavat Mansurin antamat alkutiedot (ennen mitään muutoksia).
  - Funktion päättymisen jälkeen taulukot X ja Y säilyvät muistissa ja voit muuttaa niitä halutessasi.
  - Funktion tulee palauttaa suurin mahdollinen rahamäärä, jonka Mansur voi saada taulukoiden alkutiedoista, modulo  $10^9 + 7$ .
- updateX(pos, val)
  - pos: kokonaisluku välillä  $0, \ldots, N-1$ .

- val: uusi arvo tiedolle X[pos].
- Funktion tulee palauttaa suurin mahdollinen rahamäärä, jonka Mansur voi saada tämän muutoksen jälkeen, modulo  $10^9 + 7$ .
- updateY(pos, val)
  - lacktriangle pos: kokonaisluku välillä  $0, \ldots, N-1$ .
  - val: uusi arvo tiedolle Y[pos].
  - Funktion tulee palauttaa suurin mahdollinen rahamäärä, jonka Mansur voi saada tämän muutoksen jälkeen, modulo  $10^9 + 7$ .

Voit olettaa, että kaikki arvot X[i] ja Y[i] (alkuarvot ja muutetut arvot) ovat välillä  $1,2,\ldots,10^9$  .

Kutsuttuaan funktiota init arvostelija kutsuu funktioita updateX ja updateY useita kertoja. Yhteismäärä funktioiden updateX ja updateY kutsuille on M.

### Alitehtävät

alite htävä	pisteet	N	M	lisärajoitukset
1	17	$1 \le N \le 10$	M=0	$X[i], Y[i] \le 10, \ X[0] \cdot X[1] \cdot \ldots \cdot X[N-1] \le 1,000$
2	17	$1 \leq N \leq 1,000$	$0 \le M \le 1,000$	ei mitään
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \geq 2$ ja $val \geq 2$ funktioissa init ja updateX
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	ei mitään
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	ei mitään

## Esimerkkiarvostelija

Esimerkkiarvostelija lukee syötteen tiedostosta horses.in seuraavassa muodossa:

- rivi 1: N
- rivi 2: X[0] ... X[N 1]
- rivi 3: Y[0] ... Y[N 1]
- rivi 4: M
- rivit 5, ..., M + 4: kolme lukua type pos val (type=1 tarkoittaa updateX ja type=2 tarkoittaa updateY).

Esimerkkiarvostelija tulostaa funktion init palautusarvon ja sen jälkeen kaikkien funktioiden updateX ja updateY kutsujen palautusarvot.