

# Unde este rădăcina?

Aceasta este o problemă interactivă.

Vi se dă un arbore cu  $n$  noduri. Un arbore este un graf în care există un singur drum între oricare două noduri. **De asemenea, se garantează că există cel puțin un nod care este conectat direct prin câte o muchie de cel puțin alte 3 noduri.** Unul dintre noduri este rădăcina arborelui, iar obiectivul vostru este să găsiți această rădăcină. Pentru a rezolva problema, veți putea pune interogări de forma:

- Pentru o mulțime de noduri  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , verifică dacă cel mai apropiat strămoș comun al nodurilor din mulțime se află de asemenea în mulțime.

Un nod  $v$  este un strămoș comun al unei mulțimi de noduri  $S$  dacă drumurile de la fiecare nod din  $S$  la rădăcină trec prin nodul  $v$ . Cel mai apropiat strămoș comun al mulțimii de noduri  $S$  este strămoșul comun al mulțimii  $S$  aflat la distanță maximă față de rădăcină.

## Interacțiune

Porniți interacțiunea prin citirea unui singur număr întreg  $n$  ( $4 \leq n \leq 500$ ) - numărul de noduri.

Citiți apoi următoarele  $n - 1$  linii. A  $i$ -a linie va conține doi întregi  $a_i, b_i$  ( $1 \leq a_i, b_i \leq n$ ), care semnifică existența unei muchii între nodurile  $a_i$  și  $b_i$  din arbore.

Se garantează că cele  $n - 1$  muchii formează un arbore și că există cel puțin un nod care este conectat direct prin câte o muchie de cel puțin alte 3 noduri.

Pentru a trimite o interogare, afișați mai întâi caracterul "?", apoi numărul întreg  $m$ , apoi  $m$  numere întregi distincte  $a_1, a_2, \dots, a_m$  ( $1 \leq m \leq n$ ,  $1 \leq a_i \leq n$ , toate  $a_i$  distincte) - mulțimea de noduri pentru care vreți să verificați dacă cel mai apropiat strămoș comun se află printre ele.

Ca răspuns, interactorul va afișa "YES" dacă cel mai apropiat strămoș comun al mulțimii interogate este unul dintre nodurile  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , sau "NO" în caz contrar.

Puteți pune cel mult 1000 de interogări, dar veți fi punctați diferit în funcție de numărul lor. Afișarea răspunsului final nu se va număra ca interogare. Citiți cu atenția secțiunea Punctaj de mai jos.

Atunci când ați identificat rădăcina, afișați caracterul "!" urmat de un număr întreg  $v$  ( $1 \leq v \leq n$ ) - rădăcina. Apoi terminați execuția programului vostru.

După afișarea unei interogări nu uitați să afișați caracterul pentru final de linie (newline) și să goliți (flush) outputul. Pentru aceasta, folosiți:

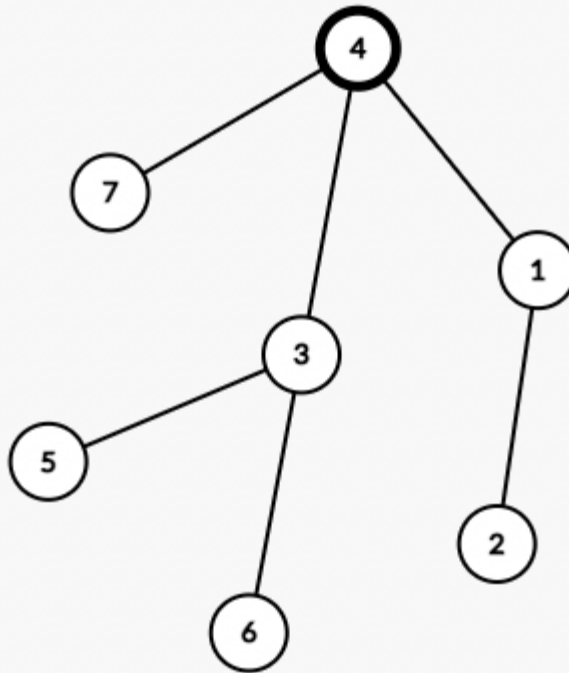
- `fflush(stdout)` sau `cout.flush()` pentru C++;
- `stdout.flush()` pentru Python;

Se garantează că pentru toate testele arborele și rădăcina sa sunt fixate înainte de începerea interacțiunii. Cu alte cuvinte, **interactorul nu este adaptiv**.

## Exemplu

```
Input:
7
4 1
1 2
4 3
3 5
3 6
4 7
Output:
? 2 5 6
Input:
NO
Output:
? 3 6 3 5
Input:
YES
Output:
? 2 1 7
Input:
NO
Output:
? 2 4 6
Input:
YES
Output:
! 4
```

## Explicații



Rădăcina ascunsă este nodul 4.

Pentru prima interogare, cel mai apropiat strămoș comun al nodurilor 5 și 6 este nodul 3 care nu se află printre nodurile 5 și 6, deci răspunsul este "NO".

Pentru a doua interogare, cel mai apropiat strămoș comun al nodurilor 3, 5 și 6 este nodul 3, deci răspunsul este "YES".

Pentru a treia interogare, cel mai apropiat strămoș comun al nodurilor 1 și 7 este nodul 4, deci răspunsul este "NO".

Pentru a patra interogare, cel mai apropiat strămoș comun al nodurilor 4 și 6 este nodul 4, deci răspunsul este "YES".

După aceea, putem ghici că rădăcina este nodul 4, care este și răspunsul corect.

## Punctaj

1. (7 puncte):  $n \leq 9$
2. (10 puncte):  $n \leq 30$
3. (cel mult 83 puncte):  $n \leq 500$

În primele două subtaskuri puteți pune cel mult 1000 de interogări pentru punctajul maxim.

În al treilea subtask, fie  $k$  numărul maxim de interogări puse în cadrul testelor. Dacă  $k \leq 9$ , veți primi 83 de puncte. Altfel, veți primi  $\lfloor \max(10, 83 \cdot (1 - \frac{\ln(k-6)}{7})) \rfloor$  puncte.

Cod în C++ care calculează numărul de puncte:

```
((k <= 9) ? 83 : max(10, int(83 * (1 - log(k - 6.0) / 7))))
```