#### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

horses

Language: ro-RO

## Horses

Lui Mansur îi place să crească cai urmând tradiția strămoșilor săi. El are acum ce mai mare herghelie din Kazakhstan. Nu așa stăteau lucrurile cu N ani în urmă. Când Mansur era doar un dzhigit ( cuvântul Kazakh pentru t a n a r) el avea doar un singur cal. El visa să facă o grămadă de bani și în cele din urmă să ajungă un bai ( cuvântul kazakh pentru om foarte bogat).

Să numerotăm anii de la 0 la N-1 în ordine cronologică (adică anul N-1 este cel mai recent an ). Clima din fiecare an influența creșterea hergheliei. Pentru fiecare an i Mansur memorează un coeficient de creștere întreg și pozitiv X[i]. Dacă la începutul anului i aveai i cai atunci la sfârșitul acestuia aveai i cai în herghelie.

Caii puteau fi vânduți numai la sfârșitul unui an. Pentru fiecare an i, Mansur memorează un întreg pozitiv Y[i]: prețul unui cal la sfârșitul anului i. La sfârșitul fiecărui an era posibil să vinzi oricâți cai, fiecare la acelasi preț Y[i].

Mansur se întreabă care este cea mai mare sumă de bani pe care ar putea să o obțină dacă alege cele mai bune momente în care să vândă cai pe parcursul celor N ani. Tu ai onoarea să fii invitaltul lui Mansur în toi ( cuvântul kazakh pentru vacanță) și să răspunzi la întrebarea lui.

Memoria lui Mansur se îmbunătățește seara, așa ca va face un șir de M modificări. Fiecare modificare va schimba fie una dintre valorile X[i], fie una dintre valorile Y[i]. După fiecare modificare el te întreabă dinnou care e suma cea mai mare pe care o poate obține din vânzarea cailor. Modificările lui Manur sunt cumulative: fiecare răspuns trebuie să țină cont de toate modificările precedente. Rețineți că oricare dintre valorile X[i] sau Y[i] ar putea fi modificată de mai multe ori.

Răspunsul lui Mansur poate fi un număr foarte mare. Pentru a evita lucrul cu numere mari se cere doar restul modulo  $10^9 + 7$  al răspunsului.

#### **Exemplu**

Să presupunem că N=3 ani, cu următoarele informații:

	0	1	2
Χ	2	1	3
Y	3	4	1

Pentru valorile inițiale Mansur poate obține cel mai mult dacă vinde ambii săi cai la sfârșitul anului 1. Procesul decurge după cum urmează:

- Inițial, Mansur are un cal.
- După anul 0 el are  $1 \cdot X[0] = 2$  cai.

- lacksquare După anul 1 el are  $2 \cdot X[1] = 2$  cai .
- El poate acum să vândă cei doi cai. Profitul total va fi  $2 \cdot Y[1] = 8$ .

Să presupunem acum că există M=1 modificări: Schimbă valoarea lui Y[1] în 2.

După modificare avem:

	0	1	2
Х	2	1	3
Y	3	2	1

În acest caz, una dintre soluțiile optime este să vinzi un cal după anul 0 și apoi trei cai după anul 2. Procesul decurge după cum urmează:

- Inițial, Mansur are un cal.
- lacksquare După anul 0 el are  $oldsymbol{1} \cdot oldsymbol{X}[oldsymbol{0}] = oldsymbol{2}$  cai.
- lacktriangle El poate să vândă unul dintre cai pentru Y[0]=3, și îi mai rămâne un cal.
- După anul 1 el are  $1 \cdot X[1] = 1$  cal.
- După anul 2 el are  $1 \cdot X[2] = 3$  cai.
- El poate acum să vândă cei trei cai pentru  $3 \cdot Y[2] = 3$ . Profitul total va fi 3 + 3 = 6.

# Cerință

Se dau N, X, Y, și lista de modificări. Înainte de prima modificare și după fiecare modificare, calculează suma maximă pe care o poate obține Mansur pe caii săi, modulo  $\mathbf{10^9} + \mathbf{7}$ . Trebuie să implementezi funcțiile init, updateX și updateY.

- init (N, X, Y) Grader-ul va apela prima această funcție, exact o dată.
  - N: Numărul de ani.
  - lacktriangled X: un șir de lungime N. Pentru  $0 \leq i \leq N-1, X[i]$  dă coeficientul de creștere pentru anul i
  - lacksquare Y: un șir de lungime N. Pentru  $0 \leq i \leq N-1, Y[i]$  dă prețul unui cal după anul i.
  - Remarcați că atât X cât și Y specifică valorile inițiale date de Mansur ( înainte de orice modificare ).
  - După ce apelul init se încheie, șirurile X și Y rămân valabile, și poți modifica conținutul lor după cum dorești.
  - Această funcție trebuie să returneze suma maximă pe care o poate obține Mansur pe caii săi pentru aceste valori inițiale ale lui X și Y, modulo  $10^9 + 7$ .
- updateX(pos, val)
  - pos: un întreg din intervalul  $0, \ldots, N-1$ .

- val: noua valoare a lui X[pos].
- Această funcție trebuie să returneze suma maximă pe care o poate obține Mansur după această modificare, modulo  $10^9 + 7$ .
- updateY(pos, val)
  - pos: un întreg din intervalul  $0, \ldots, N-1$ .
  - val: noua valoare a lui Y[pos].
  - lacktriangle Această funcție trebuie să returneze suma maximă pe care o poate obține Mansur după această modificare, modulo  $10^9+7$ .

Se asigură că atât valorile inițiale cât și cele modificate pentru X[i] și Y[i] sunt între 1 și  $10^9$  inclusiv.

După init, grader-ul va apela updateX și updateY de câteva ori. Numărul total de apeluri ale funcțiilor updateX și updateY va fiM.

### Subprobleme

Subproble ma	puncte	N	M	Precizări suplimentare
1	17	$1 \le N \le 10$	M=0	$X[i], Y[i] \le 10, \ X[0] \cdot X[1] \cdot \ldots \cdot X[N-1] \le 1,000$
2	17	$1 \le N \le 1,000$	$0 \le M \le 1,000$	none
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \ge 2$ și $val \ge 2$ pentru init și apelurile updateX
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	none
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	none

#### Grader-ul de pe calculatorul tău

Grader-ul de pe calculatorul tău citește date de intrare din fișierul horses.in în următorul format:

- linia 1: N
- linia 2: X[0] ... X[N 1]
- linia 3: Y[0] ... Y[N 1]
- linia 4: M
- liniile 5, ..., M + 4: trei numere type pos val (type=1 pentru updateX și type=2 pentru updateY).

Grader-ul de pe calculatorul tău afișează valoarea returnată de apelul init urmată de valorile returnate de toate apelurile updateX și updateY.