#### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

horses

Language: sr-RS

# Pimpketova čarobna trava

Veleposednik Pimpke voli da gaji travu, baš kao što su to činili i njegovi preci. On sada poseduje najveći travnjak u Crnotravskom okrugu. No, to nije oduvek bio slučaj. Pre N godina, Pimpke je bio običan lerdi (srpska reč za  $onaj\ koji\ nosi\ travu$ ) i imao je svega jedno jutro trave. Sanjao je o tome da zaradi mnogo para i konačno postane baja (srpska reč za  $\check{c}ovek\ sa\ zlatnom\ kajlom$ ).

Označimo godine od 0 do N-1, hronološki (tj. godina N-1 je najskorija). Svake godine su tržišni uslovi uticali na porast Pimpketovog travnjaka. Za svaku godinu i, Pimpke zna pozitivan ceo broj X[i]. Ako je godinu i počeo sa h jutara (h je ceo broj), tu godinu je završio sa travnjakom veličine  $h \cdot X[i]$  jutara.

Na kraju svake godine Pimpke je mogao prodati određeni broj jutara (ceo broj). Za svaku godinu i, Pimpke zna pozitivan ceo broj Y[i]: cenu za koju je mogao prodati jutro na kraju te godine. Nakon svake godine mogao je prodati proizvoljan (ceo) broj jutara, svako po ceni Y[i].

Pimpke se pita koliko bi najviše para do sada mogao zaraditi da je odabrao najbolje momente da proda svoja jutra u toku prethodnih N godina. Imali ste čast da vas Pimpke pozove na slavu (srpska reč za  $prekomerno\ uživanje\ u\ različitim\ porocima$ ), i tom prilikom je od vas zatražio da odgovorite na njegovo pitanje.

Dok dejstvo poroka slabi, Pimpketovo sećanje postaje sve bolje, i on pravi M izmena u podacima koje je naveo. Svaka izmena menja ili jednu od X[i] vrednosti ili jednu od Y[i] vrednosti. Nakon svake izmene on vas iznova pita koliko je najviše para mogao da zaradi prodavajući svoja jutra. Pimpketove izmene su kumulativne: svaki vaš odgovor treba da uzme u obzir sve prethodne izmene. Svako X[i] ili Y[i] može biti izmenjeno više puta.

Tačan odgovor na Pimpketovo pitanje može biti ogroman. Da biste izbegli rad sa velikim brojevima, od vas se samo traži da saopštite odgovor po modulu  $10^9 + 7$ .

### **Primer**

Neka je N = 3, sa sledećim vrednostima za X i Y:

		0	1	2
	Χ	2	1	3
	Y	3	4	1

Za ove početne vrednosti, Pimpke može zaraditi najviše ako proda oba svoja jutra trave na kraju godine 1. Ceo proces bi izgledao ovako:

■ Na početku Pimpke ima 1 jutro.

- Nakon godine 0 će imati  $1 \cdot X[0] = 2$  jutra.
- Nakon godine 1 će imati  $2 \cdot X[1] = 2$  jutra.
- lacksquare On sada može prodati ta 2 jutra. Ukupna zarada će biti  $2 \cdot Y[1] = 8$ .

Zatim, pretpostavimo da imamo M=1 izmenu: menjamo Y[1] u 2.

Nakon ove izmene X i Y su:

	0	1	2
X	2	1	3
Y	3	2	1

U ovom slučaju, jedno od optimalnih rešenja je da Pimpke proda jedno jutro trave na kraju godine 0 a zatim 3 jutra na kraju godine 2. Ceo proces bi izgledao ovako:

- Na početku Pimpke ima 1 jutro.
- Nakon godine 0 imaće  $1 \cdot X[0] = 2$  jutra.
- On sada može prodati jedno od njih za Y[0] = 3, i preostaće mu 1 jutro.
- Nakon godine 1 imaće  $1 \cdot X[1] = 1$  jutro.
- Nakon godine 2 imaće  $1 \cdot X[2] = 3$  jutra.
- lacksquare On sada može prodati ta 3 jutra za  $3 \cdot Y[2] = 3$ , što čini ukupnu zaradu od 3 + 3 = 6.

# Zadatak

Date su vam vrednosti N, X, Y, i lista izmena. Pre prve izmene, i nakon svake izmene, izračunajte najveću moguću zaradu koju Pimpke može imati od prodaje svojih jutara trave, po modulu  $10^9 + 7$ . Treba da implementirate funkcije init, updateX i updateY.

- init (N, X, Y) Grejder će pozvati prvo ovu funkciju i pozvaće je tačno jednom.
  - N: ukupan broj godina.
  - lacktriangle X: niz dužine N. Za  $0 \leq i \leq N-1$ , X[i] predstavlja koliko puta se umnožio broj jutara u godini i.
  - lacktriangle Y: niz dužine N. Za  $0 \leq i \leq N-1, Y[i]$  predstavlja cenu jutra na kraju godine i.
  - Primetite da X i Y predstavljaju početne Pimpketove vrednosti (pre bilo kakvih izmena).
  - Nakon što se funkcija init završi, nizovi X i Y ostaju važeći i možete menjati vrednosti u njima po želji.
  - Funkcija treba da vrati vrednost koja predstavlja najveću moguću zaradu koju Pimpke može da ostvari za početne vrednosti nizova X i Y, po modulu  $10^9 + 7$ .
- updateX(pos, val)
  - pos: ceo broj iz intervala  $0, \ldots, N-1$ .

- val: nova vrednost za X[pos].
- Funkcija treba da vrati vrednost koja predstavlja najveću moguću zaradu koju Pimpke može da ostvari nakon ove izmene, po modulu  $10^9 + 7$ .
- updateY(pos, val)
  - pos: ceo broj iz intervala  $0, \ldots, N-1$ .
  - val: nova vrednost za Y[pos].
  - Funkcija treba da vrati vrednost koja predstavlja najveću moguću zaradu koju Pimpke može da ostvari nakon ove izmene, po modulu  $10^9 + 7$ .

Možete pretpostaviti da su sve početne vrednosti, kao i izmenjene vrednosti X[i] i Y[i] između 1 i  $10^9$ , uključivo.

Nakon pozivanja funkcije init, grejder će pozivati funkcije updateX i updateY više puta. Ukupan broj poziva funkcija updateX i updateY je M.

## Podzadaci

podzadatak	bodovi	N	M	dodatna ograničenja
1	17	$1 \le N \le 10$	M=0	$X[i], Y[i] \le 10, \ X[0] \cdot X[1] \cdot \ldots \cdot X[N-1] \le 1,000$
2	17	$1 \leq N \leq 1,000$	$0 \le M \le 1,000$	nema
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \ge 2$ i $val \ge 2$ za funkcije init i updateX respektivno
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \le M \le 10,000$	nema
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	nema

### Primer grejdera

Grejder čita podatke iz fajla horses. in u sledećem formatu:

- linija 1: N
- linija 2: X[0] ... X[N 1]
- linija 3: Y[0] ... Y[N 1]
- linija 4: M
- linije 5, ..., M + 4: tri broja type pos val (type=1 za updateX i type=2 za updateY).

Grejder prvo štampa vrednost koju vraća funkcija init a zatim i povratne vrednosti funkcija updateX i updateY u redosledu u kome se pozivaju.