### **International Olympiad in Informatics 2015**



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

towns

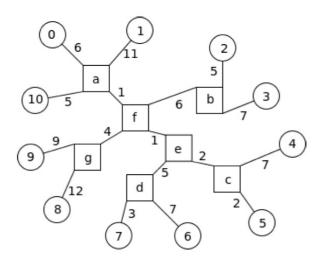
Language: cs-CZ

# Města

V Kazachstánu je N malých měst, očíslovaných od 0 do N-1. Dále je tam neznámý počet velkoměst. Malá města a velkoměsta jsou souhrnně označována jako sidla.

Všechna sídla v Kazachstánu jsou spojena jednou sítí obousměrných dálnic. Každá dálnice propojuje dvě různá sídla. Každá dvojice sídel je spojená nejvýše jednou dálnicí. Malá města jsou taková sídla, která jsou spojena s právě jedním sídlem. Všechna ostatní sídla jsou velkoměsta. Je známo, že žádné velkoměsto není spojeno s přesně dvěma nebo žádným sídlem. Jinými slovy, každé velkoměsto je přímo spojeno se třemi či více sídly. Konečně, pro každou dvojici sídel  $\boldsymbol{a}$  a  $\boldsymbol{b}$  existuje jediná cesta jdoucí po dálnicích z  $\boldsymbol{a}$  do  $\boldsymbol{b}$ , není-li žádná dálnice použita vícekrát.

Následující obrázek znázorňuje síť jedenácti malých měst a sedmi velkoměst. Malá města jsou zobrazena jako kroužky a označena celými čísly, zatímco velkoměsta jsou znázorněna čtverečky a označena písmeny.



Každá dálnice má kladnou celočíselnou délku. Vzdáleností mezi dvěma sídly rozumíme minimální součet délek všech dálnic potřebných k docestování z jednoho sídla do druhého.

Pro každé velkoměsto C můžeme spočíst vzdálenost r(C) do nejvzdálenějšího malého města. Velkoměsto C označíme jako hub, jestliže má vzdálenost r(C) nejmenší ze všech velkoměst. Vzdálenost mezi hubem a od něj nejvzdálenějším malým městem označíme jako R. Tudíž R je nejmenší ze všech hodnot r(C).

Ve výše uvedeném příkladu je od velkoměsta a nejvzdálenější malé město 8 a vzdálenost mezi nimi je r(a) = 1 + 4 + 12 = 17. Pro velkoměsto g platí také r(g) = 17. (Jedno z malých měst nejvzdálenějších od g je 6.) Jediným hubem v příkladu je velkoměsto f s r(f) = 16. Tudíž v tomto příkladu je f rovno f rov

Odstranění hubu rozdělí síť na vícero souvislých částí. Hub nazveme vyvážený, je-li v každé z těchto

částí nejvýše  $\lfloor N/2 \rfloor$  malých měst. (Zdůrazněme, že velkoměsta se nepočítají.) Symbol  $\lfloor x \rfloor$  označuje největší celé číslo, které není větší než x.

V našem příkladu je velkoměsto f hubem. Odstraníme-li velkoměsto f, síť se rozpadne na čtyři souvislé části sestávající po řadě z těchto malých měst:  $\{0,1,10\}$ ,  $\{2,3\}$ ,  $\{4,5,6,7\}$  a  $\{8,9\}$ . Žádná z těchto částí nemá více než  $\lfloor 11/2 \rfloor = 5$  malých měst, tudíž velkoměsto f je vyváženým hubem.

## Úloha

Na začátku máte o sídlech v síti jedinou informací, a to počet malých měst N. Neznáte počet velkoměst. Nevíte nic o dálnicích mezi sídly. Nové informace můžete získat pouze dotazováním se na vzdálenost mezi páry malých měst.

Vaší úlohou je určit:

- Ve všech podúlohách: vzdálenost R.
- V podúlohách 3 až 6: zda v síti existuje vyvážený hub.

Implementujte funkci hubDistance. Vyhodnocovač vyhodnotí v jednom spuštění více testovacích případů. Počet testovacích případů v jednom spuštění je nejvýš 100. Pro každý testovací případ zavolá vyhodnocovač vaši funkci hubDistance právě jednou. Zajistěte, aby vaše funkce inicializovala všechny proměnné při každém zavolání.

- hubDistance(N, sub)
  - N: počet malých měst.
  - sub: číslo podúlohy (vysvětleno v sekci Podúlohy).
  - Jestliže sub je 1 či 2, funkce vrátí R nebo -R
  - Pro sub větší než 2: existuje-li vyvážený hub, pak funkce musí vrátit R, jinak musí vrátit -R.

Vaše funkce hubDistance může získávat informace o síti voláním funkce getDistance (i, j) vyhodnocovače. Tato funkce vrátí vzdálenost mezi malými městy  $\boldsymbol{i}$  a  $\boldsymbol{j}$ . Pro stejná  $\boldsymbol{i}$  a  $\boldsymbol{j}$  vrátí  $\boldsymbol{0}$ . Rovněž vrátí  $\boldsymbol{0}$  pro neplatné argumenty.

### **Podúkoly**

V každém testovacím případu:

- *N* je mezi 6 a 110 včetně.
- Vzdálenost mezi každými dvěma různými malými městy je mezi 1 a 1000000 včetně.

Počet dotazů, které smí váš program položit, je omezený. Limit se může lišit dle podúlohy, viz tabulku níže. Pokusí-li se váš program počet dotazů překročit, bude ukončen a považován za dávající chybný výsledek.

pedáleha	B88Å	₽8 <b>ĕ</b> €ŧ Я8 <del>19Z</del> Å	nalézt vyvážený hňb	<b>લેકો</b> ક્રેલ 8mક <i>ર</i> ક માં
1	13	$\frac{n(n-1)}{2}$	NE	žádná
2	12	$\lceil \frac{7n}{2} \rceil$	NE	žádná
3	13	$\frac{n(n-1)}{2}$	ANO	žádná
4	10	$\lceil \frac{7n}{2} \rceil$	ANO	každé velkoměsto je spojeno s <i>právě</i> třemi dálnicemi
5	13	5n	ANO	žádná
6	39	$\lceil \frac{7n}{2} \rceil$	ANO	žádná

[x] označuje nejmenší celé číslo větší nebo rovno x.

### Ukázkový vyhodnocovač

Všimněte si, že číslo podúlohy je součástí vstupu. Ukázkový vyhodnocovač mění své chování podle čísla podúlohy.

Ukázkový vyhodnocovač čte vstup ze souboru towns.in v následujícím tvaru:

- řádek 1: Počet testovacích případů.
- řádek 2:  $N_1$ , počet malých měst v prvním testovacím případu.
- lacktriangled následujících  $N_1$  řádků: j-té číslo  $(1 \leq j \leq N_1)$  na i-tém z těchto řádku  $(1 \leq i \leq N_1)$  je vzdáleností mezi malými městy i-1 a j-1.
- Následují další testovací případy zadané stejně jako první.

Pro každý testovací případ vzorový vyhodnocovač vypíše návratovou hodnotu funkce hubDistance a počet volání na samostatných řádcích.

Vstupní soubor odpovídající příkladu výše je:

```
1
11
0 17 18 20 17 12 20 16 23 20 11
17 0 23 25 22 17 25 21 28 25 16
18 23 0 12 21 16 24 20 27 24 17
20 25 12 0 23 18 26 22 29 26 19
17 22 21 23 0 9 21 17 26 23 16
12 17 16 18 9 0 16 12 21 18 11
20 25 24 26 21 16 0 10 29 26 19
16 21 20 22 17 12 10 0 25 22 15
23 28 27 29 26 21 29 25 0 21 22
20 25 24 26 23 18 26 22 21 0 19
11 16 17 19 16 11 19 15 22 19 0
```

Tento formát je dost odlišný od specifikace seznamu dálnic. Uvědomte si, že můžete modifikovat vzorový vyhodnocovač tak, aby používal odlišný vstupní formát.