



Beech Tree 櫟樹

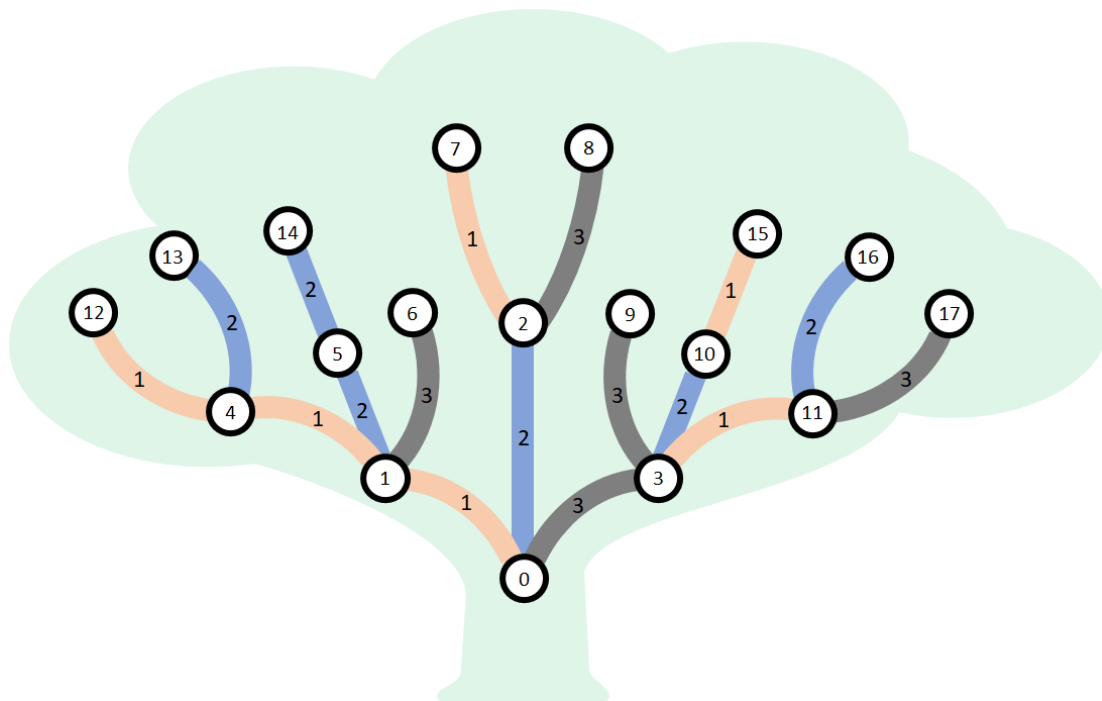
Vétyem Woods 是一片有著許多色彩繽紛的樹木的著名林地。其中一棵最古老且最高的櫟樹被稱為 Ős Vezér。

樹 Ős Vezér 可以被建模為一組 N 個節點和 $N - 1$ 個邊。節點從 0 到 $N - 1$ 編號，邊從 1 到 $N - 1$ 編號。每條邊連接樹的兩個不同節點。具體而言，邊 i ($1 \leq i < N$) 將節點 i 連接到節點 $P[i]$ ，其中 $0 \leq P[i] < i$ 。節點 $P[i]$ 被稱為節點 i 的父節點，節點 i 被稱為節點 $P[i]$ 的子節點。

每條邊都有一種顏色。有 M 種可能的邊顏色，從 1 到 M 編號。邊 i 的顏色是 $C[i]$ 。不同的邊可能有相同的顏色。

請注意，在上述定義中，情況 $i = 0$ 不對應於樹的一條邊。為了方便起見，我們讓 $P[0] = -1$ 和 $C[0] = 0$ 。

例如，假設 Ős Vezér 有 $N = 18$ 個節點和 $M = 3$ 種可能的邊顏色，其中 17 條邊的連接為 $P = [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11]$ 和 顏色 $C = [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3]$ 描述。該樹顯示在下圖中：



Árpád 是一位很有才華的林務人員，喜歡研究樹的特定部分，稱為子樹。對於每個 r ，滿足 $0 \leq r < N$ ，節點 r 的子樹是具有以下特性的節點集合 $T(r)$ ：

- 節點 r 屬於 $T(r)$ 。

- 每當節點 x 屬於 $T(r)$ ，則 x 的所有子節點也屬於 $T(r)$ 。
- 沒有其他節點屬於 $T(r)$ 。

集合 $T(r)$ 的大小表示為 $|T(r)|$ 。

Árpád 最近發現了一個複雜但有趣的子樹性質。Árpád 的發現涉及大量的筆記和紙張操作，他懷疑你可能也需要這樣做才能理解。他還會向你展示多個例子，供你進一步分析。

假設我們有一個固定的 r 和一個節點子樹 $T(r)$ 中節點的排列 $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$ 。

對於每個 i ，滿足 $1 \leq i < |T(r)|$ ，令 $f(i)$ 為顏色 $C[v_i]$ 在以下 $i-1$ 個顏色的序列中出現的次數：
 $C[v_1], C[v_2], \dots, C[v_{i-1}]$ 。

(請注意， $f(1)$ 總是 0，因為其定義中的顏色序列是空的。)

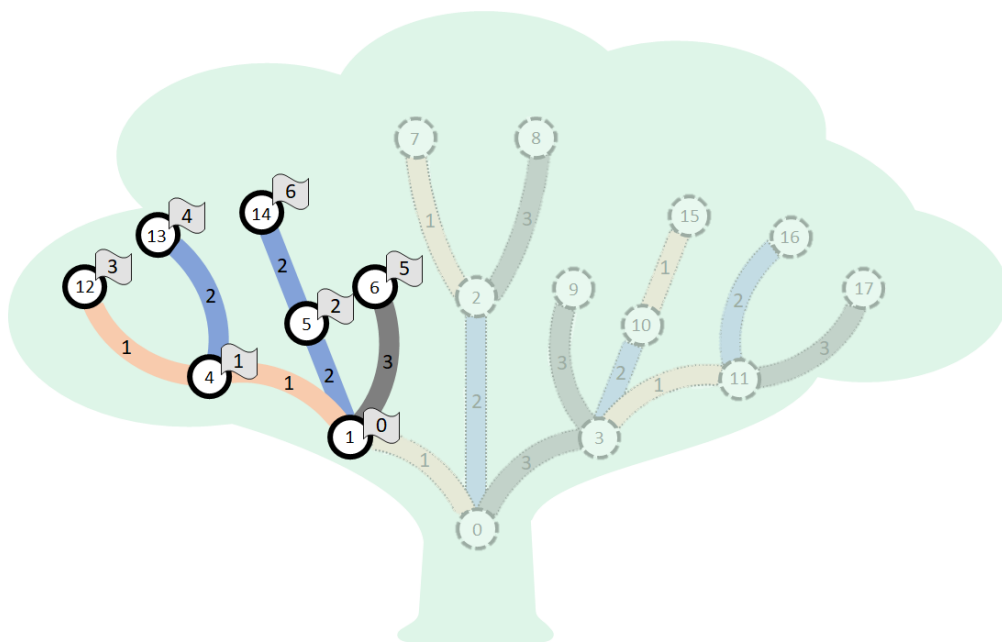
節點排列 $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$ 是一個**美麗的排列**，當且僅當所有以下性質都成立：

- $v_0 = r$ 。
- 對於每個 i ，滿足 $1 \leq i < |T(r)|$ ，節點 v_i 的父節點是節點 $v_{f(i)}$ 。

對於任何滿足 $0 \leq r < N$ 的 r ，子樹 $T(r)$ 是一個**美麗的子樹**，當且僅當存在一個美麗的節點排列在 $T(r)$ 中的節點上。根據定義，每個只包含一個節點的子樹都是美麗的。

考慮上面的示例樹。可以證明，該樹的子樹 $T(0)$ 和 $T(3)$ 不是美麗的。子樹 $T(14)$ 是美麗的，因為它只包含一個節點。下面，我們將展示子樹 $T(1)$ 也是美麗的。

考慮節點排列 $[v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6] = [1, 4, 5, 12, 13, 6, 14]$ 。這個排列是子樹 $T(1)$ 中節點的一個排列。下圖顯示了這個排列。附加在每個節點上的標籤就是這些節點在這個排列中的序號。



我們現在將驗證這是一個**美麗的排列**。

- $v_0 = 1$ 。

- $f(1) = 0$ ，因為顏色 $C[v_1] = C[4] = 1$ 在序列 $[]$ 中出現 0 次。
 - 相應地，節點 v_1 的父節點是節點 v_0 。也就是說，節點 4 的父節點是節點 1。（正式地說， $P[4] = 1$ 。）
- $f(2) = 0$ ，因為顏色 $C[v_2] = C[5] = 2$ 在序列 $[1]$ 中出現 0 次。
 - 相應地，節點 v_2 的父節點是節點 v_0 。也就是說，節點 5 的父節點是 1。
- $f(3) = 1$ ，因為顏色 $C[v_3] = C[12] = 1$ 在序列 $[1, 2]$ 中出現 1 次。
 - 相應地，節點 v_3 的父節點是節點 v_1 。也就是說，節點 12 的父節點是 4。
- $f(4) = 1$ ，因為顏色 $C[v_4] = C[13] = 2$ 在序列 $[1, 2, 1]$ 中出現 1 次。
 - 相應地，節點 v_4 的父節點是節點 v_1 。也就是說，節點 13 的父節點是 4。
- $f(5) = 0$ ，因為顏色 $C[v_5] = C[6] = 3$ 在序列 $[1, 2, 1, 2]$ 中出現 0 次。
 - 相應地，節點 v_5 的父節點是節點 v_0 。也就是說，節點 6 的父節點是 1。
- $f(6) = 2$ ，因為顏色 $C[v_6] = C[14] = 2$ 在序列 $[1, 2, 1, 2, 3]$ 中出現 2 次。
 - 相應地，節點 v_6 的父節點是 v_2 。也就是說，節點 14 的父節點是 5。

由於我們可以在 $T(1)$ 中找到節點的“美麗的排列”，因此子樹 $T(1)$ 是一個“美麗的子樹”。

你的任務是幫助 Árpád 決定 Ős Vezér 的每個子樹是否美麗。

實現細節

你應該實現以下的函數。

```
int[] beechtree(int N, int M, int[] P, int[] C)
```

- N : 樹中節點的數量。
- M : 可能的邊的顏色數量。
- P, C : 長度為 N 的陣列，描述樹的邊。
- 這個函數應該返回一個長度為 N 的陣列 b 。對於每個 r 滿足 $0 \leq r < N$ ，如果 $T(r)$ 是美麗的， $b[r]$ 應該是 1，否則為 0。
- 這個函數對於每個測試案例只會被調用一次。

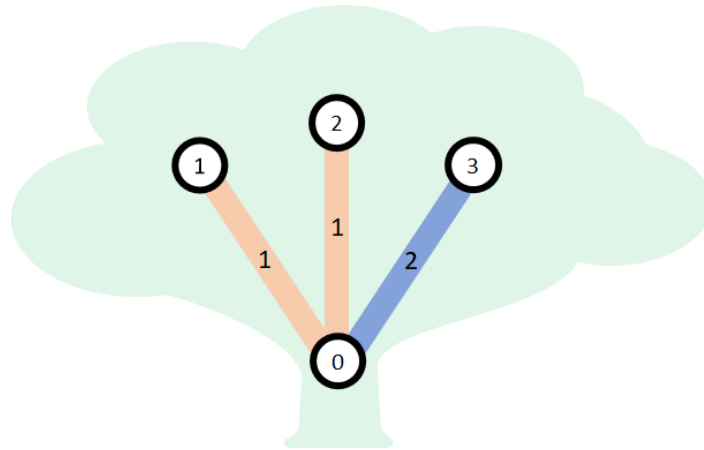
範例

範例 1

考慮以下的調用：

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

樹如下圖所示：



$T(1)$, $T(2)$ 和 $T(3)$ 各自只包含一個節點，因此它們是美麗的。 $T(0)$ 不是美麗的。 因此，函數應該返回 $[0, 1, 1, 1]$ 。

範例 2

考慮以下的調用：

```
beechtree(18, 3,
          [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
          [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

這個範例在任務描述中有圖示。

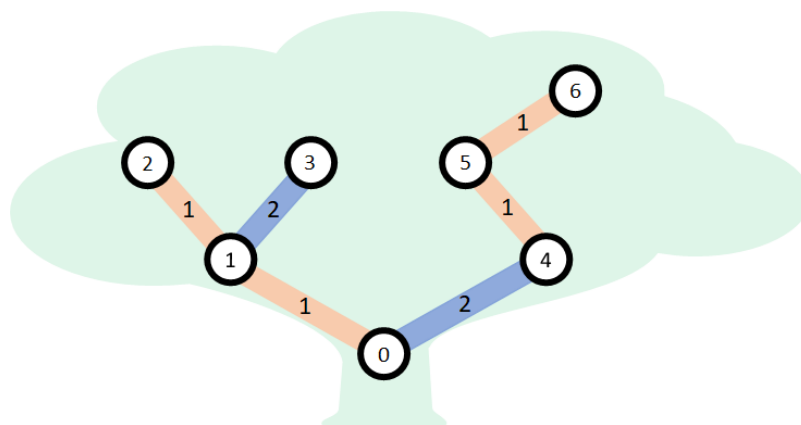
函數應該返回 $[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ 。

範例 3

考慮以下的調用：

```
beechtree(7, 2, [-1, 0, 1, 1, 0, 4, 5], [0, 1, 1, 2, 2, 1, 1])
```

這個範例在下圖中有圖示。



$T(0)$ 是唯一一個不是美麗的子樹。函數應該返回 $[0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ 。

約束

- $3 \leq N \leq 200\,000$
- $2 \leq M \leq 200\,000$
- $0 \leq P[i] < i$ (對於每個 i 滿足 $1 \leq i < N$)
- $1 \leq C[i] \leq M$ (對於每個 i 滿足 $1 \leq i < N$)
- $P[0] = -1$ 且 $C[0] = 0$

子任務

1. (9 分) $N \leq 8$ 且 $M \leq 500$
2. (5 分) 邊 i 將節點 i 連接到節點 $i - 1$ 。也就是說，對於每個 i 滿足 $1 \leq i < N$ ， $P[i] = i - 1$ 。
3. (9 分) 除了節點 0 之外的每個節點要麼連接到節點 0，要麼連接到一個連接到節點 0 的節點。也就是說，對於每個 i 滿足 $1 \leq i < N$ ，要麼 $P[i] = 0$ ，要麼 $P[P[i]] = 0$ 。
4. (8 分) 對於每個 c 滿足 $1 \leq c \leq M$ ，顏色 c 的邊最多只有兩條。
5. (14 分) $N \leq 200$ 且 $M \leq 500$
6. (14 分) $N \leq 2\,000$ 且 $M = 2$
7. (12 分) $N \leq 2\,000$
8. (17 分) $M = 2$
9. (12 分) 沒有額外的約束。

範例測試程式

範例測試程式以以下格式讀取輸入：

- 第一行: $N\ M$
- 第二行: $P[0]\ P[1]\ \dots\ P[N - 1]$
- 第三行: $C[0]\ C[1]\ \dots\ C[N - 1]$

令 $b[0], b[1], \dots$ 表示 `beechtree` 返回的陣列元素。範例測試程式會用以下格式將你的答案輸出：

- 第一行: $b[0]\ b[1]\ \dots$