

## Stablo bukve

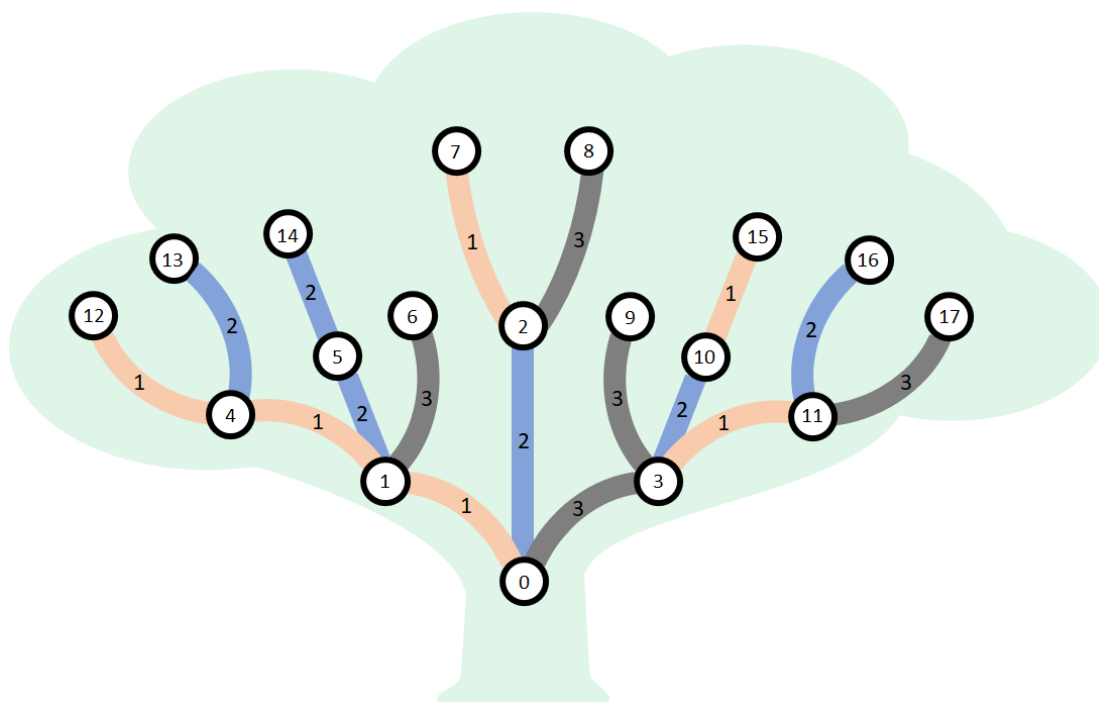
Medvednica je ukrašena predivnom šumom s mnoštvom šarolikog drveća. Jedno od najstarijih i najviših stabala bukve naziva se **DODO**.

Dodo se može prikazati kao skupo od  $N$  **čvorova** i  $N - 1$  **bridova**. Čvorovi su označeni do 0 do  $N - 1$  i bridovi od 1 do  $N - 1$ . Svaki brid spaja dva različita čvora u stablu. Točnije, brid  $i$  ( $1 \leq i < N$ ) spaja čvor  $i$  s čvorom  $P[i]$  gdje je  $0 \leq P[i] < i$ . Čvor  $P[i]$  naziva se **roditeljem** čvora  $i$ , a čvor  $i$  naziva se **djetetom** čvora  $P[i]$ .

Svaki brid ima svoju boju. Postoji  $M$  mogućih boja bridova označenih brojevima od 1 do  $M$ . Svaki brid  $i$  ima svoju boju  $C[i]$ . Različiti bridovi mogu biti iste boje.

Primijetite da u gore opisanim definicijama, slučaj  $i = 0$  ne opisuje nijedan brid stabla. Stoga, bez smanjenja općenitosti, neka je  $P[0] = -1$  te  $C[0] = 0$ .

Primjerice, neka Dodo stablo ima  $N = 18$  čvorova i  $M = 3$  mogućih boja bridova, gdje je 17 bridova opisano roditeljima  $P = [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11]$  i bojama  $C = [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3]$ . Opisano stablo prikazano je na sljedećoj slici:



Krešimir je talentirani šumar koji voli proučavati specifične dijelove svoga stabla nazvanih **podstablama**. Za svaki  $r$  takav da je  $0 \leq r < N$ , podstablo čvora  $r$  je skup čvorova  $T(r)$  sa

sljedećim svojstvom:

- Čvor  $r$  pripada skupu  $T(r)$ .
- Kadgod čvor  $x$  pripada skupu  $T(r)$ , tada sva djeca od  $x$  također pripadaju  $T(r)$ .
- Nijedan drugi čvor ne pripada skupu  $T(r)$ .

Veličina skupa  $T(r)$  označava se sa  $|T(r)|$ .

Krešimir je nedavno otkrio zanimljivo svojstvo podstabala. Krešino otkriće uključivalo je puno igranja s papirom i olovkom, i misli da će tebi trebati kako bi ga shvatio. Također će vam pokazati par primjera kako biste ih mogli detaljno analizirati.

Neka su fiksni broj  $r$  i permutacija  $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$  svih čvorova u podstablu  $T(r)$ .

Za svaki  $i$  takav da  $1 \leq i < |T(r)|$ , neka je  $f(i)$  broj pojavljivanja boje  $C[v_i]$  u sljedećem nizu  $i - 1$  boja:  $C[v_1], C[v_2], \dots, C[v_{i-1}]$ .

(Primijetite da je  $f(1)$  uvijek 0 je niz boja uvijek prazan.)

Permutacija  $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$  je **lijepa permutacija** ako i samo ako vrijede sva navedena svojstva:

- $v_0 = r$ .
- Za svaki  $i$  takav da  $1 \leq i < |T(r)|$ , roditelj čvora  $v_i$  je  $v_{f(i)}$ .

Za svaki  $r$  takav da  $0 \leq r < N$ , podstablo  $T(r)$  je **lijepo podstablo** ako i samo ako postoji lijepa permutacija čvorova u  $T(r)$ . Primijetite da prema gornjoj definiciji, podstablo koje se sastoji od jednog čvora lijepo.

Promatrajte primjerice gore navedeno stablo. Može se pokazati da podstabla  $T(0)$  i  $T(3)$  nisu lijepa. Podstablo  $T(14)$  je lijepo, jer se sastoji od jednog čvora. Ispod, pokazat ćemo da je podstablo  $T(1)$  također lijepo.

Promatrajte niz različitih brojeva  $[v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6] = [1, 4, 5, 12, 13, 6, 14]$ . Taj niz je permutacija čvorova skupa  $T(1)$ . Donja slika prikazuje navedenu permutaciju. Dopisane oznake su redni brojevi čvorova u permutaciji.



- Funkcija mora vratiti niz  $b$  duljine  $N$ . Za svaki  $r$  takav da  $0 \leq r < N$ ,  $b[r]$  mora biti 1 ako je  $T(r)$  lijepo podstablo, i 0 inače.
- Ova funkcija bit će pozvana točno jednom po primjeru.

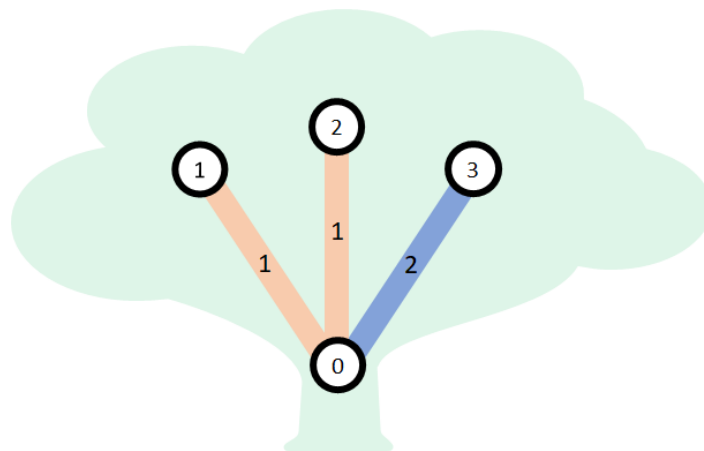
## Primjeri

### Prvi primjer

Promatrajte sljedeći poziv funkcije:

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

Ovaj primjer ilustriran je na sljedećoj slici.



$T(1)$ ,  $T(2)$ , i  $T(3)$  sastoje se od jednog čvora i stoga su lijepi.  $T(0)$  nije lijepo podstablo. Stoga, funkcija bi trebala vratiti  $[0, 1, 1, 1]$ .

### Drugi primjer

Promatrajte sljedeći poziv funkcije:

```
beechtree(18, 3,
          [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
          [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

Primjer je ilustriran u tekstu zadatka.

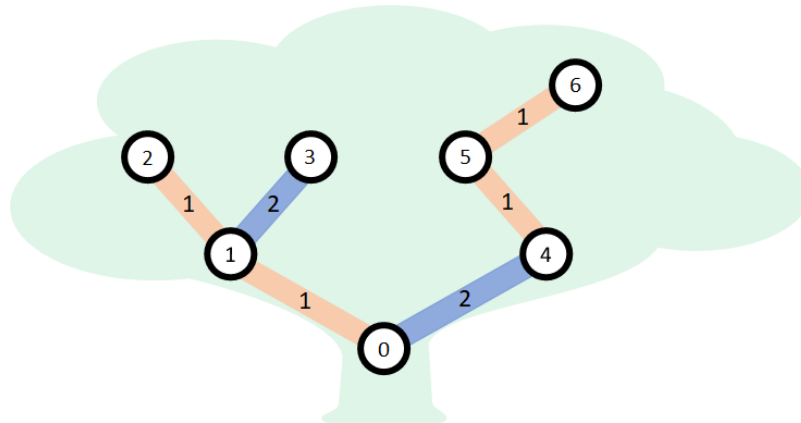
Funkcija bi trebala vratiti  $[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ .

### Treći primjer

Promatrajte sljedeći poziv funkcije:

```
beechtree(7, 2, [-1, 0, 1, 1, 0, 4, 5], [0, 1, 1, 2, 2, 1, 1])
```

Ovaj primjer ilustriran je na sljedećoj slici.



$T(0)$  je jedino postablo koje nije lijepo. Funkcija bi trebala vratiti  $[0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ .

## Ograničenja

- $3 \leq N \leq 200\,000$
- $2 \leq M \leq 200\,000$
- $0 \leq P[i] < i$  (za svaki  $i$  takav da  $1 \leq i < N$ )
- $1 \leq C[i] \leq M$  (za svaki  $i$  takav da  $1 \leq i < N$ )
- $P[0] = -1$  i  $C[0] = 0$

## Podzadatci

1. (9 bodova)  $N \leq 8$  i  $M \leq 500$
2. (5 bodova) Brid  $i$  povezuje čvor  $i$  s čvorom  $i - 1$ . Točnije, za svaki  $i$  takav da  $1 \leq i < N$ , vrijedi  $P[i] = i - 1$ .
3. (9 bodova) Za svaki čvor, osim čvora 0, ili je spojen na čvor 0, ili je spojen na čvor koji je spojen na čvor 0. Točnije, za svaki  $i$  takav da  $1 \leq i < N$ , ili  $P[i] = 0$  ili  $P[P[i]] = 0$ .
4. (8 bodova) Za svaki  $c$  takav da  $1 \leq c \leq M$ , postoje najviše dva brida boje  $c$ .
5. (14 bodova)  $N \leq 200$  i  $M \leq 500$
6. (14 bodova)  $N \leq 2\,000$  i  $M = 2$
7. (12 bodova)  $N \leq 2\,000$
8. (17 bodova)  $M = 2$
9. (12 bodova) Nema dodatnih ograničenja.

## Probni ocjenjivač

Probni ocjenjivač učitava unos u sljedećem obliku.

- 1. redak:  $N$   $M$

- 2. redak:  $P[0] \ P[1] \ \dots \ P[N - 1]$
- 3. redak:  $C[0] \ C[1] \ \dots \ C[N - 1]$

Neka  $b[0]$ ,  $b[1]$ ,  $\dots$  označavaju članove niza koji je vratila funkcija `beechtree`. Probni ocjenjivač ispisat će Vaš odgovor u jednom retku, u sljedećem formatu

- 1. redak:  $b[0] \ b[1] \ \dots$