

# Ligando Super-Árvores (supertrees)

Os Jardins da Baía são um grande parque natural em Singapura. No parque existem  $n$  torres, conhecidas como super-árvores. Estas torres são numeradas de 0 a  $n - 1$ . Nós queremos construir um conjunto de **zero ou mais** pontes. Cada ponte liga um par de torres distintas e pode ser atravessada em **ambas** as direções. Não podem existir duas pontes a ligar o mesmo par de torres.

Um caminho da torre  $x$  para a torre  $y$  é uma sequência de uma ou mais torres tal que:

- o primeiro elemento da sequência é  $x$ ,
- o último elemento da sequência é  $y$ ,
- todos os elementos da sequência são **distintos**, e
- cada dois elementos consecutivos (torres) na sequência estão ligados por uma ponte.

Nota que, por definição, existe exatamente um caminho de uma torre para si própria e a quantidade de caminhos diferentes da torre  $i$  para a torre  $j$  é a mesma que a quantidade de caminhos diferentes da torre  $j$  para a torre  $i$ .

O arquiteto principal que tem a seu cargo esta obra deseja que as pontes sejam construídas de tal modo que para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$  existam exatamente  $p[i][j]$  caminhos diferentes da torre  $i$  para a torre  $j$ , onde  $0 \leq p[i][j] \leq 3$ .

O teu objetivo é construir um conjunto de pontes que satisfaça os requisitos do arquiteto, ou determinar que tal é impossível.

## Detalhes de implementação

Deves implementar a seguinte função:

```
int construct(int[][] p)
```

- $p$ : uma matriz  $n \times n$  representando os requisitos do arquiteto.
- Se a construção for possível, esta função deve fazer exatamente uma chamada `build` (ver em baixo) para reportar a construção, e de seguida deve devolver 1 como valor de retorno.
- Caso contrário, a função deve devolver 0 sem fazer nenhuma chamada a `build`.
- Esta função é chamada exatamente uma vez.

A função `build` é definida da seguinte maneira:

```
void build(int[][] b)
```

- $b$ : uma matriz  $n \times n$ , com  $b[i][j] = 1$  se existir uma ponte ligando a torre  $i$  à torre  $j$ , ou  $b[i][j] = 0$  caso contrário.
- Nota que a matriz deve satisfazer  $b[i][j] = b[j][i]$  para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$  e  $b[i][i] = 0$  para todo o  $0 \leq i \leq n - 1$ .

## Exemplos

### Exemplo 1

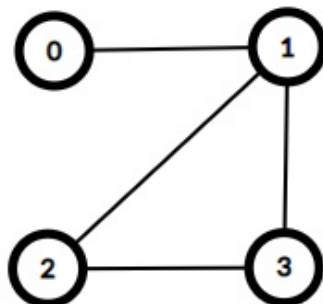
Considera a seguinte chamada:

```
construct([[1, 1, 2, 2], [1, 1, 2, 2], [2, 2, 1, 2], [2, 2, 2, 1]])
```

Isto significa que deve existir exactamente um caminho da torre 0 para a torre 1. Para todos os outros pares de torres  $(x, y)$ , tais que  $0 \leq x < y \leq 3$ , devem existir exactamente dois caminhos da torre  $x$  para a torre  $y$ . Isto pode ser obtido com 4 pontes, ligando os pares de torres  $(0, 1)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(1, 3)$  e  $(2, 3)$ .

Para reportar esta solução, a função `construct` deve fazer a seguinte chamada:

- `build([[0, 1, 0, 0], [1, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1], [0, 1, 1, 0]])`



No final desta chamada deve também devolver 1.

Neste caso existem múltiplas construções que obedecem aos requisitos, e qualquer uma delas seria considerada correta.

### Exemplo 2

Considera a seguinte chamada:

```
construct([[1, 0], [0, 1]])
```

Isto significa que não deve existir nenhuma maneira de viajar entre as duas torres. Isto apenas pode ser satisfeito se não existir nenhuma ponte.

Desse modo, a função `construct` deve fazer a seguinte chamada:

- `build([[0, 0], [0, 0]])`

Depois disto, a função `construct` deve devolver 1.

### Exemplo 3

Considera a seguinte chamada:

```
construct([[1, 3], [3, 1]])
```

Isto significa que devem existir exatamente 3 caminhos da torre 0 para a torre 1. Este conjunto de requisitos não pode ser satisfeito. Como tal, a função `construct` deve devolver 0 sem fazer nenhuma chamada a `build`.

## Restrições

- $1 \leq n \leq 1000$
- $p[i][i] = 1$  (para todo o  $0 \leq i \leq n - 1$ )
- $p[i][j] = p[j][i]$  (para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$ )
- $0 \leq p[i][j] \leq 3$  (para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$ )

## Subtarefas

1. (11 pontos)  $p[i][j] = 1$  (para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$ )
2. (10 pontos)  $p[i][j] = 0$  ou 1 (para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$ )
3. (19 pontos)  $p[i][j] = 0$  ou 2 (para todos os  $i \neq j, 0 \leq i, j \leq n - 1$ )
4. (35 pontos)  $0 \leq p[i][j] \leq 2$  (para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$ ) e existe pelo menos uma construção que satisfaz os requisitos.
5. (21 pontos)  $0 \leq p[i][j] \leq 2$  (para todos os  $0 \leq i, j \leq n - 1$ )
6. (4 pontos) Nenhuma restrição adicional.

## Avaliador exemplo

O avaliador exemplo lê o input no seguinte formato:

- linha 1:  $n$
- linha  $2 + i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ):  $p[i][0] \ p[i][1] \ \dots \ p[i][n - 1]$

O avaliador exemplo escreve o output no seguinte formato:

- linha 1: o valor de retorno de `construct`.

Se o valor de retorno de `construct` for 1, o avaliador exemplo imprime também:

- linha  $2 + i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ):  $b[i][0] \ b[i][1] \ \dots \ b[i][n - 1]$