Буково дрво

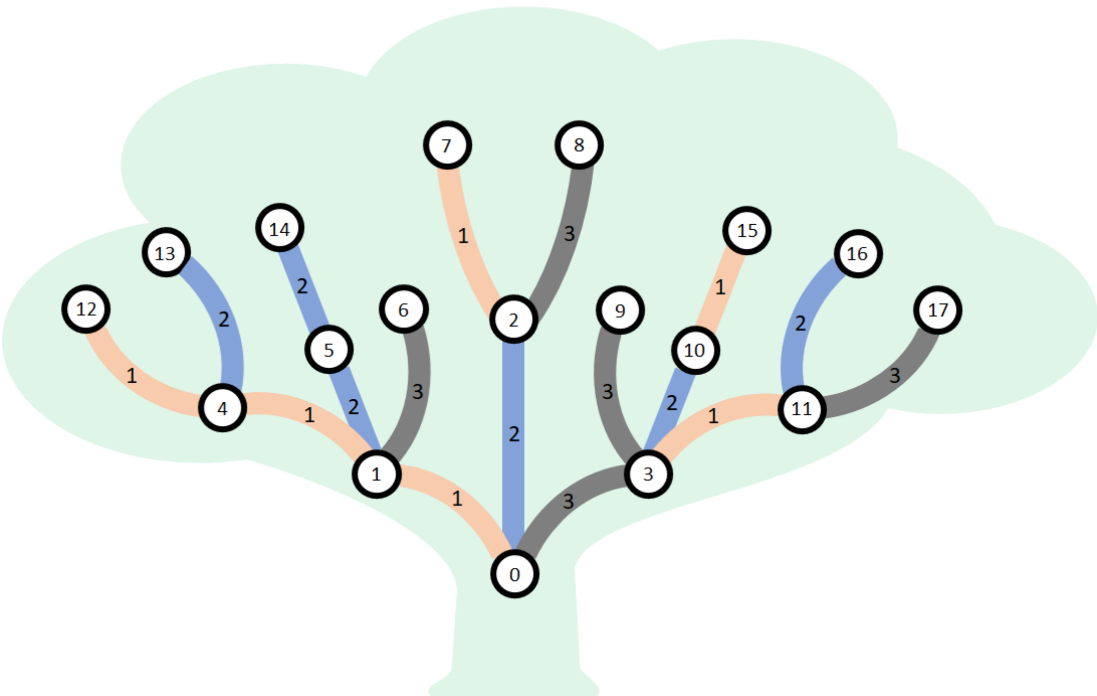
Vétyem Woods е позната шума со многу шарени дрва. Едно од најстарите и највисоките букови дрва е дрвото наречено Ős Vezér.

Дрвото Ős Vezér може да се моделира како множество од N **јазли** и $N-1$ **ребра**. Јазлите се нумерирани со целите броеви од 0 до $N-1$, а ребрата се нумерирани со целите броеви од 1 до $N-1$. Секое ребро поврзува два различни јазли од дрвото. Конкретно, реброто i ($1 \leq i < N$) го поврзува јазолот i со јазолот $P[i]$, каде што $0 \leq P[i] < i$. Јазолот $P[i]$ се нарекува **родител** на јазолот i, а јазолот i се нарекува **дете** на јазолот $P[i]$.

Секое ребро си има боја. Постојат M можни бои на ребра, нумерирани со целите броеви од 1 до M. Бојата на реброто i е $C[i]$. Различни ребра може да имаат иста боја.

Да забележиме дека во дефинициите погоре, случајот $i = 0$ не соодветствува на ребро од дрвото. Заради погодност, ќе земеме $P[0] = -1$ и $C[0] = 0$.

На пример, да претпоставиме дека Ős Vezér има $N = 18$ јазли и $M = 3$ можни бои на ребра, каде 17-те ребра се опишани со врските $P = [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11]$ и боите $C = [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3]$. Дрвото е прикажано на следната слика:



Иван е талентиран шумар кој сака да проучува одредени делови од дрвото наречени **поддрва**. За секое r такво што $0 \leq r < N$, поддрвото на јазолот r е поддрвото $T(r)$ од јазли со следните својства:

- Јазолот r припаѓа на $T(r)$.
- Секогаш кога некој јазол x припаѓа на $T(r)$, сите деца на x исто така припаѓаат на $T(r)$.
- Ниту еден друг јазол не припаѓа на $T(r)$.

Големината на множеството $T(r)$ се означува со $|T(r)|$.

Иван неодамна открил едно комплицирано но интересно својство на поддрвата. Откритието на Иван вклучувало многу играње со пенкало и хартија, и тој се сомнева дека и вие ќе треба да го правите истото за да го разберете. Тој исто така ќе ви прикаже повеќе примери кои можете детално да ги анализирате.

Да претпоставиме дека имаме фиксно r и пермутација $v_0, v_1, \ldots, v_{|T(r)|-1}$ на јазлите во поддрвото $T(r)$.

За секое i такво што $1 \leq i < |T(r)|$, нека $f(i)$ е бројот на појавувања на бојата $C[v_i]$ во следната секвенца од $i-1$ бои: $[C[v_1], C[v_2], \ldots, C[v_{i-1}]]$.

(Да забележиме дека $f(1)$ е секогаш 0 бидејќи секвенцата од бои во неговата дефиниција е празна).

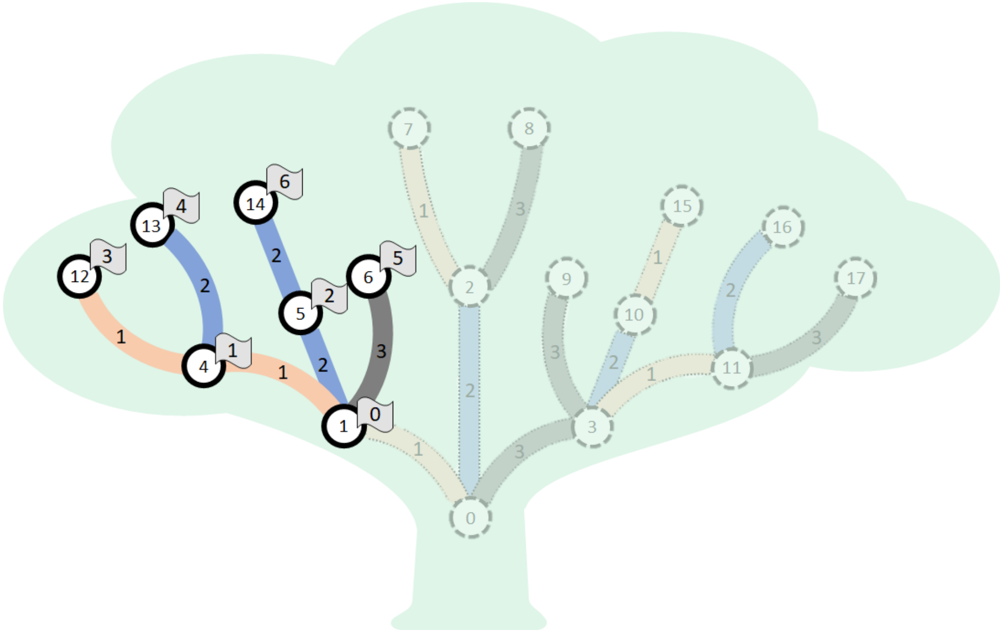
Пермутацијата $v_0, v_1, \ldots, v_{|T(r)|-1}$ е **убава пермутација** ако и само ако важат сите следни својства:

- $v_0 = r$.
- За секое i такво што $1 \leq i < |T(r)|$, родителот на јазолот v_i е јазолот $v_{f(i)}$.

За кое било r така што $0 \leq r < N$, поддрвото $T(r)$ е **убаво поддрво** ако и само ако постои убава пермутација на јазлите во $T(r)$. Да забележиме дека според дефиницијата секое поддрво што се состои од еден јазол е убаво.

Да го разгледаме примерот со дрвото од погоре. Може да се покаже дека поддрвата $T(0)$ и $T(3)$ на ова дрво не се убави. Поддрвото $T(14)$ е убаво, бидејќи се состои од еден јазол. Подолу, ќе покажеме дека поддрвото $T(1)$ е исто така убаво.

Да ја разгледаме секвенцата од различни цели броеви $[v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6] = [1, 4, 5, 12, 13, 6, 14]$. Оваа секвенца е пермутација на јазлите во $T(1)$. Сликата подолу ја прикажува оваа пермутација. Лабелите прикачени на јазлите се индексите на коишто тие јазли се појавуваат во пермутацијата.



Сега ќе се увериме дека ова е *убава пермутација*.

- $v_0 = 1$.
- $f(1) = 0$ бидејќи $C[v_1] = C[4] = 1$ се појавува 0 пати во секвенцата $[]$.
- Соодветно, родителот на v_1 е v_0. Односно, родител на јазолот 4 е јазолот 1. (Формално, $P[4] = 1$.)
- $f(2) = 0$ бидејќи $C[v_2] = C[5] = 2$ се појавува 0 пати во секвенцата $[1]$.
- Соодветно, родителот на v_2 е v_0. Односно, родител на 5 е 1.
- $f(3) = 1$ бидејќи $C[v_3] = C[12] = 1$ се појавува 1 пат во секвенцата $[1, 2]$.
- Соодветно, родителот на v_3 е v_1. Односно, родител на 12 е 4.
- $f(4) = 1$ бидејќи $C[v_4] = C[13] = 2$ се појавува 1 пат во секвенцата $[1, 2, 1]$.
- Соодветно, родителот на v_4 е v_1. Односно, родител на 13 е 4.
- $f(5) = 0$ бидејќи $C[v_5] = C[6] = 3$ се појавува 0 пати во секвенцата $[1, 2, 1, 2]$.
- Соодветно, родителот на v_5 е v_0. Односно, родител на 6 е 1.
- $f(6) = 2$ бидејќи $C[v_6] = C[14] = 2$ се појавува 2 пати во секвенцата $[1, 2, 1, 2, 3]$.
- Соодветно, родителот на v_6 е v_2. Односно, родител на 14 е 5.

Бидејќи можевме да најдеме *убава пермутација* на јазлите во $T(1)$, поддрвото $T(1)$ е *убаво поддрво*.

Ваша задача е да му помогнете на Иван за секое поддрво на Ős Vezér да одлучи дали е убаво.

Имплементациски детали

Треба да ја имплементирате следната процедура:

```
int[] beechtree(int N, int M, int[] P, int[] C)
```

- N: бројот на јазли во дрвото.

- M: бројот на можни бои на ребра.
- P, C: низи со должина N кои ги опишуваат ребрата на дрвото.
- Оваа процедура треба да врати низа b со должина N. За секое r такво што $0 \leq r < N$, $b[r]$ треба да биде 1 ако $T(r)$ е убаво, и 0 во спротивно.
- Оваа процедура се повикува точно еднаш за секој тест случај.

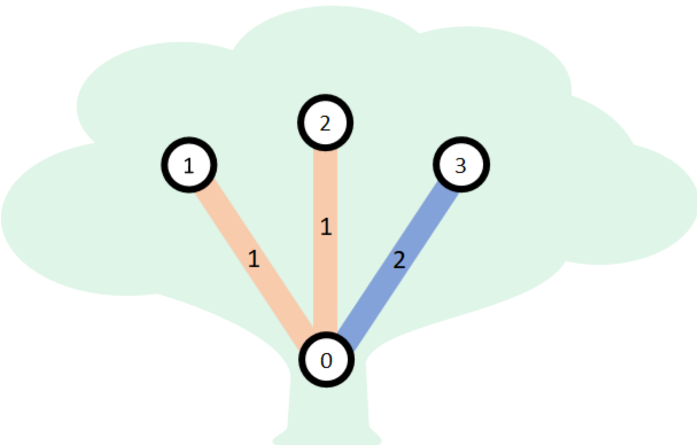
Примери

Пример 1

Да го разгледаме следниот повик:

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

Дрвото е прикажано на следната слика:



$T(1)$, $T(2)$ и $T(3)$ се состојат од по еден јазол, па значи тие се убави. $T(0)$ не е убаво. Според тоа, процедурата треба да врати $[0, 1, 1, 1]$.

Пример 2

Да го разгледаме следниот повик:

```
beechtree(18, 3,
          [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
          [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

Овој пример е илустриран во описот на задачата погоре.

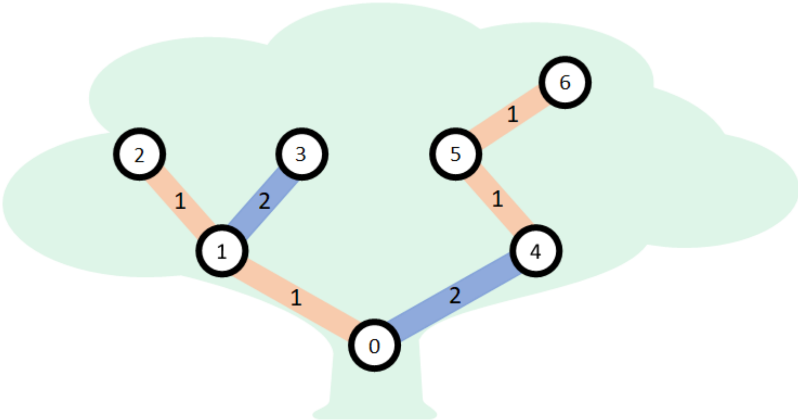
Процедурата треба да врати $[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

Пример 3

Да го разгледаме следниот повик:

```
beechtree(7, 2, [-1, 0, 1, 1, 0, 4, 5], [0, 1, 1, 2, 2, 1, 1])
```

Овој пример е илустриран на следната слика.



$T(0)$ е единственото поддрво кое не е убаво. Процедурата треба да врати $[0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

Ограничувања

- $3 \leq N \leq 200\,000$
- $2 \leq M \leq 200\,000$
- $0 \leq P[i] < i$ (за секое i такво што $1 \leq i < N$)
- $1 \leq C[i] \leq M$ (за секое i такво што $1 \leq i < N$)
- $P[0] = -1$ и $C[0] = 0$

Подзадачи

1. (9 поени) $N \leq 8$ и $M \leq 500$
2. (5 поени) Реброто i го поврзува јазолот i со јазолот $i - 1$. Со други зборови, за секое i такво што $1 \leq i < N$, $P[i] = i - 1$.
3. (9 поени) Секој јазол освен јазолот 0, или е поврзан со јазолот 0, или пак е поврзан со јазол којшто е поврзан со јазолот 0. Со други зборови, за секое i такво што $1 \leq i < N$, или $P[i] = 0$, или пак $P[P[i]] = 0$.
4. (8 поени) За секое c такво што $1 \leq c \leq M$, постојат најмногу две ребра со боја c.
5. (14 поени) $N \leq 200$ и $M \leq 500$
6. (14 поени) $N \leq 2\,000$ и $M = 2$
7. (12 поени) $N \leq 2\,000$
8. (17 поени) $M = 2$
9. (12 поени) Без дополнителни ограничувања.

Пример-оценувач

Пример-оценувачот го чита влезот во следниот формат:

- линија 1: $N \ M$
- линија 2: $P[0] \ P[1] \ \ldots \ P[N-1]$
- линија 3: $C[0] \ C[1] \ \ldots \ C[N-1]$

Нека $b[0], \ b[1], \ \ldots$ се елементите на низата вратена од процедурата `beechtree`. Пример-оценувачот го печати вашиот одговор во една линија, во следниот формат:

- линија 1: $b[0] \ b[1] \ \ldots$