



山毛櫸樹

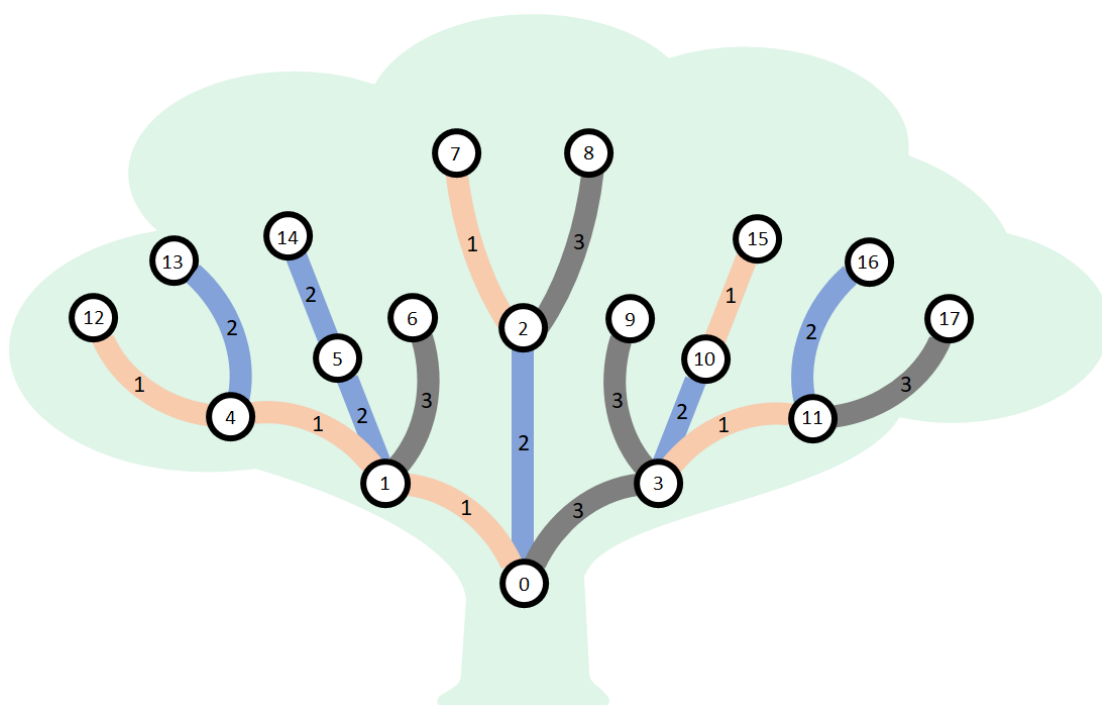
Vétyem Woods 是一個有名的林地，樹林中有很多彩色的樹。其中最老及最高的山毛櫸樹叫做 Ős Vezér。

Ős Vezér 可以視為有 N 個節點以及 $N - 1$ 個邊的集合。節點的編號由 0 編到 $N - 1$ ，邊的編號由 1 編到 $N - 1$ 。每個邊連結樹中的兩個相異節點。更明確地，編號為 i ($1 \leq i < N$) 的邊連接節點 i 到節點 $P[i]$ ，其中 $0 \leq P[i] < i$ 。節點 $P[i]$ 稱為節點 i 的父節點，且節點 i 被稱為節點 $P[i]$ 的子節點。

每一個邊有一顏色。邊的顏色總共有 M 種可能，其編號由 1 到 M 。編號為 i 的邊，其顏色為 $C[i]$ 。不同的邊可以有相同的顏色。

注意在上述的定義中，當 $i = 0$ 時，樹中沒有對應的邊。為了方便起見，我們令 $P[0] = -1$ 及 $C[0] = 0$ 。

例如，假設 Ős Vezér 有 $N = 18$ 個節點及 $M = 3$ 種可能的顏色，並包含 17 個邊，其連接方式如：
 $P = [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11]$ ，其顏色分布如：
 $C = [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3]$ 。此樹如下圖所示：



Árpád 是一位有才華的林務員，喜歡研究樹的特定部分，稱為子樹。對每一個 r ($0 \leq r < N$)，節點 r 的子樹為 $T(r)$ 是一個具有下列性質的節點集合：

- 節點 r 屬於 $T(r)$ 。
- 當節點 x 屬於 $T(r)$ ，所有 x 的子節點都屬於 $T(r)$ 。

- $T(r)$ 沒有其它成員。

集合 $T(r)$ 的大小以 $|T(r)|$ 表示。

Árpád 最近發現了一複雜但有趣的子樹性質。Árpád 的發現過程用了許多紙筆的嘗試，而且他猜想你也需要經歷過類似的過程以了解這性質。他也將給你幾個可以仔細分析的例子。

假設我們有一固定的 r 和子樹 $T(r)$ ，其節點排列為 $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$ 。

對每一個 i ($1 \leq i < |T(r)|$)，令 $f(i)$ 為顏色 $C[v_i]$ 出現在下列 $i-1$ 個顏色的序列 $C[v_1], C[v_2], \dots, C[v_{i-1}]$ 的次數。

(注意 $f(1)$ 的值總是 0，因為按其定義顏色序列為空集合。)

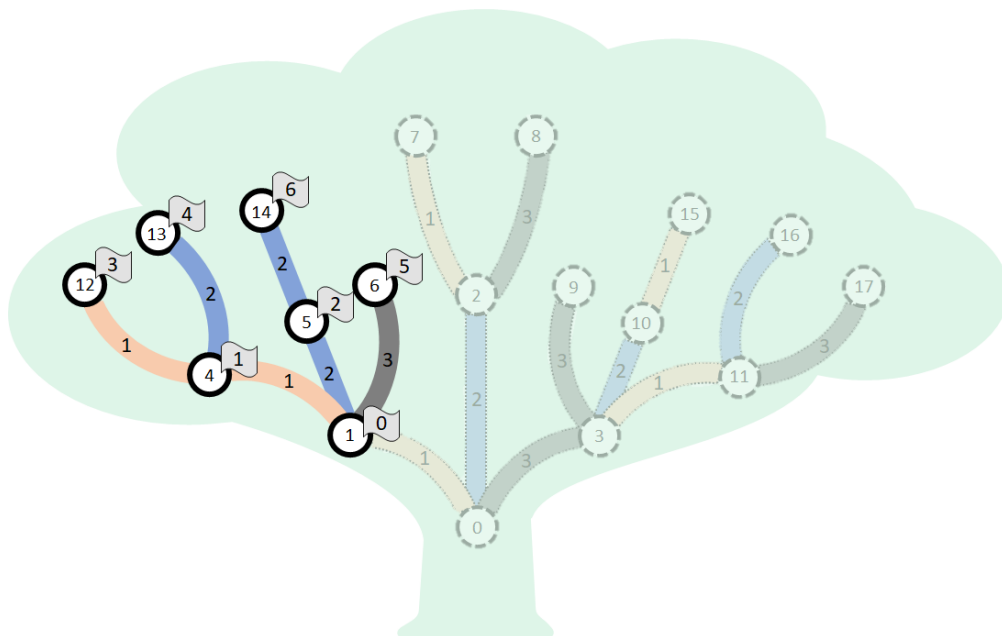
排列 $v_0, v_1, \dots, v_{|T(r)|-1}$ 被稱為 **漂亮排列** 若且唯若所有下列性質都成立：

- $v_0 = r$ 。
- 對每一 i ($1 \leq i < |T(r)|$)， v_i 的父節點為節點 $v_{f(i)}$ 。

對任一 r ($0 \leq r \leq N$)，子樹 $T(r)$ 是一個 **漂亮子樹** 若且唯若 $T(r)$ 的節點存在一漂亮排列。注意按照定義，任一只有一個節點的子樹是漂亮的。

考慮上述的例子。可以驗證子樹 $T(0)$ 和 $T(3)$ 都不是漂亮的。子樹 $T(14)$ 為漂亮的，因為它只有一個節點。下面我們將解釋子樹 $T(1)$ 也是漂亮的。

考慮相異整數序列 $[v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6] = [1, 4, 5, 12, 13, 6, 14]$ 。此序列為 $T(1)$ 的節點的排列。此排列如下圖所示。每一節點在排列中的索引值 (index) 為附貼在節點旁的數字。



現在我們將驗證它是一個 **漂亮排列**。

- $v_0 = 1$.
- $f(1) = 0$ ，因為在序列 $[]$ 中， $C[v_1] = C[4] = 1$ 出現 0 次。

- 相對應地， v_1 的父節點為 v_0 ，即 4 的父節點是 1，(正式地， $P[4] = 1$)。
- $f(2) = 0$ ，因為在序列 $[1]$ 中， $C[v_2] = C[5] = 2$ 出現 0 次。
 - 相對應地， v_2 的父節點為 v_0 ，即 5 的父節點是 1。
- $f(3) = 1$ ，因為在序列 $[1, 2]$ 中， $C[v_3] = C[12] = 1$ 出現 1 次。
 - 相對應地， v_3 的父節點為 v_1 ，即 12 的父節點是 4。
- $f(4) = 1$ ，因為在序列 $[1, 2, 1]$ 中， $C[v_4] = C[13] = 2$ 出現 1 次。
 - 相對應地， v_4 的父節點為 v_1 ，即 13 的父節點是 4。
- $f(5) = 0$ ，因為在序列 $[1, 2, 1, 2]$ 中， $C[v_5] = C[6] = 3$ 出現 0 次。
 - 相對應地， v_5 的父節點為 v_0 ，即 6 的父節點是 1。
- $f(6) = 2$ ，因為在序列 $[1, 2, 1, 2, 3]$ 中， $C[v_6] = C[14] = 2$ 出現 2 次。
 - 相對應地， v_6 的父節點為 v_2 ，即 14 的父節點是 5。

因為我們可以找到 $T(1)$ 的節點的 漂亮排列，子樹 $T(1)$ 是一個 漂亮子樹。

你的任務是幫 Árpád 判定 Ós Vezér 的每一個子樹是否為漂亮的。

實作細節

你應實作下列程序。

```
int[] beechtree(int N, int M, int[] P, int[] C)
```

- N : 樹的節點數。
- M : 邊的可能顏色個數。
- P, C : 分別是長度為 N 的陣列，用以描述邊的資訊。
- 此程序應回傳一長度為 N 的陣列 b 。對每一 r ($0 \leq r < N$)，若 $T(r)$ 為 漂亮則 $b[r]$ 應為 1，否則為 0。
- 對每一筆測資，此程序恰好被呼叫一次。

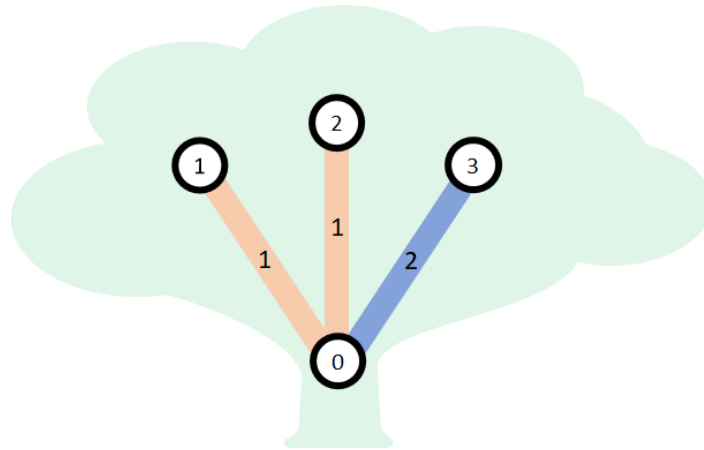
範例

範例 1

考慮下列呼叫：

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

這棵樹如下圖所示：



$T(1)$, $T(2)$ 和 $T(3)$ 分別都只包含一個節點，因此為漂亮的。 $T(0)$ 則不是漂亮的。因之，程序應回傳 $[0, 1, 1, 1]$ 。

範例 2

考慮下列呼叫:

```
beechtree(18, 3,
          [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
          [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

本範例，如之前問題敘述中所示。

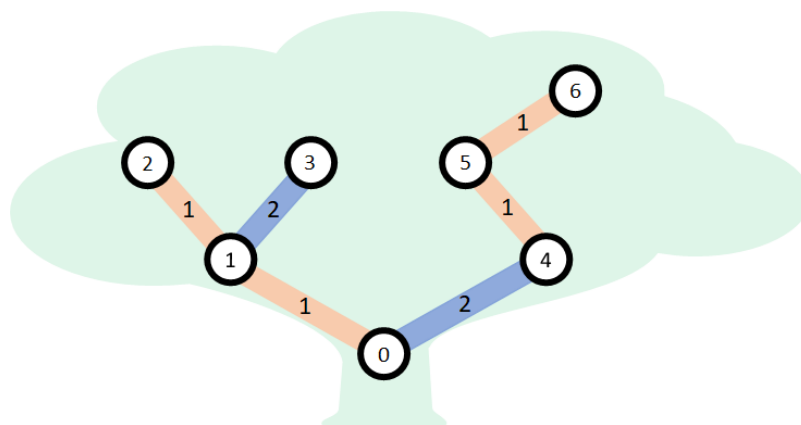
程序應回傳 $[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ 。

範例 3

考慮下列呼叫:

```
beechtree(7, 2, [-1, 0, 1, 1, 0, 4, 5], [0, 1, 1, 2, 2, 1, 1])
```

本範例如下圖所示。



$T(0)$ 是唯一不是漂亮的子樹。程序應回傳 $[0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ 。

限制

- $3 \leq N \leq 200\,000$
- $2 \leq M \leq 200\,000$
- $0 \leq P[i] < i$ (i 的範圍為 $1 \leq i < N$)
- $1 \leq C[i] \leq M$ (i 的範圍為 $1 \leq i < N$)
- $P[0] = -1$ 且 $C[0] = 0$

子任務

1. (9 points) $N \leq 8$ 且 $M \leq 500$
2. (5 points) 編號為 i 的邊連結節點 i 到節點 $i - 1$ 。也就是，對每一個 i ($1 \leq i < N$), $P[i] = i - 1$
3. (9 points) 除了節點 0 之外，每一個節點連接到節點 0 或連接到一個連到節點 0 的節點。也就是，對每一 i ($1 \leq i < N$)， $P[i] = 0$ 或 $P[P[i]] = 0$ ，但不會同時成立。
4. (8 points) 對每一 c ($1 \leq c \leq M$)，最多有兩個邊的顏色為 c 。
5. (14 points) $N \leq 200$ 且 $M \leq 500$
6. (14 points) $N \leq 2\,000$ 且 $M = 2$
7. (12 points) $N \leq 2\,000$
8. (17 points) $M = 2$
9. (12 points) 無其他限制。

評分程式

樣本評分程式以下列格式讀取輸入：

- line 1: N M
- line 2: $P[0]$ $P[1]$... $P[N - 1]$
- line 3: $C[0]$ $C[1]$... $C[N - 1]$

令 $b[0]$, $b[1]$, ... 表示 beechtree 所回傳的陣列元素。樣本評分程式以下列格式輸出答案：

- line 1: $b[0]$ $b[1]$...