

## Gasiranje

Postoji autoput od Beograda do Leskovca, koji je samo u jednom smjeru (od Beograda prema Leskovcu), i takođe trenutno radi samo jedna traka. Zbog nemogućnosti lakog preticanja, takozvanog preticanja bez gasiranja, nazovimo ga Gasput. Gasput je dugačak  $L$  kilometara.

Za vrijeme Roštiljijade u Leskovcu 2023,  $N + 1$  autobusa prelaze ovim putem. Autobusi su numerisani od 0 to  $N$ . Autobus  $i$  ( $0 \leq i < N$ ) je zakazan da napusti Beograd u  $T[i]$ -oj od početka događaja, i može da pređe 1 kilometar u  $W[i]$  sekundi. Autobus  $N$  je rezervni autobus i može da pređe 1 kilometar u  $X$  sekundi. Vrijeme  $Y$  kada će krenuti iz Beograda nije još odlučeno.

Preticanje je nedozvoljeno na putu, ali su autobusi omogućeni da se pretiču u **gas stanicama**. Postoji  $M > 1$  gas stanica na gasputu, koje su numerisane od 0 do  $M - 1$ , na različitim pozicijama na gasputu. Gas stanica  $j$  ( $0 \leq j < M$ ) se nalazi na  $S[j]$  kilometara od Beograda, na gasputu. Gas stanice su sortirane rastuće po rastojanju od Beograda, to jest,  $S[j] < S[j + 1]$  za svako  $0 \leq j \leq M - 2$ . Prva gas stanica je Beograd, i poslednja gas stanica je Leskovac, to jest,  $S[0] = 0$  i  $S[M - 1] = L$ .

Svaki autobus putuje maksimalnom brzinom, osim ako se susretne sa sporijim autobusom koji ide putem ispred njega, u kom slučaju se oni grupišu i moraju da idu istom manjom brzinom, dok ne dođu do sledeće gas stanice. Tamo, brži autobusi će se izgasirati i prestići će sporije.

Formalno, za svako  $i$  i  $j$  tako da  $0 \leq i \leq N$  i  $0 \leq j < M$ , vrijeme  $t_{i,j}$  (u sekundama) kada autobus  $i$  **stiže u** gas stanicu  $j$  je definisan kao. Ako  $j = 0$ , neka je onda  $t_{i,0} = T[i]$  za svako  $i < N$ , i neka je  $t_{N,0} = Y$ . Inače, za svako  $j$  takvo da je  $0 < j < M$ :

- Definišimo *očekivano vrijeme stizanja* autobusa  $i$  u gas stanicu  $j$  kao vreme kada bi autobus  $i$  stigao u gas stanicu  $j$  kada bi putovao punom brzinom od vremena kada je stigao u gas stanicu  $j - 1$ . Neka je
  - $e_{i,j} = t_{i,j-1} + W[i] \cdot (S[j] - S[j - 1])$  za svako  $i < N$ , i
  - $e_{N,j} = t_{N,j-1} + X \cdot (S[j] - S[j - 1])$ .
- Autobus  $i$  stiže u gas stanicu  $j$  u *maksimumu* očekivanih vremena dolazaka autobusa  $i$  i bilo kog drugog autobusa koji je stigao u stanicu  $j - 1$  prije autobusa  $i$ . Formalno, neka je  $t_{i,j}$  maksimum  $e_{i,j}$  i svakog  $e_{k,j}$  za koje  $0 \leq k \leq N$  i  $t_{k,j-1} < t_{i,j-1}$ .

Organizatori Roštiljijade žele da zakažu polazak rezervnog autobusa. Vaš zadatak je da odgovorite na  $Q$  pitanja organizatora, koja su sledećeg oblika: za dato vrijeme  $Y$  (u sekundama) kada bi autobus  $N$  (rezervni autobus) napustio Beograd, u koje vrijeme bi stigao u Leskovac?

## Detalji implementacije

Vaš zadatak je da implementirate sljedeću proceduru.

```
void init(int L, int N, int64[] T, int[] W, int X, int M, int[] S)
```

- $L$ : dužina gasputa.
- $N$ : broj zakazanih autobusa.
- $T$ : niz dužine  $N$  koji predstavlja vremena u kojima autobusi  $0, \dots, N - 1$  kreću iz Beograda.
- $W$ : niz dužine  $N$  koji predstavlja maksimalne brzine autobusa  $0, \dots, N - 1$ .
- $X$ : vrijeme koje treba rezervnom autobusu da pređe 1 kilometar.
- $M$ : broj gas stanica.
- $S$ : niz dužine  $M$  koji predstavlja rastojanja gas stanica od Beograda.
- Ova procedura se poziva tačno jednom za svaki test primjer, pre bilo kog poziva ka `arrival_time`.

```
int64 arrival_time(int64 Y)
```

- $Y$ : vrijeme kada je predviđeno da rezervni autobus (autobus  $N$ ) krene iz Beograda.
- Procedura treba da vrati vrijeme u koje bi autobus  $N$  stigao u Leskovac.
- Ova procedura će biti pozvana tačno  $Q$  puta.

## Primjer

Posmatrajmo sljedeće pozive funkcija:

```
init(6, 4, [20, 10, 40, 0], [5, 20, 20, 30], 10, 4, [0, 1, 3, 6])
```

Ignorišući autobus 4 (koji još nije zakazan), sljedeća tabela prikazuje očekivana i prava vremena dolazaka autobusa 0, 1, 2 i 3 u svaku od gas stanica:

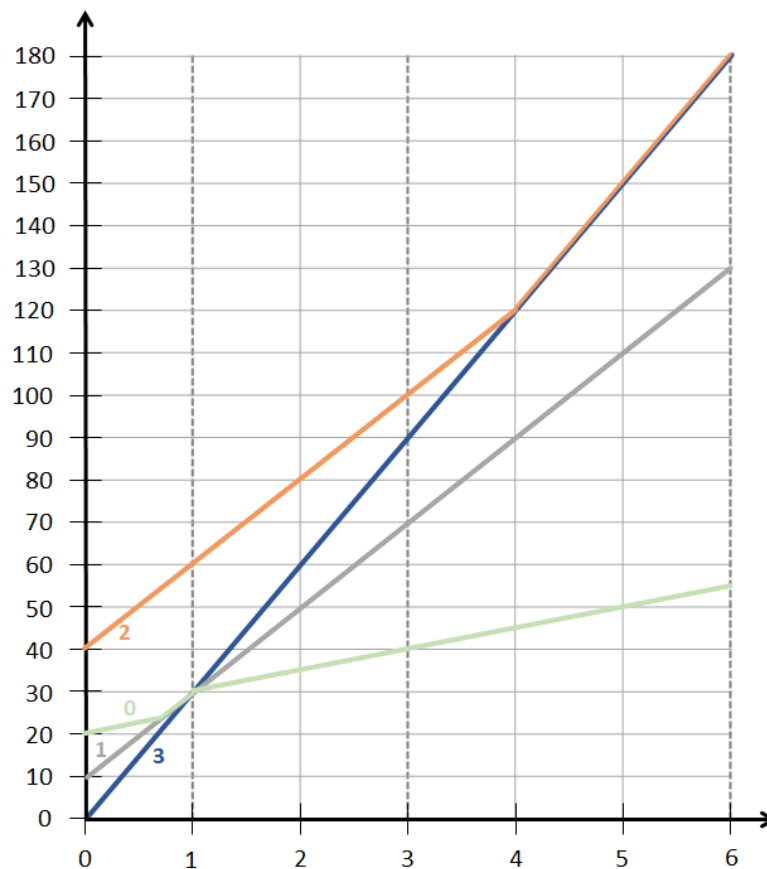
$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180

Vrijemena dolazaka u gas stanicu 0 su vremena u kojima su autobusi zakazani da napuste aerodrom. To jest,  $t_{i,0} = T[i]$  za  $i = 0, 1, 2$  i 3.

Očekivana i prava vremena dolazaka u gas stanicu 1 su izračunata na sljedeći način:

- Očekivana vremena dolaska u gas stanicu 1:
  - Autobus 0:  $e_{0,1} = t_{0,0} + W[0] \cdot (S[1] - S[0]) = 20 + 5 \cdot 1 = 25$ .
  - Autobus 1:  $e_{1,1} = t_{1,0} + W[1] \cdot (S[1] - S[0]) = 10 + 20 \cdot 1 = 30$ .
  - Autobus 2:  $e_{2,1} = t_{2,0} + W[2] \cdot (S[1] - S[0]) = 40 + 20 \cdot 1 = 60$ .
  - Autobus 3:  $e_{3,1} = t_{3,0} + W[3] \cdot (S[1] - S[0]) = 0 + 30 \cdot 1 = 30$ .
- Vrijemena dolazaka u gas stanicu 1:
  - Autobusi 1 i 3 stiže u gas stanicu 0 ranije od autobusa 0, pa je  $t_{0,1} = \max(e_{0,1}, e_{1,1}, e_{3,1}) = 30$ .
  - Autobus 3 stiže u gas stanicu 0 ranije od autobusa 1, pa je  $t_{1,1} = \max(e_{1,1}, e_{3,1}) = 30$ .
  - Autobusi 0, 1 i 3 stižu u gas stanicu 0 ranije od autobusa 2, pa je  $t_{2,1} = \max(e_{0,1}, e_{1,1}, e_{2,1}, e_{3,1}) = 60$ .
  - Nijedan autobus ne stiže u gas stanicu 0 prije autobusa 3, te je  $t_{3,1} = \max(e_{3,1}) = 30$ .

Možemo da nacrtamo grafik rastojanja autobusa od Beograda (u kilometrima) prema vremenu (u sekundama) kao na grafiku ispod. Vertikalne isprekidane linije označavaju pozicije gas stanica. Različine izlomljene linije (sa indeksima autobusa) predstavljaju četiri nerezervna autobusa.



```
arrival_time(0)
```

Autobusu 4 treba 10 sekundi da otputuje 1 kilometar i sada je zakazan da napusti Beograd u 0-oj sekundi U ovom slučaju, sljedeća tabela prikazuje vremena dolazaka svakog autobusa. Razlike u odnosu na inicijalnu tabelu su podvučene.

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	<u>60</u>
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	0	10	10	30	30	60	60

Vidimo da autobus 4 stiže u Leskovac u 60-oj sekundi. Dakle, procedura treba da vrati 60.

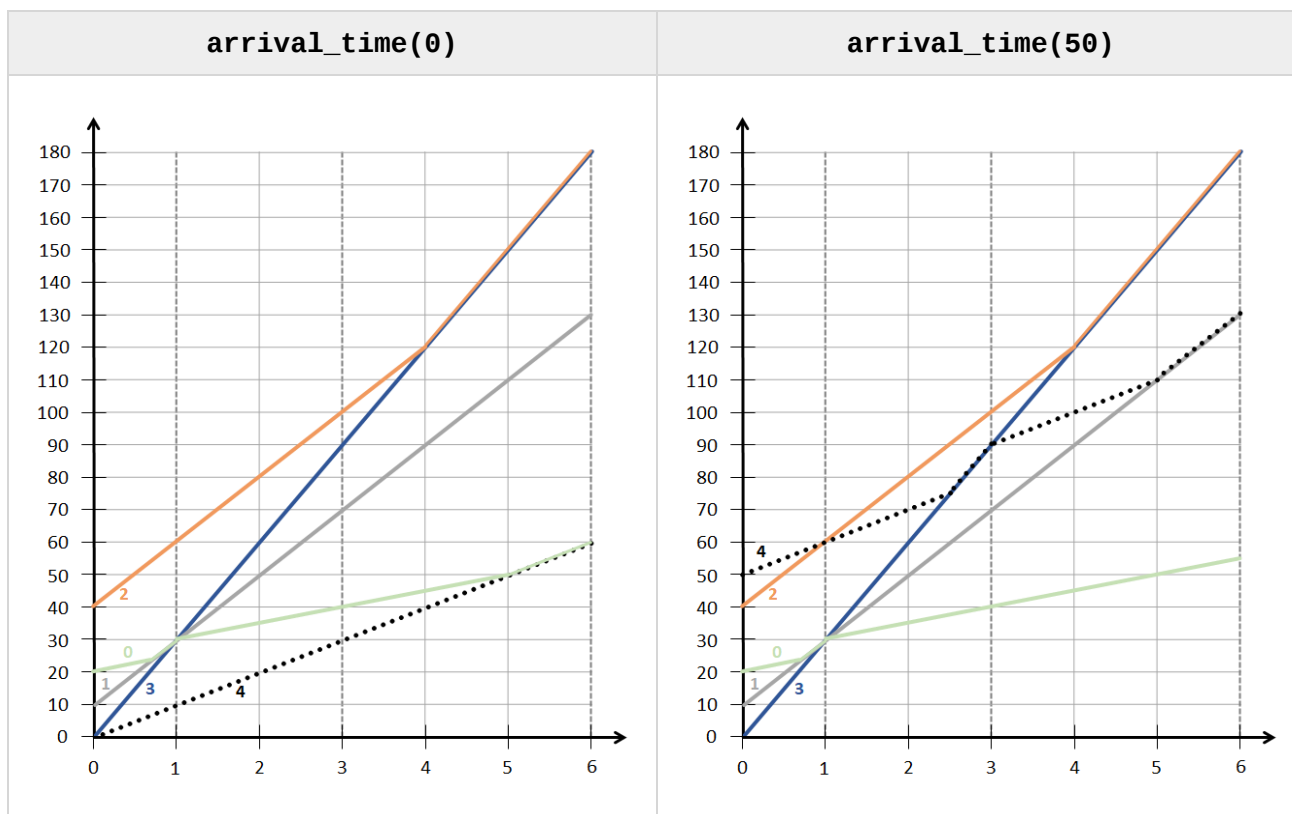
```
arrival_time(50)
```

Autobus 4 je sada zakazan da krene iz Beograda u 50-oj sekundi. U ovom slučaju, nema promjena dolazaka autobusa 0, 1, 2 i 3. Vremena dolazaka su prikazana u sljedećoj tabeli.

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	50	60	60	80	90	120	130

Autobus 4 pretiče sporiji autobus 2 u gas stanici 1 jer stižu u isto vrijeme. Sljedeće, autobus 4 biva grupisan sa autobusom 3 između gas stanica 1 i 2, što povlači da autobus 4 stiže u gas stanicu 2 u 90-oj sekundi umesto u 80-oj. Nakon odlaska iz gas stanice 2, autobus 4 se grupiše sa autobusom 1 dok ne stignu u Leskovac. Autobus 4 stiže u Leskovac u 130-oj sekundi. Dakle, procedura treba da vrati 130.

Na sljedećimn graphicima, prikazujemo rastojanja autobusa od Beograda kroz vreme. Tačkasta crna linij predstavlja rezervni autobus.



## Ograničenja

- $1 \leq L \leq 10^9$
- $1 \leq N \leq 1\,000$
- $0 \leq T[i] \leq 10^{18}$  (za svako  $i$  tako da je  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq W[i] \leq 10^9$  (za svako  $i$  tako da je  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq X \leq 10^9$
- $2 \leq M \leq 1\,000$
- $0 = S[0] < S[1] < \dots < S[M-1] = L$
- $1 \leq Q \leq 10^6$
- $0 \leq Y \leq 10^{18}$

## Podzadaci

1. (9 poena)  $N = 1, Q \leq 1\,000$
2. (10 poena)  $M = 2, Q \leq 1\,000$
3. (20 poena)  $N, M, Q \leq 100$
4. (26 poena)  $Q \leq 5\,000$
5. (35 poena) Bez dodatnih ograničenja.

## Primjer ocjenjivača (sample grader)

Ocjenjivač učitava ulaz u sljedećem formatu:

- linija 1:  $L\ N\ X\ M\ Q$
- linija 2:  $T[0]\ T[1]\ \dots\ T[N - 1]$
- linija 3:  $W[0]\ W[1]\ \dots\ W[N - 1]$
- linija 4:  $S[0]\ S[1]\ \dots\ S[M - 1]$
- linija  $5 + k$  ( $0 \leq k < Q$ ):  $Y$  za pitanje  $k$

Ocjenjivač ispisuje vaše odgovore u sljedećem formatu:

- linija  $1 + k$  ( $0 \leq k < Q$ ): povratna vrijednost procedure `arrival_time` za pitanje  $k$