

# Adelantamiento

Hay una carretera de un solo sentido desde el aeropuerto de Budapest hasta el Hotel Forrás. La carretera tiene  $L$  kilómetros de largo. Durante el evento de la IOI 2023,  $N + 1$  buses de traslado atraviesan esta carretera. Los buses están enumerados desde 0 a  $N$ . El bus  $i$  ( $0 \leq i < N$ ) está programado para dejar el aeropuerto al  $T[i]$ -ésimo segundo del evento, y puede viajar 1 kilómetro en  $W[i]$  segundos. El bus  $N$  es un bus de reserva que puede viajar 1 kilómetro en  $X$  segundos. Aún no se ha decidido el tiempo  $Y$  cuando este debe dejar el aeropuerto

En general, no está permitido adelantar en la carretera, pero los buses tienen permitido adelantarse entre si en **estaciones de ordenamiento**. Hay  $M$  ( $M > 1$ ) estaciones de ordenamiento, enumeradas desde 0 a  $M - 1$ , en diferentes posiciones de la carretera. La estación de ordenamiento  $j$  ( $0 \leq j < M$ ) está ubicada a  $S[j]$  kilómetros del aeropuerto a lo largo de la carretera. Las estaciones de ordenamiento se ordenan de forma creciente a partir de la distancia desde el aeropuerto, esto es,  $S[j] < S[j + 1]$  para cada  $0 \leq j \leq M - 2$ . La primera estación de ordenamiento está ubicada en el aeropuerto y la última es el hotel, esto es  $S[0] = 0$  y  $S[M - 1] = L$

Cada bus viaja a máxima velocidad a menos que éste se encuentre con un bus más lento viajando delante de él en la carretera, en cuyo caso se amontonan y se ven forzados a viajar a la velocidad del bus más lento hasta alcanzar la siguiente estación de ordenamiento. Allí, los buses más rápidos adelantarán a los buses más lentos.

Formalmente, para cada  $i$  y  $j$  tal que  $0 \leq i \leq N$  y  $0 \leq j < M$ , el tiempo  $t_{i,j}$  (en segundos) cuando el bus  $i$  **llega a la** estación de ordenamiento  $j$  se define como sigue: Sea  $t_{i,0} = T[i]$  para cada  $0 \leq i < N$ , y sea  $t_{N,0} = Y$ . Para cada  $j$  tal que  $0 < j < M$ :

- Se define el **tiempo esperado de llegada** (en segundos) del bus  $i$  en la estación de ordenamiento  $j$ , denotado por  $e_{i,j}$ , como el tiempo cuando el bus  $i$  debería llegar a la estación  $j$  si estaba viajando a máxima velocidad desde el tiempo que llegó a la estación de ordenamiento  $j - 1$ . Esto es, sea
  - $e_{i,j} = t_{i,j-1} + W[i] \cdot (S[j] - S[j - 1])$  para cada  $0 \leq i < N$ , y
  - $e_{N,j} = t_{N,j-1} + X \cdot (S[j] - S[j - 1])$ .
- El bus  $i$  llega a la estación de ordenamiento  $j$  al *máximo* de los tiempos esperados de llegada del bus  $i$  y de todos los otros buses que llegaron a la estación  $j - 1$  antes que el bus

$i$ . Formalmente, sea  $t_{i,j}$  el máximo de  $e_{i,j}$  y de cada  $e_{k,j}$  para el cual  $0 \leq k \leq N$  y  $t_{k,j-1} < t_{i,j-1}$ .

Los organizadores de la IOI quieren planificar la salida del bus de reserva (bus  $N$ ). Tu tarea es responder las  $Q$  preguntas de los organizadores, que son de la siguiente forma: dado el tiempo  $Y$  (en segundos) en el que se supone que el bus de reserva debe salir del aeropuerto, ¿a qué hora llegaría al hotel?

## Detalles de Implementación

Tu tarea es implementar las siguientes funciones.

```
void init(int L, int N, int64[] T, int[] W, int X, int M, int[] S)
```

- $L$ : el largo de la carretera.
- $N$ : el número de buses que no son de reserva.
- $T$ : un arreglo de tamaño  $N$  describiendo los tiempos en que los buses que no son de reserva son programados para dejar el aeropuerto.
- $W$ : un arreglo de tamaño  $N$  describiendo la máxima velocidad de los buses que no son de reserva.
- $X$ : el tiempo que toma para el bus de reserva viajar 1 kilómetro.
- $M$ : el número de estaciones de ordenamiento.
- $S$ : un arreglo de tamaño  $M$  describiendo las distancias de las estaciones de ordenamiento desde el aeropuerto.
- Esta función es llamada exactamente una vez para cada de prueba, antes de cualquier llamada a `arrival_time`.

```
int64 arrival_time(int64 Y)
```

- $Y$ : el tiempo en que se supone que el bus (bus  $N$ ) de reserva debe dejar el aeropuerto.
- Esta función deberá devolver el tiempo en que el bus de reserva llegaría al hotel.
- Esta función es llamada exactamente  $Q$  veces.

## Ejemplo

Considera la siguiente secuencia de llamadas:

```
init(6, 4, [20, 10, 40, 0], [5, 20, 20, 30], 10, 4, [0, 1, 3, 6])
```

Ignorando el bus 4 (dado que aún no ha sido planificado), la siguiente tabla muestra los tiempos de llegada esperados y reales para los buses que no son de reserva a cada una de las estaciones de ordenamiento:

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180

Los tiempos de llegada a la estación 0 son los tiempos en los que los buses son programados para dejar el aeropuerto. Esto es,  $t_{i,0} = T[i]$  para  $0 \leq i \leq 3$ .

Los tiempos esperados y reales de llegada a la estación 1 son computados como sigue:

- El tiempo esperado de llegada a la estación 1:
  - Bus 0:  $e_{0,1} = t_{0,0} + W[0] \cdot (S[1] - S[0]) = 20 + 5 \cdot 1 = 25$ .
  - Bus 1:  $e_{1,1} = t_{1,0} + W[1] \cdot (S[1] - S[0]) = 10 + 20 \cdot 1 = 30$ .
  - Bus 2:  $e_{2,1} = t_{2,0} + W[2] \cdot (S[1] - S[0]) = 40 + 20 \cdot 1 = 60$ .
  - Bus 3:  $e_{3,1} = t_{3,0} + W[3] \cdot (S[1] - S[0]) = 0 + 30 \cdot 1 = 30$ .
- Los tiempos de llegada a la estación 1:
  - Los buses 1 y 3 llegan a la estación 0 antes que el bus 0, por lo tanto  $t_{0,1} = \max([e_{0,1}, e_{1,1}, e_{3,1}]) = 30$ .
  - El bus 3 llega a la estación 0 antes que el bus 1, por lo tanto  $t_{1,1} = \max([e_{1,1}, e_{3,1}]) = 30$ .
  - El bus 0, bus 1 and bus 3 llegan a la estación de ordenamiento 0 antes que el bus 2, por lo tanto  $t_{2,1} = \max([e_{0,1}, e_{1,1}, e_{2,1}, e_{3,1}]) = 60$ .
  - Ningún bus llega a la estación 0 antes que el bus 3, por lo tanto  $t_{3,1} = \max([e_{3,1}]) = 30$ .

arrival\_time(0)

El bus 4 toma 10 segundos en viajar 1 kilómetro y está programado para dejar el aeropuerto al 0-ésimo segundo. En este caso, la siguiente tabla muestra los tiempos de llegada para cada bus. El único cambio en cuanto a los tiempos de llegada esperados y reales de los buses que no son de reserva está subrayado.

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	<u>60</u>
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	0	10	10	30	30	60	60

Podemos ver que el bus 4 llega al hotel al 60-ésimo segundo. Así, el procedimiento debería devolver 60

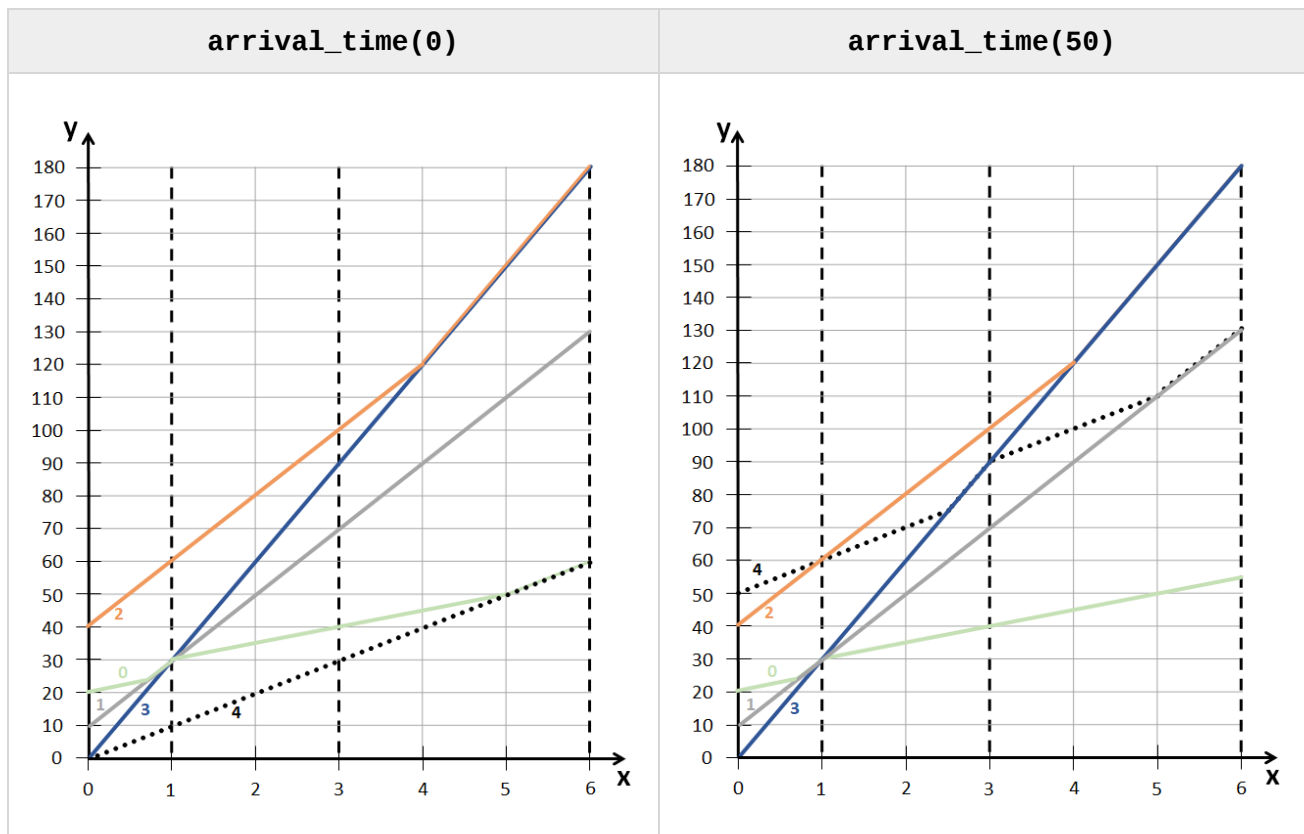
```
arrival_time(50)
```

El bus 4 ahora es programado para dejar el aeropuerto al 50-ésimo segundo. En este caso, no hay cambios en los tiempos de llegada para los buses que no son de reserva, comparado con la tabla inicial. Los tiempos de llegada son mostrados en la siguiente tabla.

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	50	60	60	80	90	120	130

El bus 4 adelanta al bus más lento 2 en la estación de ordenamiento 1 dado que llegan al mismo tiempo. Luego, el bus 4 se agrupa con el bus 3 entre las estaciones 1 y 2, haciendo que el bus 4 llegue a la estación 2 al 90-ésimo segundo en vez de al 80-ésimo. Luego de dejar la estación 2, el bus 4 se agrupa con el bus 1 hasta que llegan al hotel. El bus 4 llega al hotel al 130-ésimo segundo. Así, la función debería devolver 130.

Podemos graficar el tiempo que toma para cada bus llegar a cada distancia desde el aeropuerto. El eje X del gráfico representa la distancia desde el aeropuerto (en kilómetros) y el eje Y de el gráfico representa el tiempo (en segundos). Las líneas discontinuas verticales marcan las posiciones de las estaciones de ordenamiento. Diferentes líneas continuas (acompañadas de los índices de buses) representan los cuatro buses que no son de reserva. La línea negra punteada representa el bus de reserva.



## Restricciones

- $1 \leq L \leq 10^9$
- $1 \leq N \leq 1\,000$
- $0 \leq T[i] \leq 10^{18}$  (para cada  $i$  tal que  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq W[i] \leq 10^9$  (para cada  $i$  tal que  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq X \leq 10^9$
- $2 \leq M \leq 1\,000$
- $0 = S[0] < S[1] < \dots < S[M-1] = L$
- $1 \leq Q \leq 10^6$
- $0 \leq Y \leq 10^{18}$

## Subtareas

1. (9 puntos)  $N = 1, Q \leq 1\,000$
2. (10 puntos)  $M = 2, Q \leq 1\,000$
3. (20 puntos)  $N, M, Q \leq 100$
4. (26 puntos)  $Q \leq 5\,000$
5. (35 puntos) Sin restricciones adicionales.

## Evaluador de ejemplo

El evaluador de ejemplo lee la entrada en el siguiente formato:

- línea 1:  $L\ N\ X\ M\ Q$
- línea 2:  $T[0]\ T[1]\ \dots\ T[N - 1]$
- línea 3:  $W[0]\ W[1]\ \dots\ W[N - 1]$
- línea 4:  $S[0]\ S[1]\ \dots\ S[M - 1]$
- línea  $5 + k$  ( $0 \leq k < Q$ ):  $Y$  para la pregunta  $k$

El evaluador de ejemplo imprime tus respuestas en el siguiente formato:

- línea  $1 + k$  ( $0 \leq k < Q$ ): el valor retornado de `arrival_time` para la pregunta  $k$ .