International Olympiad in Informatics 2016



12-19th August 2016 Kazan, Russia day2 2

messy Country: PRT

Corrigindo um erro confuso

O Ilshat é um engenheiro de *software* que trabalha em estruturas de dados eficientes. Um dia ele inventou uma nova estrutura de dados. Esta estrutura de dados consegue guardar um conjunto de inteiros *não-negativos* de n bits, onde n é uma potência de dois. Isto é, $n=2^n$ para algum inteiro não negativo b.

A estrutura de dados está inicialmente vazia. O programa que usa a estrutura de dados tem de seguir as seguintes regras:

- O programa pode adicionar elementos que s\u00e3o inteiros de n bits \u00e0 estrutura de dados, um de cada vez, usando a fun\u00e7\u00e3o add_element(x). Se o programa tentar adicionar um elemento que j\u00e1 est\u00e1 presente na estrutura de dados, nada acontece.
- Depois de adicionar o último elemento, o programa deve chamar a função compile set() exatamente uma vez.
- Finalmente, o programa pode chamar a função $check_element(x)$ para verificar se o elemento x está presente na estrutura de dados. Esta função pode ser usada múltiplas vezes.

Quando o Ilshat implementou esta estrutura de dados pela primeira vez, ele tinha um erro na função <code>compile_set()</code>. O erro reordena da mesma forma os dígitos binários de cada elemento no conjunto. O Ilshat quer que encontres a reordenação de dígitos que o erro causou.

Formalmente, considere a sequência $p=[p_0,\ldots,p_{n-1}]$ onde cada número de 0 a n-1 aparece exatamente uma vez. Chamamos a uma tal sequência de permutação. Considere um elemento do conjunto cujos digitos em binário são a_0,\ldots,a_{n-1} (sendo a_0 o bit mais significativo). Quando a função $compile_set()$ é chamada, este elemento é substituido pelo elemento $a_{p_0},a_{p_1},\ldots,a_{p_{n-1}}$.

A mesma permutação p é usada para reordenar os dígitos de todos os elementos. Qualquer permutação é possível, incluindo a possibilidade de $p_i=i$ para cada $0 \leq i \leq n-1$.

Por exemplo, supondo que n=4, p=[2,1,3,0], e foram inseridos no conjunto os inteiros cujas representações binárias são 0000, 1100 e 0111. Ao chamar a função compile_set, estes elementos são mudados para 0000, 0101 e 1110, respetivamente.

A sua tarefa é escrever um programa que encontra a permutação p ao interagir com a estrutura de dados. O programa deve (na ordem seguinte):

- 1. escolher um conjunto de inteiros de n bits,
- 2. inserir esses inteiros na estrutura de dados,

- 3. chamar a função compile set para acionar o erro,
- 4. verificar a presença de alguns elementos no conjunto modificado,
- 5. usar essa informação para determinar e devolver a permutação p.

Note que o seu programa pode chamar a função compile_set apenas uma vez.

Adicionalmente, há um limite no número de vezes que o programa pode chamar as funções da biblioteca. Especificamente, o programa pode

- chamar add element no máximo w vezes (w é para "writes" ("escritas")),
- \circ chamar check_element no máximo r vezes (r é para "reads" ("leituras")).

Detalhes de implementação

Você deve implementar uma função (método):

- o int[] restore permutation(int n, int w, int r)
 - n: o número de *bits* na representação binária de cada elemento do conjunto (e também o comprimento de p).
 - w: o número máximo de operações add_element que o programa pode fazer.
 - r: o número máximo de operações check_element que o programa pode fazer.
 - a função deve retornar a permutação restaurada p.

Na linguagem C, o protótipo da função é um pouco diferente:

- void restore permutation(int n, int w, int r, int* result)
 - n, w e r têm o mesmo significado que acima.
 - o a função deve retornar a permutação restaurada p ao guardá-la no array providenciado result: para cada i, o programa deve guardar o valor de p_i em result[i].

Funções da biblioteca

Para interagir com a estrutura de dados, o seu programa deve usar as seguintes três funções (métodos):

- void add element(string x)
 - Esta função adiciona um elemento descrito por x ao conjunto.
 - x: uma string de caracteres '0' e '1' que descrevem a representação binária do inteiro que deve ser adicionado ao conjunto. O comprimento de x tem de ser n.
- void compile set()
 - Esta função tem de ser chamada exatamente uma vez. O seu programa não pode chamar add_element() depois desta chamada. O seu programa não pode chamar check element() antes desta chamada.
- boolean check element(string x)
 - Esta função verifica se o elemento x está no conjunto modificado.
 - x: uma *string* de caracteres '0' e '1' que descrevem a representação do elemento que deve ser verificado. O comprimento de x tem de ser n.
 - devolve true se o elemento x está no conjunto modificado e false caso contrário.

Note que se o seu programa violar alguma das restrições acima, o resultado da avaliação será "Wrong Answer".

Para todas as *strings*, o primeiro caracter corresponde ao *bit* mais significativo do inteiro correspondente.

O avaliador fixa a permutação $\,p\,$ antes da função ${\sf restore_permutation}$ ser chamada.

Por favor use os ficheiros modelo para obter detalhes de implementação na sua linguagem de programação.

Exemplo

O avaliador faz as seguintes chamadas de função:

• restore_permutation(4, 16, 16). Temos que n=4 e o programa pode fazer no máximo 16 "writes" ("escritas") e 16 "reads" ("leituras").

O programa faz as seguintes chamadas de função:

```
add_element("0001")
add_element("0100")
add_element("0100")
compile_set()
check_element("0001") devolve false
check_element("0010") devolve true
check_element("1000") devolve true
check_element("1000") devolve false
check_element("0011") devolve false
check_element("0101") devolve false
check_element("1001") devolve false
check_element("1010") devolve false
check_element("1010") devolve false
check_element("1010") devolve false
```

Apenas uma permutação é consistente com estes valores devolvidos por check_element(): a permutação p=[2,1,3,0]. Assim, restore_permutation deve devolver [2, 1, 3, 0].

Subtarefas

```
1. (20 pontos) n=8, w=256, r=256, p_i\neq i para no máximo 2 índices i ( 0\leq i\leq n-1),
2. (18 pontos) n=32, w=320, r=1024,
3. (11 pontos) n=32, w=1024, r=320,
4. (21 pontos) n=128, w=1792, r=1792,
5. (30 pontos) n=128, w=896, r=896.
```

Avaliador de exemplo

O avaliador de exemplo lê o *input* no seguinte formato:

```
\circ linha 1: inteiros n, w, r,
```

 $\circ~$ linha 2: n~inteiros representando os elementos de $\,p\,.$