# International Olympiad in Informatics 2016



12-19th August 2016 Kazan, Russia day2 3

aliens
Country: SRB

# **Aliens**

Naš satelit je upravo otkrio z Duleta kako igra tatarsko kolo na udaljenoj planeti. Već smo napravili fotografiju niske rezolucije kvadratnog područja ove planete. Fotografija pokazuje pozicije mrvica čak-čaka koje je z Dule ostavljao za sobom kako bi umeo da se vrati u pravi ritam. Naši eksperti su identifikovali n mrvica, numerisanih od 0 do n-1, koje nas zanimaju. Sada želimo da napravimo fotografije u visokoj rezoluciji koje sadrže svih n pomenutih mrvica.

Satelit je podelio kvadratno područje sa fotografije niske rezolucije u matricu dimenzije  $m \times m$  koja se sastoji od jediničnih kvadratnih polja. I redovi i kolone ove matrice su numerisani, redom, brojevima od 0 do m-1 (odozgo-nadole i slevanadesno, redom). Koristimo oznaku (s,t) za označavanje polja u redu s i koloni t. Mrvica broj i se nalazi u polju  $(r_i,c_i)$ . Svako polje može sadržati proizvoljan broj mrvica.

Naš satelit je na stabilnoj orbiti koja prolazi direktno iznad glavne dijagonale matrice. Glavna dijagonala je ona dijagonala koja prolazi kroz polja (i,i), za svako  $0 \leq i \leq m-1$ . Satelit može praviti slike visoke rezolucije bilo koje oblasti koja zadovoljava sledeća ograničenja:

- oblast je kvadrat,
- jedna dijagonala tog kvadrata je potpuno sadržana u glavnoj dijagonali matrice,
- svako polje matrice je ili kompletno unutar ili kompletno van ove oblasti koju slikamo

Satelit je u mogućnosti da napravi najviše k fotografija visoke rezolucije jer se ne isplati trošiti više fotografija na zDuleta.

Kada satelit završi sa slikanjem, on će poslati podatke za svako uslikano polje tj. polje koje je bilo deo neke uslikane oblasti (bez obzira da li to polje sadrži mrvicu ili ne). Svako uslikano polje će biti poslato tačno *jednom*, čak i u slučaju da je bilo uslikano više puta.

Dakle, moramo izabrati najviše k kvadratnih oblasti koje će biti uslikane, tako da važi:

- svako polje koje sadrži mrvicu je deo bar jedne uslikane oblasti (tj. uslikano je bar jednom), i
- broj polja koja su uslikana bar jednom je najmanji moguć.

Vaš zadatak je da pronađete najmanji mogući ukupni broj uslikanih polja.

# Detalji implementacije

Potrebno je da implementirate sledeću funkciju:

- o int64 take photos(int n, int m, int k, int[] r, int[] c)
  - n: broj mrvica,
  - m: broj redova (i kolona) u matrici,
  - k: maksimalan broj fotografija koje satelit može napraviti,
  - o r i c: dva niza dužine n koja opisuju koordinate polja koja sadrže mrvice. Za  $0 \le i \le n-1$ , i-ta mrvica se nalazi u polju (r[i], c[i]),
  - funkcija treba da vrati najmanji mogući ukupan broj polja koja su fotografisana bar jednom (pri čemu, naravno, sva polja sa mrvicama moraju biti uslikana).

Koristite date templejt-fajlove za bolji uvid u detalje implementacije za vaš programski jezik.

### **Primeri**

#### Primer 1

```
take photos(5, 7, 2, [0, 4, 4, 4, 4], [3, 4, 6, 5, 6])
```

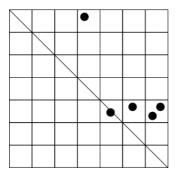
U ovom primeru imamo matricu dimenzija  $7\times 7$  sa 5 mrvica. Mrvice su locirane u četiri različita polja: (0,3), (4,4), (4,5) i (4,6). Možemo napraviti najviše 2 fotografije visoke rezolucije.

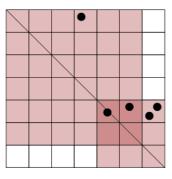
Jedan način da uslikamo svih pet mrvica je da napravimo dve fotografije: jednu sa poljima (0,0) i (5,5) u suprotnim uglovima, i drugu sa poljima (4,4) i (6,6) u suprotnim uglovima. Ako uradimo ovu glupost, satelit će poslati podatke za 41 uslikano polje. Ovo nije optimalno.

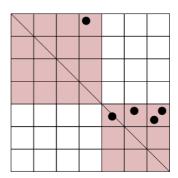
Optimalno rešenje koristi jednu fotografiju za slikanje kvadrata  $4\times 4$  koji sadrži polja (0,0) i (3,3) i drugu fotografiju koja sadrži kvadrat  $3\times 3$  koji sadrži polja (4,4) i (6,6). Na ovaj način smo uslikali samo 25 polja, što je optimalno, pa funkcija take photos treba da vrati 25.

Primetimo da je dovoljno fotografisati polje (4,6) samo jednom, iako sadrži dve mrvice.

Ovaj primer je prikazan na slikama ispod. Slika levo prikazuje matricu koja odgovara primeru. Slika u sredini prikazuje neoptimalno rešenje u kome je uslikano 41 polje. Slika desno prikazuje optimalno rešenje.

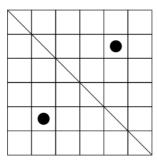


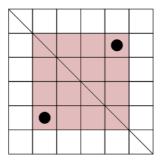




### Primer 2

Ovde imamo 2 mrvice koje su locirane simetrično: u poljima (1,4) i (4,1). Svaka validna fotografija koja sadrži jednu od njih mora sadržati i drugu. Prema tome, dovoljno je koristiti samo jednu fotografiju. Optimalno rešenje (vidi sliku ispod) uslikava 16 polja.





### **Podzadaci**

U svim podzadacima,  $1 \le k \le n$ .

- 1. (4 poena)  $1 \leq n \leq 50$  ,  $1 \leq m \leq 100$  , k=n ,
- 2. (12 poena)  $1 \leq n \leq 500$  ,  $1 \leq m \leq 1000$  , za svako i (  $0 \leq i \leq n-1$  ),  $r_i = c_i$  ,
- 3. (9 poena)  $1 \le n \le 500$ ,  $1 \le m \le 1000$ ,
- 4. (16 poena)  $1 \leq n \leq 4000$  ,  $1 \leq m \leq 1\,000\,000$  ,
- 5. (19 poena)  $1 \le n \le 50\,000$  ,  $1 \le k \le 100$  ,  $1 \le m \le 1\,000\,000$  ,
- 6. (40 poena)  $1 \le n \le 100\,000$  ,  $1 \le m \le 1\,000\,000$  .

## Opis priloženog grejdera

Priloženi grejder čita ulaz u sledećem formatu:

- linija 1: celi brojevi n, m i k,
- linija 2 + i ( $0 \le i \le n-1$ ): celi brojevi  $r_i$  i  $c_i$ .