

# Overtaking

Postoji autoput od Podgorice do Virpazara, koji je samo u jednom smjeru (od Podgorice prema Virpazaru), i takođe trenutno radi samo jedna traka. Zbog nemogućnosti lakog preticanja, takozvanog preticanja bez gasiranja, nazovimo ga Gasput. Gasput je dugačak  $L$  kilometara.

Za vrijeme Dana vina i ukljeve 2023,  $N + 1$  autobusa prelaze ovim putem. Autobusi su numerisani od 0 to  $N$ . Autobus  $i$  ( $0 \leq i < N$ ) je zakazan da napusti Podgoricu u  $T[i]$ -oj od početka događaja, i može da pređe 1 kilometar u  $W[i]$  sekundi. Autobus  $N$  je zamjena i može da pređe 1 kilometar u  $X$  sekundi. Vrijeme  $Y$  kada će krenuti iz Podgorice nije još odlučeno.

Preticanje je nedozvoljeno na putu, ali su autobusi omogućeni da se pretiču u **gas stanicama**. Postoji  $M > 1$  gas stanica na gasputu, koje su numerisane od 0 do  $M - 1$ , na različitim pozicijama na gasputu. Gas stanica  $j$  ( $0 \leq j < M$ ) se nalazi na  $S[j]$  kilometara od Podgorice, na gasputu. Gas stanice su sortirane rastuće po rastojanju od Podgorice, to jest,  $S[j] < S[j + 1]$  za svako  $0 \leq j \leq M - 2$ . Prva gas stanica je Podgorica, i posljednja gas stanica je Virpazar, to jest,  $S[0] = 0$  i  $S[M - 1] = L$ .

Svaki autobus putuje maksimalnom brzinom, osim ako se susretne sa sporijim autobusom koji ide putem ispred njega, u kom slučaju se oni grupišu i moraju da idu istom manjom brzinom, dok ne dođu do sledeće gas stanice. Tamo, brži autobusi će se izgasirati i prestići će sporije.

Formalno, za svako  $i$  i  $j$  tako da  $0 \leq i \leq N$  i  $0 \leq j < M$ , vrijeme  $t_{i,j}$  (u sekundama) kada autobus  $i$  **stiže u** gas stanicu  $j$  je definisan kao. Ako  $j = 0$ , neka je onda  $t_{i,0} = T[i]$  za svako  $i < N$ , i neka je  $t_{N,0} = Y$ . Inače, za svako  $j$  takvo da je  $0 < j < M$ :

- Definišimo *očekivano vrijeme stizanja* autobusa  $i$  u gas stanicu  $j$  kao vrijeme kada bi autobus  $i$  stigao u gas stanicu  $j$  kada bi putovao punom brzinom od vremena kada je stigao u gas stanicu  $j - 1$ . Neka je
  - $e_{i,j} = t_{i,j-1} + W[i] \cdot (S[j] - S[j - 1])$  za svako  $i < N$ , i
  - $e_{N,j} = t_{N,j-1} + X \cdot (S[j] - S[j - 1])$ .
- Autobus  $i$  stiže u gas stanicu  $j$  u *maksimumu* očekivanih vremena dolazaka autobusa  $i$  i bilo kog drugog autobusa koji je stigao u stanicu  $j - 1$  prije autobusa  $i$ . Formalno, neka je  $t_{i,j}$  maksimum  $e_{i,j}$  i svakog  $e_{k,j}$  za koje  $0 \leq k \leq N$  i  $t_{k,j-1} < t_{i,j-1}$ .

Organizatori Dana vina i ukljeve žele da zakažu polazak rezervnog autobusa. Vaš zadatak je da odgovorite na  $Q$  pitanja organizatora, koja su sledećeg oblika: za dato vrijeme  $Y$  (u sekundama) kada bi autobus  $N$  napustio Podgoricu, u koje vrijeme bi stigao u Virpazar?

## Detalji implementacije

Vaš zadatak je da implementirate sledeću funkciju.

```
void init(int L, int N, int64[] T, int[] W, int X, int M, int[] S)
```

- $L$ : dužina gasputa.
- $N$ : broj zakazanih autobusa.
- $T$ : niz dužine  $N$  koji predstavlja vremena u kojima autobusi  $0, \dots, N - 1$  kreću iz Podgorice.
- $W$ : niz dužine  $N$  koji predstavlja maksimalne brzine autobusa  $0, \dots, N - 1$ .
- $X$ : vrijeme koje treba rezervnom autobusu da pređe 1 kilometar.
- $M$ : broj gas stanica.
- $S$ : niz dužine  $M$  koji predstavlja rastojanja gas stanica od Podgorice.
- Ova funkcija se poziva tačno jednom za svaki test primjer, prije bilo kog poziva ka `arrival_time`.

```
int64 arrival_time(int64 Y)
```

- $Y$ : vrijeme kada je predviđeno da rezervni autobus krene iz Podgorice.
- Funkcija treba da vrati vrijeme u koje bi autobus  $N$  stigao u Virpazar.
- Ova funkcija će biti pozvana tačno  $Q$  puta.

## Primjer

Posmatrajmo sledeće pozive funkcija:

```
init(6, 4, [20, 10, 40, 0], [5, 20, 20, 30], 10, 4, [0, 1, 3, 6])
```

Ignorišući autobus 4 (koji još nije zakazan), sledeća tabela prikazuje očekivana i prava vremena dolazaka autobusa 0, 1, 2 i 3 u svaku od gas stanica:

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180

Vremena dolazaka u gas stanicu 0 su vremena u kojima su autobusi zakazani da napuste aerodrom. To jest,  $t_{i,0} = T[i]$  za  $i = 0, 1, 2$  i 3.

Očekivana i prava vremena dolazaka u gas stanicu 1 su izračunata na sledeći način:

- Očekivana vremena dolaska u gas stanicu 1:
  - Autobus 0:  $e_{0,1} = t_{0,0} + W[0] \cdot (S[1] - S[0]) = 20 + 5 \cdot 1 = 25$ .
  - Autobus 1:  $e_{1,1} = t_{1,0} + W[1] \cdot (S[1] - S[0]) = 10 + 20 \cdot 1 = 30$ .
  - Autobus 2:  $e_{2,1} = t_{2,0} + W[2] \cdot (S[1] - S[0]) = 40 + 20 \cdot 1 = 60$ .
  - Autobus 3:  $e_{3,1} = t_{3,0} + W[3] \cdot (S[1] - S[0]) = 0 + 30 \cdot 1 = 30$ .
- Vremena dolazaka u gas stanicu 1:
  - Autobusi 1 i 3 stižu u gas stanicu 0 ranije od autobusa 0, pa je  $t_{0,1} = \max(e_{0,1}, e_{1,1}, e_{3,1}) = 30$ .
  - Autobus 3 stiže u gas stanicu 0 ranije od autobusa 1, pa je  $t_{1,1} = \max(e_{1,1}, e_{3,1}) = 30$ .
  - Autobusi 0, 1 i 3 stižu u gas stanicu 0 ranije od autobusa 2, pa je  $t_{2,1} = \max(e_{0,1}, e_{1,1}, e_{2,1}, e_{3,1}) = 60$ .
  - Nijedan autobus ne stiže u gas stanicu 0 prije autobusa 3, te je  $t_{3,1} = \max(e_{3,1}) = 30$ .

```
arrival_time(0)
```

Autobusu 4 treba 10 sekundi da otputuje 1 kilometar i sada je zakazan da napusti Podgoricu u 0-oj sekundi U ovom slučaju, sledeća tabela prikazuje vremena dolazaka svakog autobusa. Razlike u odnosu na inicijalnu tabelu su podvučene.

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	<u>60</u>
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	0	10	10	30	30	60	60

Vidimo da autobus 4 stiže u Virpazar u 60-oj sekundi. Dakle, procedura treba da vrati 60.

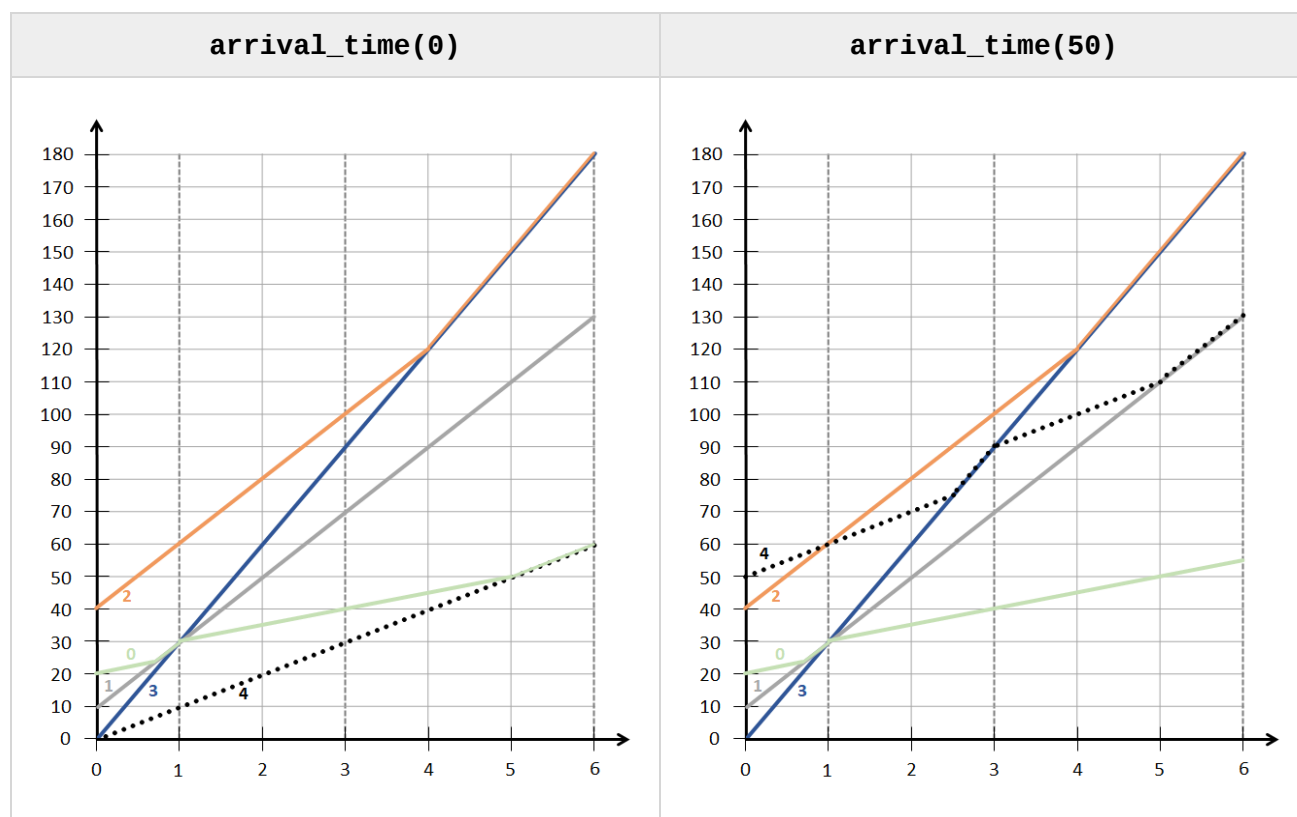
```
arrival_time(50)
```

Autobus 4 je sada zakazan da krene iz Podgorice u 50-oj sekundi. U ovom slučaju, nema promjena dolazaka autobusa 0, 1, 2 i 3. Vremena dolazaka su prikazana u sledećoj tabeli.

$i$	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	50	60	60	80	90	120	130

Autobus 4 pretiće sporiji autobus 2 u gas stanici 1 jer stižu u isto vrijeme. Sledeće, autobus 4 biva grupisan sa autobusom 3 između gas stanica 1 i 2, što povlači da autobus 4 stiže u gas stanicu 2 u 90-oj sekundi umesto u 80-oj. Nakon odlaska iz gas stanice 2, autobus 4 se grupiše sa autobusom 1 dok ne stignu u Virpazar. Autobus 4 stiže u Virpazar u 130-oj sekundi. Dakle, procedura treba da vrati 130.

Možemo iscrtati vrijeme koje je potrebno svakom autobusu da stigne na svaku udaljenost od Podgorice. X-os dijagrama predstavlja udaljenost od Podgorice (u kilometrima), a y-osa grafikona predstavlja vrijeme (u sekundama). Vertikalne tačkaste linije označavaju položaje gas stanica. Različite pune linije (propraćene indeksima autobusa) predstavljaju četiri nerezervna autobusa. Isprekidana crna linija predstavlja rezervni autobus.



## Ograničenja

- $1 \leq L \leq 10^9$
- $1 \leq N \leq 1\,000$
- $0 \leq T[i] \leq 10^{18}$  (za svako  $i$  tako da je  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq W[i] \leq 10^9$  (za svako  $i$  tako da je  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq X \leq 10^9$
- $2 \leq M \leq 1\,000$
- $0 = S[0] < S[1] < \dots < S[M-1] = L$
- $1 \leq Q \leq 10^6$
- $0 \leq Y \leq 10^{18}$

## Podzadaci

1. (9 poena)  $N = 1, Q \leq 1\,000$
2. (10 poena)  $M = 2, Q \leq 1\,000$
3. (20 poena)  $N, M, Q \leq 100$
4. (26 poena)  $Q \leq 5\,000$
5. (35 poena) Bez dodatnih ograničenja.

## Sample grader

Sample grader očekuje ulaz u sledećem formatu:

- linija 1:  $L\ N\ X\ M\ Q$
- linija 2:  $T[0]\ T[1]\ \dots\ T[N-1]$
- linija 3:  $W[0]\ W[1]\ \dots\ W[N-1]$
- linija 4:  $S[0]\ S[1]\ \dots\ S[M-1]$
- linija  $5 + k$  ( $0 \leq k < Q$ ):  $Y$  za pitanje  $k$

Grader ispisuje vaše odgovore u sledećem formatu:

- linija  $1 + k$  ( $0 \leq k < Q$ ): povratna vrijednost funkcije `arrival_time` za pitanje  $k$