International Olympiad in Informatics 2016



12-19th August 2016 Kazan, Russia day2 2

messy Country: CHE

Unordnung

Der Software-Entwickler Ilshat hat eine neue Datenstruktur erfunden. Diese speichert eine Menge nicht-negativer n-Bit-Ganzzahlen in Binärdarstellung, also Bitstrings der Länge n. Dabei ist n eine Zweierpotenz.

Die Datenstruktur wird wie folgt verwendet:

- Zu Beginn ist die Datenstruktur leer.
- Mit der Funktion add_element(x) fügt man nach und nach je ein Element in die Datenstruktur ein. Ist ein einzufügendes Element in der Struktur bereits vorhanden, geschieht nichts.
- Die Funktion compile_set() ruft man genau einmal auf, nachdem alle Elemente eingefügt sind.
- Mit der Funktion $check_element(x)$ kann man anschließend prüfen, ob ein Element x in der Datenstruktur vorhanden ist. Die Funktion kann mehrfach aufgerufen werden.

Ilshats Implementierung der Funktion compile_set() hat einen Bug: In jedem der gespeicherten Bitstrings werden bei einem Aufruf der Funktion auf gleiche Weise die Bits umgeordnet. Ilshat möchte, dass du herausfindest wie.

Gesucht ist also eine Permutation $p=(p_0,\ldots,p_{n-1})$ der Zahlen von 0 bis n-1, sodass gilt: Ein Aufruf der Funktion <code>compile_set()</code> ersetzt jeden gespeicherten Bitstring a_0,\ldots,a_{n-1} durch den Bitstring $a_{p_0},a_{p_1},\ldots,a_{p_{n-1}}$.

Beachte, dass auch $p_i=i$ für alle $0 \leq i \leq n-1$ gelten kann.

Ein Beispiel: Es sind n=4 und p=(2,1,3,0), und die Bitstrings 0000, 1100 und 0111 sind in der Datenstruktur gespeichert. Der Aufruf der Funktion compile set() ersetzt diese Strings durch 0000, 0101 bzw. 1110.

Schreibe ein Programm, das durch Interaktion mit der Datenstruktur die Permutation p herausfindet. Es soll in der folgenden Reihenfolge:

- 1. eine Menge von Bitstrings der Länge n wählen,
- 2. sie mit der Funktion add element(x) in die Datenstruktur einfügen,
- 3. die Funktion compile set() aufrufen,
- 4. mit der Funktion check_element(x) das Vorhandensein von Bitstrings in der Struktur überprüfen und
- 5. die dabei gewonnenen Informationen nutzen, um die Permutation p herauszufinden und zurückzugeben.

Für jede Funktion ist die Anzahl ihrer Aufrufe beschränkt: Dein Programm darf o add element(x) höchstens w-mal aufrufen (w steht für "writes"),

- compile set() genau einmal aufrufen und
- check element(x) höchstens r-mal aufrufen (r steht für "reads").

Implementierungsdetails

Du sollst folgende Funktion (Methode) implementieren:

- int[] restore permutation(int n, int w, int r)
 - n: die Länge der in der Datenstruktur gespeicherten Bitstrings (und auch die Länge von p).
 - w: die maximale Anzahl der Aufrufe von add element(x).
 - r: die maximale Anzahl der Aufrufe von check element(x).
 - Die Funktion soll die herausgefundene Permutation p zurückgeben.

In der Programmiersprache C ist die Funktionssignatur ein wenig anders:

- void restore permutation(int n, int w, int r, int* result)
 - n, w und r haben die gleiche Bedeutung wie oben.
 - Die Funktion soll die herausgefundene Permutation p zurückgeben, indem sie sie in das bereitgestellte Array result schreibt: für jedes i soll sie den Wert p_i in result[i] speichern.

Library-Funktionen

Um mit der Datenstruktur zu interagieren, soll dein Programm die folgenden drei Funktionen (Methoden) benutzen:

- o void add_element(string x)
 - Diese Funktion fügt ein durch x beschriebenes Element in die Datenstruktur ein.
 - x: ein String von Zeichen '0' und '1'. Die Länge von x muss genau n sein.
- o void compile set()
 - Diese Funktion muss genau einmal aufgerufen werden. Dein Programm darf nach diesem Aufruf die Funktion add_element() nicht mehr aufrufen. Dein Programm darf die Funktion check_element() vor diesem Aufruf nicht aufrufen.
- boolean check element(string x)
 - Diese Funktion prüft, ob das durch x beschriebene Element in der Datenstruktur vorhanden ist.
 - x: ein String von Zeichen '0' und '1'. Die Länge von x muss genau n sein.
 - Gibt true zurück falls das Element x in der veränderten Menge ist, und sonst false.

Falls dein Programm irgendeine der Vorgaben oben verletzt, wird das Bewertungsergebnis "Wrong Answer" sein.

Der Grader legt die Permutation p fest, bevor die Funktion $restore_permutation$ aufgerufen wird.

Die zur Verfügung gestellten Vorlagedateien zeigen dir die Details in deiner

Programmiersprache.

Beispiel

Der Grader macht folgenden Funktionsaufruf:

• restore_permutation(4, 16, 16). Es gilt n=4 und das Programm kann höchstens 16 "writes" und 16 "reads" ausführen.

Das Programm macht folgende Funktionsaufrufe:

```
add_element("0001")
add_element("0100")
compile_set()
check_element("0001") gibt false zurück
check_element("0010") gibt true zurück
check_element("0100") gibt true zurück
check_element("1000") gibt false zurück
check_element("0011") gibt false zurück
check_element("0011") gibt false zurück
check_element("1001") gibt false zurück
check_element("1001") gibt false zurück
check_element("1010") gibt false zurück
check_element("1010") gibt false zurück
check_element("1010") gibt false zurück
check_element("1010") gibt false zurück
```

Nur eine Permutation ist konsistent mit den Werten, die check_element() zurückgibt: die Permutation p=(2,1,3,0). Daher soll restore_permutation das Array [2, 1, 3, 0] zurückgeben.

Teilaufgabe

```
1. (20 Punkte) n=8, w=256, r=256, p_i\neq i für höchstens 2 Indizes i ( 0\leq i\leq n-1 ),  
2. (18 Punkte) n=32, w=320, r=1024,  
3. (11 Punkte) n=32, w=1024, r=320,  
4. (21 Punkte) n=128, w=1792, r=1792,
```

5. (30 Punkte) n=128 , w=896 , r=896 .

Beispielgrader

Der Beispielgrader liest die Eingabe im folgenden Format:

```
• Zeile 1: Ganzzahlen n, w, r,
```

• Zeile 2: n Ganzzahlen, die Elemente von p.