

Portale

Du bist auf die Idee gekommen, deiner "besten Freundin" einen Streich zu spielen, indem du sie auf das Feld $(0,0)$ eines unendlichen Gitters platzierst, das aus bunten Feldern besteht. Sie bewegt sich anschließend unendlich lange im Gitter, wobei sie jedes Mal auf eins der vier benachbarten Felder geht.

N der Felder des Gitters enthalten ein Portal. Jedes Mal, wenn deine beste Freundin eins der Portale erreicht, wird sie sofort zu einem anderen, zufälligen Portal teleportiert (das möglicherweise genau das Portal ist, wo sie sich gerade befindet). Sollte sich auf dem Feld $(0,0)$ ebenfalls ein Portal befinden, wird deine beste Freundin auch direkt am Anfang zu einem zufälligen Portal teleportiert.

Als Teil des Streichs möchtest du, dass deine beste Freundin gar nichts von der Existenz der Portale mitbekommt. Alles, was sie sieht, ist die Farbe des Feldes, auf dem sie sich gerade befindet. Du möchtest also erreichen, dass sich aus ihrer Perspektive die Farbe der Felder durch die Nutzung der Portale nicht ändert. Insbesondere, wenn sie denkt, dass sie auf dem Feld, auf dem sie sich gerade befindet, schon einmal war (zum Beispiel, weil sie sich einmal nach rechts und einmal nach links bewegt hat), muss die aktuelle Farbe des Feldes, die sie jetzt sieht, mit der, die sie damals gesehen hat, übereinstimmen.

Beachte: Wenn deine Freundin ein Portal betritt, wird sie sowohl die Farbe von dem Feld, das sie betritt, als auch von dem Feld, auf das sie teleportiert wird, sehen. Du musst also insbesondere jedes Feld mit Portal gleich färben, sonst hält das Geheimnis der Portale nicht lange.

Eine einfache Lösung wäre es, alle Felder gleich zu färben. Aber viele verschiedene Farben sind doch schön! Du möchtest also so viele verschiedene Farben verwenden, wie möglich.

Betrachten wir ein Beispiel, bei dem sich die Portale auf den Feldern $(1,1)$, $(1,3)$ und $(3,2)$ befinden und deine beste Freundin folgende Züge macht: nach oben, nach rechts, nach unten, nach links:

Nach 0 Schritten

(-1,4)	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
(-1,3)	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
(-1,2)	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
(-1,1)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
(-1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)
(-1,-1)	(0,-1)	(1,-1)	(2,-1)	(3,-1)	(4,-1)

Ausgangsposition. Deine Freundin sieht zum ersten Mal die Farbe des Felds (0, 0)

Nach 1 Schritt

(-1,4)	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
(-1,3)	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
(-1,2)	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
(-1,1)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
(-1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)
(-1,-1)	(0,-1)	(1,-1)	(2,-1)	(3,-1)	(4,-1)

Sie geht nach oben zum Feld (0, 1)

Nach 2 Schritten

(-1,4)	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
(-1,3)	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
(-1,2)	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
(-1,1)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
(-1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)
(-1,-1)	(0,-1)	(1,-1)	(2,-1)	(3,-1)	(4,-1)

Sie geht nach rechts zum Feld (1, 1) und teleportiert zu einem der drei Portale

Nach 3 Schritten

(-1,4)	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
(-1,3)	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
(-1,2)	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
(-1,1)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
(-1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)
(-1,-1)	(0,-1)	(1,-1)	(2,-1)	(3,-1)	(4,-1)

Sie geht nach unten

Nach 4 Schritten

(-1,4)	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
(-1,3)	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
(-1,2)	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
(-1,1)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
(-1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)
(-1,-1)	(0,-1)	(1,-1)	(2,-1)	(3,-1)	(4,-1)

Sie geht nach links. Deine Freundin denkt, dass sie zurück zum Anfang ist, aber sie könnte an jeder der farbigen Positionen sein.

	Wo deine Freundin denkt zu sein
	Wo deine Freundin sein könnte
	Feld mit Portal

Nach diesen Zügen denkt sie, dass sie wieder auf dem Feld (0, 0) ist, aber sie könnte in Wirklichkeit auch auf (0, 2) oder (2, 1) gelandet sein. Sie hat aber die Farbe des Feldes (0, 0) ganz am Anfang schon gesehen. Wenn sie jetzt also eine andere Farbe sieht, wird sie merken, dass etwas nicht stimmt. Du möchtest aber unbedingt vermeiden, dass das passiert, du möchtest also diese 3 Felder alle gleich färben.

Es gibt hier keine Folge von Zügen, nach der deine beste Freundin denken könnte, dass sie das Feld (0, 0) erreicht hat, während sie sich in der Wirklichkeit auf dem Feld (1, 0) befindet. Somit können diese beiden Felder problemlos verschieden gefärbt werden.

Unten ist eine Färbung mit vier Farben für den obigen Beispielfall abgebildet. Es ist nicht möglich, mehr als vier Farben zu verwenden.

(-1,4)	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)
(-1,3)	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
(-1,2)	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
(-1,1)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
(-1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)
(-1,-1)	(0,-1)	(1,-1)	(2,-1)	(3,-1)	(4,-1)

Betrachten wir ein anderes Beispiel mit Portalen auf den Feldern $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(0,-1)$ und $(-1,0)$. Angenommen, deine Freundin möchte das Feld $(1,3)$ erreichen, indem sie einmal nach rechts und dreimal nach oben geht. Eine Möglichkeit ist, dass sie am Ende auf dem Feld $(0,0)$ ist, wenn sie zu Beginn und nach jedem Schritt dorthin teleportiert wird. Wenn sie nun ihren Weg bis zu dem Punkt, wo sie denkt, dass sie auf dem Feld $(0,0)$ war, zurückverfolgt (sie geht dreimal nach unten und anschließend einmal nach links) und dabei nie teleportiert wird, erreicht sie am Ende in Wirklichkeit das Feld $(-1,-3)$. Deine Freundin denkt dann, dass sie das Feld $(0,0)$ das zweite Mal sieht und erwartet, dass sie nochmal die gleiche Farbe sieht. Du musst also die Felder $(0,0)$ und $(-1,3)$ gleich färben.

Dabei gab es aber nichts Besonderes an der Wahl des Feldes $(1,3)$. Man kann analog beweisen, dass jedes Feld die gleiche Farbe wie $(0,0)$ haben muss.

Aufgabe

Berechne die maximale Anzahl an Farben, die du verwenden kannst, ohne dass deine Freundin bemerkt, dass es Portale gibt.

Eingabe

Die erste Eingabezeile enthält nur die ganze Zahl N , die die Anzahl der Portale angibt.

Die nächsten N Zeilen enthalten je zwei ganze Zahlen x_i, y_i , die angeben, dass sich ein Portal auf dem Feld (x_i, y_i) befindet.

Ausgabe

Gib eine einzige ganze Zahl aus, die größtmögliche Anzahl an Farben, die benutzt werden können, ohne dass deine beste Freundin die Portale bemerkt. Falls du beliebig viele verwenden kannst, gibt -1 aus.

Beispiele

Eingabe	Ausgabe	Erklärung
3 1 1 1 3 3 2	4	Das erste Beispiel aus der Aufgabenstellung.
5 0 0 1 0 -1 0 0 1 0 -1	1	Das zweite Beispiel aus der Aufgabenstellung.
1 1 -1	-1	Deine beste Freundin kann nur auf das Feld "teleportiert" werden, auf dem sich das Portal bereits befindet. Sie kann also nie bemerken, dass es Portale gibt, egal wie du die Felder färbst. Du kannst insbesondere auch alle Felder paarweise verschieden färben.

Beschränkungen

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $-10^6 \leq x_i, y_i \leq 10^6$ (für alle $1 \leq i \leq N$)
- Keine zwei Portale haben dieselben Koordinaten.

Teilaufgaben

Nr.	Punkte	Zusätzliche Beschränkungen
1	1	$N \leq 2$.
2	10	$N \leq 3$.
3	10	Für alle ganzen Zahlen x_1, x_2, y_1, y_2 gilt: Wenn es Portale an den Orten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) gibt, so gibt es auch eins bei (x_1, y_2) .
4	29	$N \leq 100$ und $-100 \leq x_i, y_i \leq 100$ für alle $1 \leq i \leq N$.
5	15	$N \leq 2000$.
6	35	Keine zusätzlichen Beschränkungen.