



Хамгийн урт аялал

IOI 2023-ын зохион байгуулагч нарт том асуудал тулгарчээ! Тэд удахгүй болох Опустазер руу хийх аялалаа төлөвлөхөө мартжээ. Гэхдээ одоохондоо оройтоогүй байж магадгүй ...

Опустазерт 0-ээс $N - 1$ хүртлэх тоонуудаар дугаарлагдсан N тооны дурсгалт газар байдаг. Эдгээр дурсгалт газруудын зарим хос нь хоорондоо *хоёр чиглэлтэй замуудаар* холбогдсон байдаг. Дурсгалт газар бүр дээд тал нь нэг замаар холбогдсон байна. Зохион байгуулагч нар аль дурсгалт газрууд замаар холбогдсоныг мэдэхгүй.

Хэрэв Опустазерын 3 ялгаатай дурсгалт газар бүр хоорондоо дор хаяж δ тооны замтай бол замын сүлжээ нь **дор хаяж δ нягттай** байна гэж хэлнэ. Өөрөөр хэлбэл $0 \leq u < v < w < N$ байх (u, v, w) дурсгалт газрын гурвал бүрийн хувьд (u, v) , (v, w) ба (u, w) гэсэн дурсгалт газрын хосуудаас дор хаяж δ нь замаар холбогдсон байх юм.

Зохион байгуулагч нар замын сүлжээний нягт нь дор хаяж D байх тийм D эерэг бүхэл тоог мэддэг. D нь 3-аас их байж болохгүйг анхаараарай.

Зохион байгуулагч нар Опустазер дахь утасны оператор руу **дуудлага** хийж тодорхой дурсгалт газруудыг хоорондоо замаар холбогдсон эсэх талаар мэдээллийг цуглуулж чадна. Дуудлага бүрт $[A[0], \dots, A[P - 1]]$ ба $[B[0], \dots, B[R - 1]]$ гэсэн дурсгалт газруудын хоёр хоосон биш массивыг зааж өгөх ёстой. Дурсгалт газрууд хос хосоороо ялгаатай байх ёстой буюу дараах нөхцөлийг хангаж байна,

- $0 \leq i < j < P$ байх i ба j бүрийн хувьд $A[i] \neq A[j]$;
- $0 \leq i < j < R$ байх i ба j бүрийн хувьд $B[i] \neq B[j]$;
- $0 \leq i < P$ ба $0 \leq j < R$ байх i ба j бүрийн хувьд $A[i] \neq B[j]$.

Дуудлага бүрийн хувьд оператор A дурсгалт газраас B -г холбосон зам байгаа эсэх талаар хариулна. Тодруулбал, оператор $0 \leq i < P$ ба $0 \leq j < R$ байх бүх i ба j хосууд дээр давтана. Хэрэв тэдгээрийн аль нэгнийх нь хувьд $A[i]$ ба $B[j]$ газрууд замаар холбосон бол оператор `true` утга буцаана. Бусад тохиолдолд оператор `false` утга буцаана.

l урттай **аялал** гэж i -гийн 0-ээс $l - 2$ хүртлэх утга бүрийн хувьд $t[i]$ ба $t[i + 1]$ дурсгалт газрууд замаар холбогдсон байх $t[0], t[1], \dots, t[l - 1]$ гэсэн *ялгаатай* дурсгалт газруудын дарааллыг хэлнэ. Хэрэв дор хаяж $l + 1$ урттай аялал оршин байдаггүй бол l урттай аяллыг **хамгийн урт аялал** гэж нэрлэнэ.

Таны даалгавар бол оператор руу дуудлагууд хийх замаар зохион байгуулагч нарт хамгийн урт аяллыг олоход нь туслах явдал юм.

Хэрэгжүүлэлтийн мэдээлэл

Та доорх процедурыг хэрэгжүүлнэ:

```
int[] longest_trip(int N, int D)
```

- N : Опустазер дахь дурсгалт газрын тоо.
- D : замын сүлжээний баталгаат минимум нягт.
- Энэ процедур нь хамгийн урт аяллыг илэрхийлэх $t = [t[0], t[1], \dots, t[l-1]]$ массивыг буцаана.
- Энэ процедурыг тест бүр дээр **олон удаа** дуудаж болно.

Дээрх процедур нь доорх процедурыг дуудаж болно:

```
bool are_connected(int[] A, int[] B)
```

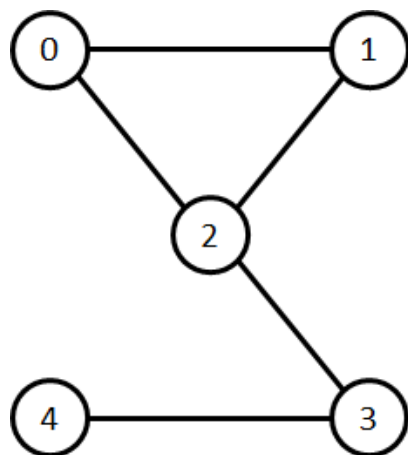
- A : ялгаатай дурсгалт газруудын хоосон биш массив.
- B : ялгаатай дурсгалт газруудын хоосон биш массив.
- A ба B нь огтлолцолгүй байна.
- Энэ процедур нь A -гийн аль нэг дурсгалт газар B -гийн аль нэг дурсгалт газартай замаар холбогдсон бол true утгыг буцаана. Эсрэг тохиолдолд false утгыг буцаана.
- Уг процедурыг longest_trip-ын дуудалт бүрийн хувьд дээд тал нь 32 640 удаа, нийтдээ дээд тал нь 150 000 удаа дуудаж болно.
- Уг процедурын бүх дуудалтуудын хувьд энэ процедурт дамжуулсан A ба B массивуудын нийт урт нь 1 500 000 утгаас хэтэрч болохгүй.

Шалгагч нь **дасан зохицдоггүй** байна. N ба D утгууд болон замаар холбогдсон дурсгалт газрын хосуудын тоо нь longest_trip-ийн дуудалт хийгдэхээс өмнө бэхлэгдсэн байна.

Жишээ

Жишээ 1

$N = 5$, $D = 1$ байх бөгөөд замуудын холболт нь доорх зурагт үзүүлснээр байх тохиолдлыг авч үзье:



longest_trip процедурыг доорх байдлаар дуудна:

```
longest_trip(5, 1)
```

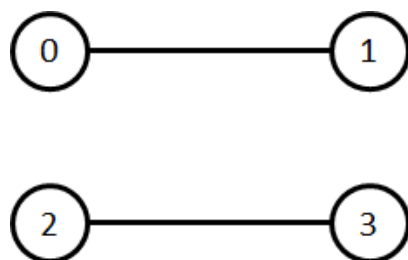
Уг процедур нь are_connected-ыг доорх байдлаар дуудаж болно.

Дуудалт	Замаар холбогдсон хосууд	Буцаах утга
are_connected([0], [1, 2, 4, 3])	(0,1) ба (0,2)	true
are_connected([2], [0])	(2,0)	true
are_connected([2], [3])	(2,3)	true
are_connected([1, 0], [4, 3])	байхгүй	false

Дөрөв дэх дуудалтын дараа (1,4), (0,4), (1,3) ба (0,3) хосуудын аль нь ч замаар холбогдоогүй гэдэг нь тодорхой болно. Сүлжээний нягт нь дор хаяж $D = 1$ байна гэдгээс (0,3,4) гурвалаас (3,4) хос нь замаар холбогдох ёстой гэж гарна. Үүнтэй адилаар 0 ба 1 дурсгалт газрууд холбоотой байх ёстой байна.

Энэ үед $t = [1, 0, 2, 3, 4]$ нь 5 урттай аялал бөгөөд 5-аас илүү урттай аялал байхгүй гэж дүгнэж болно. Иймд longest_trip нь [1, 0, 2, 3, 4] утгыг буцааж болно.

$N = 4$, $D = 1$ байх бөгөөд замуудын холболт нь доорх зурагт үзүүлснээр байх өөр нэг тохиолдлыг авч үзье:



longest_trip процедурыг доорх байдлаар дуудна:

```
longest_trip(4, 1)
```

Энэ тохиолдолд хамгийн урт аяллын урт нь 2 байна. Иймд are_connected-ыг хэдэн удаа дуудсаны дараа longest_trip процедур нь [0, 1], [1, 0], [2, 3] эсвэл [3, 2] утгуудын аль нэгийг буцааж болно.

Жишээ 2

Дэд бодлого 0 нь $N = 256$ дурсгалт газар бүхий нэмэлт жишээ тестийг агуулна. Энэ тест нь тэмцээний систем доторх таны татаж авч болох хавсралтын багцад агуулагдаж байгаа.

Хязгаарлалт

- $3 \leq N \leq 256$
- longest_trip-ийн бүх дуудалтуудын N -үүдийн нийлбэр нь 1024 гэсэн утгаас хэтрэхгүй.
- $1 \leq D \leq 3$

Дэд бодлого

1. (5 оноо) $D = 3$
2. (10 оноо) $D = 2$
3. (25 оноо) $D = 1$. l^* нь хамгийн урт аяллын урт байг. longest_trip процедур нь l^* урттай аяллыг буцаах албагүй. Харин уг процедур дор хаяж $\left\lceil \frac{l^*}{2} \right\rceil$ урттай аяллыг буцаана.
4. (60 оноо) $D = 1$

Дэд бодлого 4 дээр таны оноог longest_trip-ын нэг дуудалт дээр are_connected процедурыг хэдэн удаа дуудсан дээр үндэслэн тодорхойлно. q нь уг дэд бодлогын тест бүр дээрх longest_trip-ийн бүх дуудалтуудын хувьд хамгийн олон удаа дуудсан тоо байг. Уг дэд бодлого дээрх таны оноог доорх хүснэгтийн дагуу тооцоолно:

Нөхцөл	Оноо
$2\,750 < q \leq 32\,640$	20
$550 < q \leq 2\,750$	30
$400 < q \leq 550$	45
$q \leq 400$	60

Хэрэв аль нэг тест дээр are_connected-ын дуудалтууд нь Хэрэгжүүлэлтийн мэдээлэл дээр бичсэн хязгаарлалтуудыг хангахгүй бол эсвэл longest_trip-ийн буцаасан массив нь буруу бол таны бодолтын тухайн дэд бодлого дээрх оноо нь 0 болно.

Жишээ шалгагч

C -гээр тохиолдлын тоо буюу `longest_trip`-ийн дуудалтын тоог тэмдэглэе. Жишээ шалгагч нь оролтыг доорх хэлбэрээр уншина:

- мөр 1: C

C тооны тохиолдлын тайлбар нь доорх байдалтай байна.

Жишээ шалгагч нь тохиолдол бүрийн тодорхойлолтыг доорх хэлбэрээр уншина:

- мөр 1: $N \ D$
- мөр $1 + i$ ($1 \leq i < N$): $U_i[0] \ U_i[1] \ \dots \ U_i[i - 1]$

Энд U_i ($1 \leq i < N$) бүр нь i хэмжээтэй массив ба аль дурсгалт газрууд замаар холбогдсоныг илэрхийлнэ. $1 \leq i < N$ ба $0 \leq j < i$ байх i болон j бүрийн хувьд:

- хэрэв j ба i дурсгалт газрууд замаар холбогдсон бол $U_i[j]$ -гийн утга нь 1 байна;
- хэрэв j ба i дурсгалт газруудыг холбосон зам байхгүй бол $U_i[j]$ -гийн утга нь 0 байна.

Тохиолдол бүрийн хувьд `longest_trip`-ыг дуудахын өмнө жишээ шалгагч нь замын сүлжээний нягт нь дор хаяж D байгаа эсэхийг шалгана. Хэрэв энэ нөхцөл хангагдаагүй байвал `Insufficient Density` мэдэгдлийг хэвлээд гарна.

Хэрэв жишээ шалгагч нь протоколын зөрчил илрүүлбэл жишээ шалгагчийн гаралт нь `Protocol Violation: <MSG>` хэлбэртэй байх ба энд `<MSG>` нь доорх алдааны мэдэгдлүүдийн нэг байна:

- `invalid array: are_connected`-ын дуудалтын үед A ба B массивуудын дор хаяж нэг нь
 - хоосон, эсвэл
 - 0-ээс $N - 1$ хүртлэх бүхэл тоо биш байх элемент агуулсан, эсвэл
 - нэг элементийг дор хаяж хоёр удаа агуулсан.
- `non-disjoint arrays: are_connected`-ын дуудалтын үед A ба B массивууд нь огтлолцоогүй биш байх.
- `too many calls: are_connected`-ын дуудалтын тоо нь `longest_trip`-ын нэг дуудалтын хувьд 32 640 утгаас хэтэрсэн эсвэл нийтдээ 150 000 утгаас хэтэрсэн.
- `too many elements: are_connected`-ын бүх дуудалтын хувьд түүн рүү дамжуулсан дурсгалт газруудын нийт тоо нь 1 500 000 утгаас хэтэрсэн.

Эсрэг тохиолдолд `longest_trip`-ын ямар нэг тохиолдлын хувьд буцаасан массивыг $t[0], t[1], \dots, t[l - 1]$ гэж тэмдэглэе (l нь сөрөг бус бүхэл тоо). Жишээ шалгагч нь энэ тохиолдлын хувьд доорх хэлбэрээр гурван мөрийг хэвлэнэ:

- мөр 1: l
- мөр 2: $t[0] \ t[1] \ \dots \ t[l - 1]$

- мөр 3: энэ тохиолдол дахь `are_connected`-ын дуудалтын тоо

Эцэст нь жишээ шалгагч доорхийг хэвлэнэ:

- мөр $1 + 3 \cdot C$: `longest_trip`-ийн дуудалтууд дотроос `are_connected`-ыг дуудсан хамгийн их тоо