

# Llaves

Timothy el arquitecto ha diseñado un nuevo juego de escape. En este juego, hay  $n$  habitaciones numeradas de  $0$  a  $n - 1$ . Inicialmente, cada habitación contiene exactamente una llave. Cada llave tiene un tipo, el cual es un entero entre  $0$  y  $n - 1$ , inclusive. El tipo de llave en la habitación  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ) es  $r[i]$ . Nota que multiples habitaciones pueden contener el mismo tipo de llave; es decir, los valores  $r[i]$  no necesariamente son distintos.

Hay también  $m$  conectores **bidireccionales** en el juego, numerados de  $0$  a  $m - 1$ . El conector  $j$  ( $0 \leq j \leq m - 1$ ) conecta una pareja de habitaciones diferentes  $u[j]$  and  $v[j]$ . Una pareja de habitaciones puede ser conectada por multiples conectores.

En el juego hay un sólo jugador que recoge las llaves y se mueve entre las habitaciones atravesando los conectores. Se dice que el jugador **atraviesa** el conector  $j$  cuando usa el conector para moverse desde la habitación  $u[j]$  hasta la habitación  $v[j]$ , o viceversa. El jugador sólo puede atravesar el conector  $j$  si ha recogido una llave de tipo  $c[j]$  anteriormente.

En cualquier punto durante el juego, el jugador está en alguna habitación  $x$  y puede realizar dos tipos de acciones:

- recoger la llave en la habitación  $x$ , cuyo tipo es  $r[x]$  (a no ser que ya la haya recogido),
- atravesar un conector  $j$ , donde ya sea  $u[j] = x$  o  $v[j] = x$ , si el jugador ya ha recogido una llave de tipo  $c[j]$  anteriormente. Nota que el jugador **nunca** deshecha una llave que haya recogido.

El jugador **inicia** el juego en alguna habitación  $s$  sin poseer llave alguna. Una habitación  $t$  es **accesible** desde una habitación  $s$ , si el jugador que inició el juego en la habitación  $s$  puede realizar alguna secuencia de acciones descritas anteriormente, y llegar a la habitación  $t$ .

Para cada habitación  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ), sea  $p[i]$  el número de habitaciones accesibles desde la habitación  $i$ . A Timothy le gustaría saber el conjunto de índices  $i$  que alcanzan el valor mínimo de  $p[i]$  para  $0 \leq i \leq n - 1$ .

## Detalles de Implementación

Tienes que implementar la siguiente función:

```
int[] find_reachable(int[] r, int[] u, int[] v, int[] c)
```

- $r$ : un arreglo de tamaño  $n$ . Para cada  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ), la llave en la habitación  $i$  es de tipo  $r[i]$ .

- $u, v$ : dos arreglos de tamaño  $m$ . Para cada  $j$  ( $0 \leq j \leq m - 1$ ), el conector  $j$  conecta las habitaciones  $u[j]$  y  $v[j]$ .
- $c$ : un arreglo de tamaño  $m$ . Para cada  $j$  ( $0 \leq j \leq m - 1$ ), el tipo de llave que se necesita para atravesar el conector  $j$  es  $c[j]$ .
- Esta función deberá retornar un arreglo  $a$  de tamaño  $n$ . Para cada  $0 \leq i \leq n - 1$ , el valor de  $a[i]$  deberá ser 1 si para cada  $j$  tal que  $0 \leq j \leq n - 1$ ,  $p[i] \leq p[j]$ . De lo contrario, el valor de  $a[i]$  deberá ser 0.

## Ejemplos

### Ejemplo 1

Considere la siguiente llamada:

```
find_reachable([0, 1, 1, 2],
               [0, 0, 1, 1, 3], [1, 2, 2, 3, 1], [0, 0, 1, 0, 2])
```

Si el jugador inicia el juego en la habitación 0, puede realizar la siguiente secuencia de acciones:

Habitación actual	Acción
0	Recoger la llave de tipo 0
0	Atravesar el conector 0 hacia la habitación 1
1	Recoger la llave de tipo 1
1	Atravesar el conector 2 hacia la habitación 2
2	Atravesar el conector 2 hacia la habitación 1
1	Atravesar el conector 3 hacia la habitación 3

Por lo tanto la habitación 3 es accesible desde la habitación 0. Similarmente, se pueden construir secuencias mostrando que todas las habitaciones son accesibles desde la habitación 0, lo que implica  $p[0] = 4$ . La siguiente tabla muestra las habitaciones accesibles para todas las habitaciones iniciales:

Habitación inicial $i$	Habitaciones accesibles	$p[i]$
0	[0, 1, 2, 3]	4
1	[1, 2]	2
2	[1, 2]	2
3	[1, 2, 3]	3

El valor más pequeño de  $p[i]$  para todas las habitaciones es 2, y esto sucede cuando  $i = 1$  ó  $i = 2$ . Por lo tanto, la función deberá retornar [0, 1, 1, 0].

## Ejemplo 2

```
find_reachable([0, 1, 1, 2, 2, 1, 2],
               [0, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5],
               [1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6],
               [0, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 0, 2, 1])
```

La siguiente tabla muestra las habitaciones accesibles:

Habitación inicial $i$	Habitaciones accesibles	$p[i]$
0	[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]	7
1	[1, 2]	2
2	[1, 2]	2
3	[3, 4, 5, 6]	4
4	[4, 6]	2
5	[3, 4, 5, 6]	4
6	[4, 6]	2

El valor más pequeño de  $p[i]$  para todas las habitaciones es 2, y sucede cuando  $i \in \{1, 2, 4, 6\}$ . Por lo tanto, la función deberá retornar [0, 1, 1, 0, 1, 0, 1].

## Ejemplo 3

```
find_reachable([0, 0, 0], [0], [1], [0])
```

La siguiente tabla muestra las habitaciones accesibles:

Habitación inicial $i$	Habitaciones accesibles	$p[i]$
0	[0, 1]	2
1	[0, 1]	2
2	[2]	1

El valor más pequeño de  $p[i]$  para todas las habitaciones es 1, cuando  $i = 2$ . Por lo tanto, la función deberá retornar [0, 0, 1].

## Restricciones

- $2 \leq n \leq 300\,000$
- $1 \leq m \leq 300\,000$

- $0 \leq r[i] \leq n - 1$  para todo  $0 \leq i \leq n - 1$
- $0 \leq u[j], v[j] \leq n - 1$  y  $u[j] \neq v[j]$  para todo  $0 \leq j \leq m - 1$
- $0 \leq c[j] \leq n - 1$  para todo  $0 \leq j \leq m - 1$

## Subtareas

1. (9 puntos)  $c[j] = 0$  para todo  $0 \leq j \leq m - 1$  y  $n, m \leq 200$
2. (11 puntos)  $n, m \leq 200$
3. (17 puntos)  $n, m \leq 2000$
4. (30 puntos)  $c[j] \leq 29$  (para todo  $0 \leq j \leq m - 1$ ) y  $r[i] \leq 29$  (para todo  $0 \leq i \leq n - 1$ )
5. (33 puntos) Sin restricciones adicionales

## Calificador Ejemplo

El calificador ejemplo lee la entrada en el siguiente formato:

- línea 1:  $n \ m$
- línea 2:  $r[0] \ r[1] \ \dots \ r[n - 1]$
- línea  $3 + j$  ( $0 \leq j \leq m - 1$ ):  $u[j] \ v[j] \ c[j]$

El calificador ejemplo imprime el valor de retorno de `find_reachable` en el siguiente formato:

- línea 1:  $a[0] \ a[1] \ \dots \ a[n - 1]$