

## Nožnice a páska (scissors)

|               |                |
|---------------|----------------|
| Day           | 2              |
| Language      | slovenčina     |
| Time limit:   | 1 second       |
| Memory limit: | 1024 megabytes |

Dostali ste kus papiera v tvare jednoduchého mnohoúhelníka  $S$ . Vašou úlohou je ho zmeniť na jednoduchý mnohoúhelník  $T$ , ktorého obsah je rovnako veľký ako obsah  $S$ . Na vykonanie tohto úkonu máte k dispozícii dva nástroje – nožnice a pásku. Nožnice slúžia na nastrihanie mnohoúhelníka na niekoľko menších mnohoúhelníkov. No a páska poslúži na spájanie kúskov papiera dokopy. Tieto nástroje môžete používať opakovane a v ľubovoľnom poradí.

Mnohouhelník, ktorý dostanete na vstupe bude mať celočíselné súradnice. Vaše riešenie však môže vytvoriť aj útvary, ktorých **súradnice sú necelé čísla**.

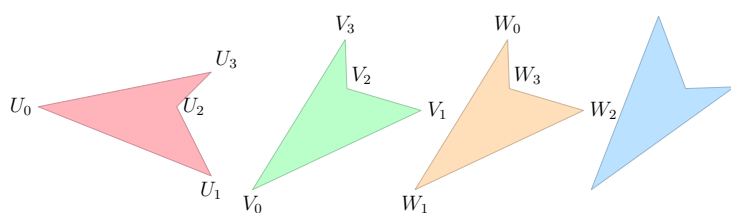
Podľa si úlohu zdefinovať formálnejšie.

**Útvar**  $Q = (Q_0, \dots, Q_{n-1})$  je taká postupnosť troch alebo viacerých bodov v rovine, že:

- Uzavretá krivka  $Q_0Q_1Q_2 \dots Q_{n-1}Q_0$  sa nekrižuje a ani nedotýka samej seba, čím vytvára jednoduchý mnohoúhelník.
- Body útvaru sú zadané proti smeru hodinových ručičiek.

Mnohouhelník, ktorý je určený útvarom  $Q$  budeme volať  $P(Q)$ .

Dva útvary nazveme **ekvivalentné** pokiaľ vieme z jedného vytvoriť pomocou posunu a otáčania druhý útvar. Avšak, zrkadlové prevracanie útvaru nie je povolené. Navyše, závisí aj na poradí bodov, ktoré určujú daný útvar. Útvar  $(Q_1, \dots, Q_{n-1}, Q_0)$  nemusí byť nutne ekvivalentný s útvarom  $(Q_0, \dots, Q_{n-1})$ .



Na obrázku naľavo môžeme vidieť, že útvary  $U$  a  $V$  sú ekvivalentné. Útvar  $W$  s nimi však ekvivalentný nie je, pretože body útvaru  $W$  sú zadané v inom poradí. Posledný útvar takisto nemôže byť ekvivalentný s predchádzajúcimi troma, a to bez ohľadu na poradie bodov, pretože prevracanie útvarov nie je dovolené.

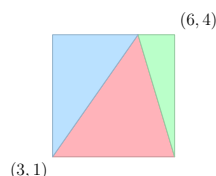
Vo vstupe aj výstupe budeme útvar tvorený  $n$  vrcholmi reprezentovať jedným riadkom obsahujúcim  $2n+1$  medzerou oddelených čísel – najskôr  $n$ , potom súradnice jednotlivých bodov:  $Q_{0,x}, Q_{0,y}, Q_{1,x}, \dots$

Útvary budeme označovať pomocou **identifikačných čísel (ID)**. Zadaný útvar  $S$  má ID 0, útvary, ktoré vytvoríte v priebehu riešenia dostanú postupne IDčka 1, 2, 3 ... v poradí, v akom boli vytvorené.

Útvary  $B_1, \dots, B_k$  sú **rozdelením** útvaru  $A$  ak:

- Zjednotenie všetkých mnohoúhelníkov  $P(B_i)$  tvorí mnohoúhelník  $P(A)$ .
- Pre všetky dvojice  $i \neq j$  má prienik mnohoúhelníkov  $P(B_i)$  a  $P(B_j)$  obsah rovný nule.

Pomocou **nožníc** vieme nastrihať útvar  $A$  a vytvoriť jeden alebo viacero útvarov  $B_1, \dots, B_k$ , ktoré sú rozdelením útvaru  $A$ . Útvar  $A$  po tejto operácii zaniká.



Na obrázku naľavo vidíme útvar  $A$  (štvorec) rozdelený na útvary  $B_1, B_2$  a  $B_3$  (tri trojuholníky). Jeden z možných spôsobov ako popísať jeden z útvarov  $B_i$  je “3 3 1 6 1 5.1 4”.

Pomocou **pásky** vieme spojiť jeden alebo viacero existujúcich útvarov  $A_1, \dots, A_k$  a vytvoriť nový útvar  $B$ . Na vykonanie tejto operácie je nutné špecifikovať útvary  $C_1, \dots, C_k$  a až potom výsledný útvar  $B$ . Pre útvary  $C_1, \dots, C_k$  musí platiť:



- Pre všetky  $i$  platí, že útvar  $C_i$  je ekvivalentný útvaru  $A_i$ .
- Útvary  $C_1, \dots, C_k$  tvoria rozdelenie útvaru  $B$ .

Útvary  $A_1, \dots, A_k$  po tejto operácii zanikajú. Navyiac, zo spomenutých útvarov, iba útvar  $B$  dostane nové ID.

Na operáciu pásky sa môžeme intuitívne pozeráť tak, že si zvolíme útvar  $B$  a potom ukážeme, ako presunúť existujúce útvary  $A_1, \dots, A_k$  na správne pozície tak, aby dokopy vytvorili útvar  $B$ .

## Input

Prvý riadok vstupu obsahuje počiatočný útvar  $S$ .

Druhý riadok vstupu obsahuje popis útvaru  $T$ , ktorý sa snažíme vytvoriť.

Všetky útvary na vstupe majú medzi 3 až 10 bodov a sú zadané vo formáte opísanom vyššie.

Všetky súradnice na vstupe sú celé čísla medzi  $-10^6$  až  $10^6$ .

Navyše o útvaroch na vstupe môžete predpokladať, že žiadne tri z ich bodov netvoria uhol so stupňom menším ako 3 stupne. Táto podmienka zahŕňa aj body, ktoré nejdú v popise útvaru priamo za sebou, a preto okrem iného implikuje, že žiadne tri body zadaných útvarov nie sú kolineárne.

Môžete predpokladať, že mnohoúhelníky  $P(S)$  a  $P(T)$  majú rovnaký obsah.

## Output

Vždy, keď chcete použiť nožnice, vypíšte niekoľko riadkov, dodržiujúc formát uvedený nižšie.

```
scissors
id(A) k
B_1
B_2
...
B_k
```

Hodnota  $id(A)$  určuje ID útvaru, ktorý chceme nastrihať,  $k$  určuje počet novovytvorených útvarov a  $B_1, \dots, B_k$  popisujú tieto útvary.

Vždy, keď chcete použiť pásku, vypíšte niekoľko riadkov, dodržiujúc formát uvedený nižšie.

```
tape
k id(A_1) ... id(A_k)
C_1
C_2
...
C_k
B
```

Číslo  $k$  určuje počet útvarov, ktoré chceme zlepiť dokopy,  $id(A_1), \dots, id(A_k)$  sú IDčka týchto útvarov,  $C_1, \dots, C_k$  sú útvary  $k$  nim ekvivalentné, ktoré označujú ich umiestnenie vo vnútri útvaru  $B$  a  $B$  je útvar, ktorý vznikne ich zlepením.

Je odporúčané vypisovať súradnice útvarov s presnosťou aspoň 10 desatinných miest.

Navyše, výstup musí spĺňať nasledovné podmienky:

- Všetky súradnice bodov musia byť medzi  $-10^7$  a  $10^7$ .
- Každý útvar na výstupe môže obsahovať najviac 100 bodov.
- Pri každej operácii môže byť hodnota  $k$ , počet útvarov, z rozsahu 1 až 100.
- Počet vykonaných operácií nemôže presiahnuť 2000.
- Celkový počet bodov vo všetkých útvaroch na výstupe nesmie presiahnuť 20 000.
- Na konci ostal jediný útvar, ktorý je ekvivalentný s útvarom  $T$ .
- Všetky operácie musia byť korektné vzhľadom na checker. Riešenia s malými zaokrúhľovacími chybami budú taktiež akceptované. (Všetky porovnania povoľujú absolútnu alebo relatívnu chybu  $10^{-3}$ .)

## Handouts

- Inštrukcie, ako vypisovať floating-point čísla, nájdete na konci inštrukcií k vášmu programovaciemu jazyku.
- Môžete si stiahnuť binárku `scissors-checker`, spraviť ju spustiteľnou (`chmod a+x scissors-checker`) a potom ju lokálne používať na testovanie, či sú vaše výstupy správne (`./scissors-checker input your_output`).

## Scoring

Útvar nazveme **pekným obdĺžnikom** ak je vo forme  $((0,0), (x,0), (x,y), (0,y))$  pre kladné celé čísla  $x$  a  $y$ .

Útvar nazveme **pekným štvorcem** ak je to pekný obdĺžnik a  $x = y$ .

Útvar  $A$  nazveme **striktne konvexný** ak sú všetky vnútorné uhly mnohouholníka  $P(A)$  menšie ako 180 stupňov.

Podúloha 1 (5 bodov):  $S$  a  $T$  sú pekné obdĺžniky. Navyše, všetky súradnice sú celé čísla od 0 do 10.

Podúloha 2 (13 bodov):  $S$  je pekný obdĺžnik, v ktorom platí  $x > y$  a  $T$  je pekný štvorec.

Podúloha 3 (12 bodov):  $S$  a  $T$  sú pekné obdĺžniky.

Podúloha 4 (14 bodov):  $S$  je trojuholník a  $T$  je pekný štvorec.

Podúloha 5 (10 bodov):  $S$  a  $T$  sú trojuholíky.

Podúloha 6 (16 bodov):  $S$  je striktne konvexný mnohouholník a  $T$  je pekný obdĺžnik.

Podúloha 7 (11 bodov):  $T$  je pekný obdĺžnik.

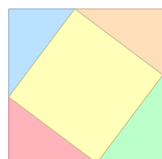
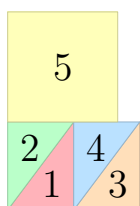
Podúloha 8 (19 bodov): žiadne ďalšie obmedzenia.

## Examples

| standard input                                 | standard output   |
|--|---|
| 6 0 0 6 0 6 4 5 4 5 9 0 9<br>4 0 0 7 0 7 7 0 7 | scissors<br>0 5<br>3 0 0 3 0 3 4<br>3 3 4 0 4 0 0<br>3 3 0 6 0 6 4<br>3 6 4 3 4 3 0<br>4 0 4 5 4 5 9 0 9<br>tape<br>5 1 2 5 3 4<br>3 0 3 0 0 4 0<br>3 4 0 7 0 7 4<br>4 0 3 4 0 7 4 3 7<br>3 7 4 7 7 3 7<br>3 3 7 0 7 0 3<br>4 0 0 7 0 7 7 0 7 |
| 4 0 0 3 0 3 3 0 3<br>4 7 -1 10 -1 11 2 8 2     | scissors<br>0 2<br>3 0 0 1 3 0 3<br>4 1 3 0 0 3 0 3 3<br>tape<br>2 1 2<br>3 110 -1 111 2 110 2<br>4 108 2 107 -1 110 -1 110 2<br>4 107 -1 110 -1 111 2 108 2  |

| standard input    | standard output                        |
|-------------------|--|
| 4 0 0 9 0 9 1 0 1 | scissors                               |
| 4 0 0 3 0 3 3 0 3 | 0 2                                    |
|                   | 4 1.4700000000 0 9 0 9 1 1.470000000 1 |
|                   | 4 0 0 1.470000000 0 1.470000000 1 0 1  |
|                   | scissors                               |
|                   | 1 2                                    |
|                   | 4 1.470000000 0 6 0 6 1 1.470000000 1  |
|                   | 4 9 0 9 1 6 1 6 0                      |
|                   | tape                                   |
|                   | 2 4 3                                  |
|                   | 4 3 2 3 1 6 1 6 2                      |
|                   | 4 6 1 1.470000000 1 1.470000000 0 6 0  |
|                   | 6 1.470000000 0 6 0 6 2 3 2 3 1 1.47   |
|                   | scissors                               |
|                   | 5 4                                    |
|                   | 4 1.470000000 0 3 0 3 1 1.470000000 1  |
|                   | 4 3 0 4 0 4 2 3 2                      |
|                   | 4 4 2 4 0 5 0 5 2                      |
|                   | 4 5 0 6 0 6 2 5 2                      |
|                   | tape                                   |
|                   | 5 2 6 7 8 9                            |
|                   | 4 0 0 1.470000000 0 1.470000000 1 0 1  |
|                   | 4 1.470000000 0 3 0 3 1 1.470000000 1  |
|                   | 4 0 2 0 1 2 1 2 2                      |
|                   | 4 0 2 2 2 2 3 0 3                      |
|                   | 4 3 3 2 3 2 1 3 1                      |
|                   | 4 0 0 3 0 3 3 0 3                      |

## Note



Obrázok naľavo znázorňuje prvý príklad. Naľavo je originálny útvar, ktorý sme rozstrihali, napravo sú zodpovedajúce  $C_i$ , ktoré zlepieme dokopy.

V druhom prípade si všimnite, že je postačujúce, aby bol výsledný útvar ekvivalentný s výsledným útvarom, nemusia byť identické.

Obrázok nižšie zobrazuje tri štádiá tretieho príkladu. Najskôr sa obdĺžnik zo vstupu rozstrihol na dva menšie obdĺžniky a väčší z týchto obdĺžnikov sa rozstrihol ešte raz na dva. Tento stav vidno na prvom obrázku.

Následne sme zlepi dva obdĺžniky dokopy, čím sme dostali šesťuholník, ktorý sme rozsekli na tri obdĺžniky  $2 \times 1$  a jeden menší obdĺžnik. Tento stav je znázornený na druhom obrázku.

Nakoniec, posledný obrázok znázorňuje, ako zlepiť zvyšný obdĺžnik z prvého strihania a štyri nové obdĺžniky do výsledného štvorca  $3 \times 3$ .

