Árbol de Haya

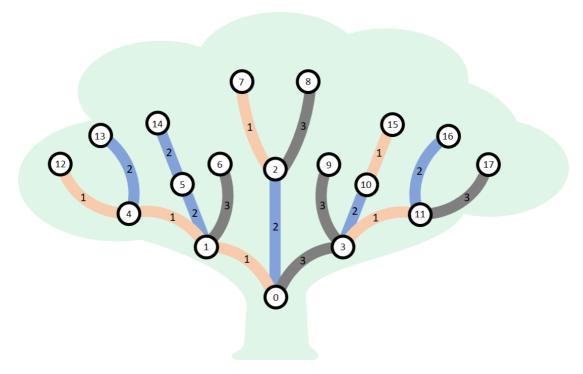
Vétyem Woods es un famoso bosque con muchos árboles coloridos. Uno de los árboles de haya más viejos y altos se llama Ős Vezér.

El árbol Ős Vezér puede ser modelado como un conjunto de N **nodos** y N-1 **aristas**. Los nodos son numerados del 0 al N-1 y las aristas son numeradas de la 1 a la N-1. Cada arista conecta dos nodos distintos del árbol. Específicamente, la arista i ($1 \le i < N$) conecta al nodo i con el nodo P[i], donde $0 \le P[i] < i$. El nodo P[i] es llamado el **padre** del nodo i, y el nodo i es llamado un **hijo** del nodo I0.

Cada arista tiene un color. Hay M posibles colores de arista numerados del 1 al M. El color de la arista i es C[i]. Diferentes aristas pueden tener el mismo color.

Observa que, en la definición anterior, el caso i=0 no corresponde a una arista del árbol. Por conveniencia, se asignan P[0]=-1 y C[0]=0.

Por ejemplo, supongamos que Ős Vezér tiene N=18 nodos y M=3 posibles colores para las aristas, con 17 aristas descritas por las conexiones P=[-1,0,0,0,1,1,1,2,2,3,3,3,4,4,5,10,11,11] y los colores C=[0,1,2,3,1,2,3,1,3,3,2,1,1,2,2,1,2,3]. El árbol se muestra en la siguiente figura:



Árpád es un guardabosques talentoso que le gusta estudiar partes específicas del árbol llamadas **subárboles**. Para cada r tal que $0 \le r < N$, el subárbol del nodo r es el conjunto T(r) de nodos con las siguientes propiedades:

- Nodo r pertenece a T(r).
- Cuando un nodo x pertenece a T(r), todos los hijos de x también pertenecen a T(r).
- Ningún otro nodo pertenece a T(r).

El tamaño del conjunto T(r) se denota como |T(r)|.

Árpád descubrió recientemente una propiedad complicada pero interesante de los subárboles. El descubrimiento de Árpád necesitó utilizar mucho papel y lápiz, y él sospecha que tendrás que hacer lo mismo para entenderlo. También te mostrará múltiples ejemplos para que los analices cuidadosamente.

Supongamos que tenemos un r fijo y una permutación $v_0, v_1, \ldots, v_{|T(r)|-1}$ de los nodos del subárbol T(r).

Para cada i tal que $1 \le i < |T(r)|$, sea f(i) el número de veces que el color $C[v_i]$ aparece en la siguiente secuencia de i-1 colores: $C[v_1], C[v_2], \ldots, C[v_{i-1}]$.

Note que f(1) siempre es 0 ya que la secuencia de colores en su definición es vacía.

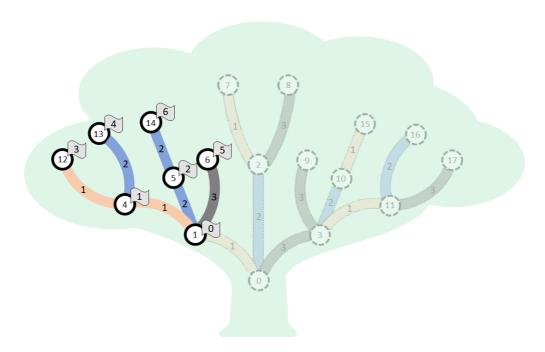
La permutación $v_0, v_1, \ldots, v_{|T(r)|-1}$ es una **permutación hermosa** si y solo si todas las propiedades siguientes se cumplen:

- $v_0=r$.
- Para cada i tal que $1 \le i < |T(r)|$, el padre del nodo v_i es el nodo $v_{f(i)}$.

Para cualquier r tal que $0 \le r < N$, el subárbol T(r) es un **subárbol hermoso** si y solo si existe una permutación hermosa de los nodos en T(r). Note que, de acuerdo a esta definición, cada subárbol que contenga un único nodo es hermoso.

Considera el árbol de ejemplo anterior. Puede demostrarse que los subárboles T(0) y T(3) no son hermosos. El subárbol T(14) es hermoso, ya que es formado por un único nodo. Abajo se mostrará que el subárbol T(1) también es hermoso.

Considera la secuencia de enteros distintos $[v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6]=[1,4,5,12,13,6,14]$. Esta secuencia es una permutación de los nodos en T(1). La figura siguiente muestra esta permutación. Las etiquetas en los nodos son los índices en los que dichos nodos aparecen en la permutación.



Ahora verificaremos que esta es una permutación hermosa:

- $v_0 = r = 1$.
- f(1) = 0 ya que $C[v_1] = C[4] = 1$ aparece 0 veces en la secuencia [].
 - o Correspondientemente, el padre de v_1 es v_0 . Es decir, el padre del nodo 4 es el nodo 1. Formalmente, P[4]=1.
- f(2)=0 ya que $C[v_2]=C[5]=2$ aparece 0 veces en la secuencia [1].
 - \circ Correspondientemente, el padre de v_2 es v_0 . Es decir, el padre de v_2 es v_0 .
- f(3)=1 ya que $C[v_3]=C[12]=1$ aparece 1 vez en la secuencia [1,2].
 - \circ Correspondientemente, el padre de v_3 es v_1 . Es decir, el padre de 12 es 4.
- f(4)=1 ya que $C[v_4]=C[13]=2$ aparece 1 vez en la secuencia [1,2,1].
 - \circ Correspondientemente, el padre de v_4 es v_1 . Es decir, el padre de 13 es 4.
- f(5)=0 ya que $C[v_5]=C[6]=3$ aparece 0 veces en la secuencia [1,2,1,2].
 - \circ Correspondientemente, el padre de v_5 es v_0 . Es decir, el padre de 6 es 1.
- f(6) = 2 ya que $C[v_6] = C[14] = 2$ aparece 2 veces en la secuencia [1, 2, 1, 2, 3].
 - \circ Correspondientemente, el padre de v_6 es v_2 . Es decir, el padre de 14 es 5.

Como logramos encontrar una permutación hermosa de los nodos en T(1), el subárbol T(1) es un subárbol hermoso.

Tu tarea es ayudar a Árpád a decidir, para cada subárbol de Ős Vezér, si es hermoso.

Detalles de implementación

Debes implementar la siguiente función.

```
int[] beechtree(int N, int M, int[] P, int[] C)
```

• *N*: el número de nodos en el árbol.

- *M*: el número de posibles colores para las aristas.
- P, C: arreglos de longitud N que describen las aristas del árbol.
- Esta función debe devolver un arreglo b de longitud N. Para cada r tal que $0 \le r < N$, b[r] debería ser 1 si T(r) es hermoso, y 0 en caso contrario.
- Esta función es llamada exactamente una vez para cada caso de prueba.

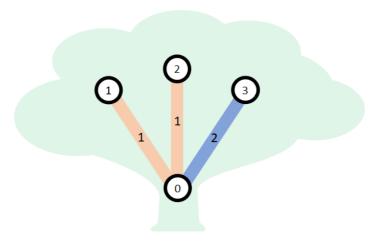
Ejemplos

Ejemplo 1

Considera la siguiente llamada:

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

El árbol se muestra en la siguiente figura:



T(1), T(2), y T(3) están formados por un único nodo cada uno, por lo que son hermosos. T(0) no es hermoso. Por lo tanto, la función debe retornar [0,1,1,1].

Ejemplo 2

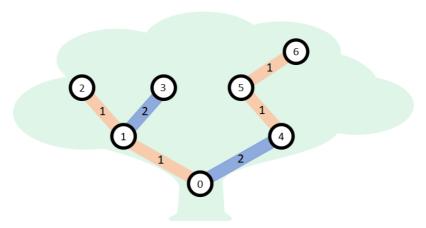
Considera la siguiente llamada:

```
beechtree(18, 3,
[-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
[0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

Este ejemplo se ilustra en la descripción del problema.

Ejemplo 3

Este ejemplo se ilustra en la siguiente figura.



T(0) es el único subárbol que no es hermoso. La función debe retornar [0,1,1,1,1,1].

Restricciones

- $3 \le N \le 200\,000$
- $2 \le M \le 200\,000$
- $0 \le P[i] < v$ (para cada i tal que $1 \le i < N$)
- $1 \le C[i] \le M$ (para cada i tal que $1 \le i < N$)
- P[0] = -1 y C[0] = 0

Subtareas

- 1. (9 puntos) $N \leq 8$ y $M \leq 500$
- 2. (5 puntos) La arista i conecta el nodo i con el nodo i-1. Es decir, para cada i tal que $1 \leq i < N$, P[i] = i-1.
- 3. (9 puntos) Cada nodo diferente del nodo 0 o está conectado al nodo 0, o está conectado a un nodo que está conectado al nodo 0. Es decir, para cada i tal que $1 \leq i < N$, o bien P[i] = 0 o P[P[i]] = 0.
- 4. (8 puntos) Para cada c tal que $1 \le c \le M$, hay como máximo dos aristas de color c.
- 5. (14 puntos) $N \leq 200$ y $M \leq 500$
- 6. (14 puntos) $N \leq 2\,000$ y M=2
- 7. (12 puntos) N < 2000
- 8. (17 puntos) M=2
- 9. (12 puntos) Sin restricciones adicionales.

Evaluador local

El evaluador local lee la entrada en el siguiente formato:

- línea 1: *N M*
- línea 2: P[0] P[1] \dots P[N-1]
- línea $3 \colon C[0] \ C[1] \ \dots \ C[N-1]$

Sean $b[0],\ b[1],\ \dots$ los elementos del arreglo devuelto por beecht ree. El evaluador local imprime tu respuesta en una única línea, en el siguiente formato:

• línea 1:b[0] b[1] . . .