Bukový les

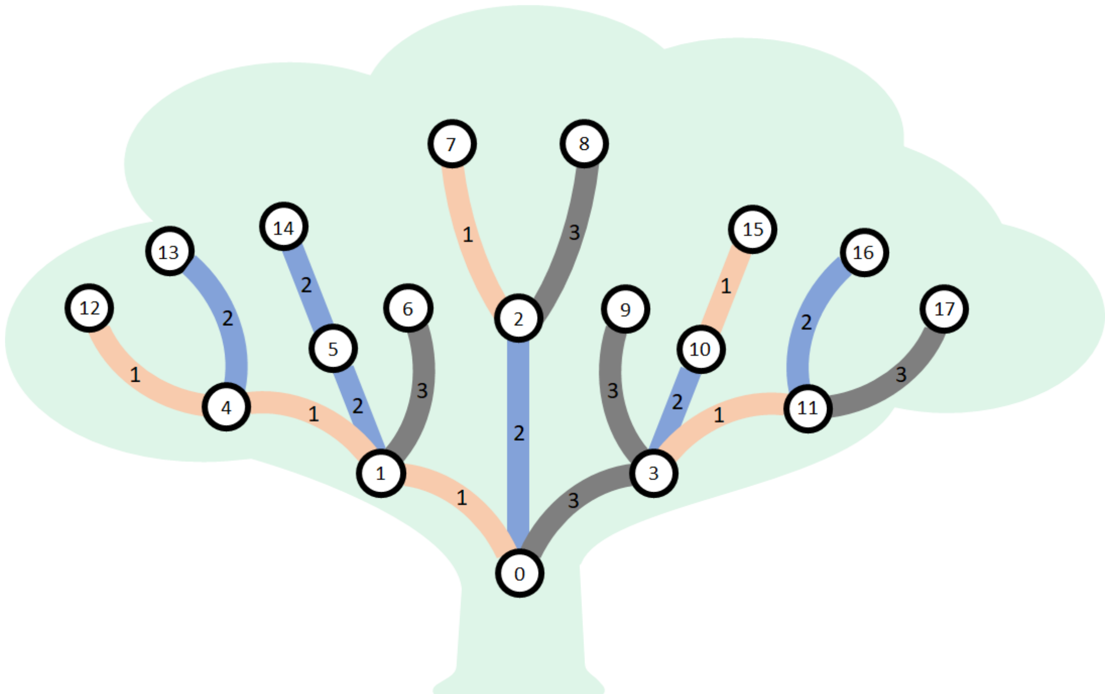
Bukový les Vétyem je známy les plný pestrofarebných stromov. Jeden z najstarších a najvyšších bukov sa nazýva Ős Vezér.

Strom Ős Vezér môžeme popísať ako množiny N **uzlov** a $N-1$ **vetiev**. Uzly sú očíslované od 0 do $N-1$ a vetvy od 1 do $N-1$. každá vetva spája dva rôzne uzly stromu. Presnejšie, vetva v ($1 \leq v < N$) spája uzol v s uzlom $P[v]$, kde $0 \leq P[v] < v$. Uzol $P[i]$ sa nazýva **rodič** uzla i a uzol i sa nazýva **potomkom** uzla $P[i]$.

Všetky vetvy sú ofarbené. K dispozícii je M možných farieb vetiev označených 1 až M. Farba vetvy v je $C[v]$. Rôzne vetvy môžu mať rovnakú farbu.

Upozorňujeme, že v prípade $v = 0$ uvedené definície nezodpovedajú žiadnej vetve stromu. Pre jednoduchosť zadefinujme $P[0] = -1$ a $C[0] = 0$.

Na príklade ukážeme strom s $N = 18$ uzlami, s $M = 3$ možnými farbami a so 17 vetvami zapísanými v poliach $P = [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11]$ a $C = [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3]$. Uvedený strom je zobrazený na obrázku:



Árpád je talentovaný lesník, ktorý rád študuje špecifické časti stromu nazývané **podstromy**. Pre každé r také, že $0 \leq r < N$, podstrom uzla r je množina $T(r)$ uzlov s nasledovnými vlastnosťami:

- uzol r patrí do podstromu $T(r)$
- vždy, keď nejaký uzol x patrí do podstromu $T(r)$, všetci jeho potomkovia tiež patria do podstromu $T(r)$
- žiadne ďalšie uzly do podstromu $T(r)$ nepatria

Veľkosť podstromu $T(r)$ budeme označovať $|T(r)|$.

Árpád nedávno objavil komplikované, ale zaujímavé vlastnosti podstromu. Jeho objavovanie zahŕňalo množstvo pozorovaní a značení si rôznych stromov perom na papier a odporúča vám rovnaký postup na pochopenie. Ponúka vám tiež niekoľko príkladov, ktoré môžete detailne preskúmať.

Predpokladajme, že máme fixné r a permutáciu $v_0, v_1, \ldots, v_{|T(r)|-1}$ uzlov podstromu $T(r)$.

Pre každé i také, že $1 \leq i < |T(r)|$, označme $f(i)$ počet výskytov farby $C[v_i]$ v nasledovnej postupnosti $i-1$ farieb: $C[v_1], C[v_2], \ldots, C[v_{i-1}]$.

(Je zrejmé, že $f(1)$ je vždy 0, keďže postupnosť farieb z definície je prázdna.)

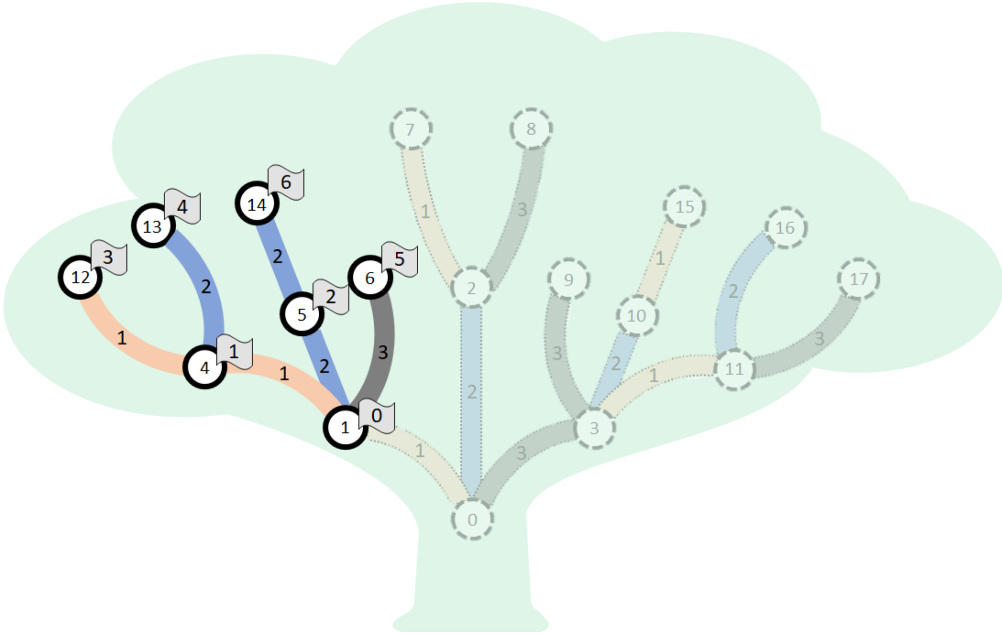
Permutácia $v_0, v_1, \ldots, v_{|T(r)|-1}$ sa nazýva **nádherná** práve vtedy, keď platia všetky nasledovné podmienky:

- $v_0 = r$
- Pre každé i také, že $1 \leq i < |T(r)|$ rodič uzla v_i je uzol $v_{f(i)}$.

Pre ľubovoľné r také, že $0 \leq r < N$ podstrom $T(r)$ je **nádherný podstrom** práve vtedy, keď existuje nádherná permutácia uzlov podstromu $T(r)$. Vzhľadom na definíciu, každý podstrom obsahujúci iba jeden uzol je nádherný.

Uvažujme príklad uvedený vyššie. Dá sa ukázať, že podstromy $T(0)$ a $T(3)$ tohto stromu nie sú nádherné. Podstrom $T(14)$ je nádherný, keďže pozostáva iba z jedného uzla. Nižšie ukážeme, že podstrom $T(1)$ je tiež nádherný.

Uvažujme postupnosť navzájom rôznych celých čísel $[v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6] = [1, 4, 5, 12, 13, 6, 14]$. Táto postupnosť je permutáciou uzlov podstromu $T(1)$. Túto permutáciu reprezentuje nasledujúci obrázok. Index každého uzla v tejto permutácii je zobrazený na "štítku" pri danom uzle.



Ukážeme, že postupnosť uvedená permutácia je nádherná:

- $v_0 = 1$.
- $f(1) = 0$ keďže $C[v_1] = C[4] = 1$ sa vyskytuje 0 krát v postupnosti $[]$.
  - A naozaj, rodičom uzla v_1 je uzol v_0, t.j. rodičom uzla 4 je uzol 1. (Formálne, $P[4] = 1$.)
- $f(2) = 0$ keďže $C[v_2] = C[5] = 2$ sa vyskytuje 0 krát v postupnosti $[1]$.
  - A naozaj, rodičom uzla v_2 je uzol v_0, t.j. rodičom uzla 5 je uzol 1.
- $f(3) = 1$ keďže $C[v_3] = C[12] = 1$ sa vyskytuje 1 krát v postupnosti $[1, 2]$.
  - A naozaj, rodičom uzla v_3 je uzol v_1, t.j. rodičom uzla 12 je uzol 4.
- $f(4) = 1$ keďže $C[v_4] = C[13] = 2$ sa vyskytuje 1 krát v postupnosti $[1, 2, 1]$.
  - A naozaj, rodičom uzla v_4 je uzol v_1, t.j. rodičom uzla 13 je uzol 4.
- $f(5) = 0$ keďže $C[v_5] = C[6] = 3$ sa vyskytuje 0 krát v postupnosti $[1, 2, 1, 2]$.
  - A naozaj, rodičom uzla v_5 je uzol v_0, t.j. rodičom uzla 6 je uzol 1.
- $f(6) = 2$ keďže $C[v_6] = C[14] = 2$ sa vyskytuje 2 krát v postupnosti $[1, 2, 1, 2, 3]$.
  - A naozaj, rodičom uzla v_6 je uzol v_2, t.j. rodičom uzla 14 je uzol 5.

Keďže sme našli nádhernú permutáciu uzlov podstromu $T(1)$, tak podstrom $T(1)$ je tiež nádherný.

Vašou úlohou je pomôcť Árpádovi pre každý podstrom zadaného stromu rozhodnúť, či je nádherný alebo nie.

Implementačné detaily

Vašou úlohou je implementovať nasledujúcu funkciu.

```
int[] beechtree(int N, int M, int[] P, int[] C)
```

- N: počet uzlov stromu
- M: počet dostupných farieb vetiev

- P, C: polia dĺžky N popisujúce vetvy stromu
- Táto funkcia má vrátiť pole b dĺžky N. Pre každé r také, že $0 \leq r < N$, $b[r]$ má byť hodnota 1, ak $T(r)$ je nádherný, ináč hodnota 0.
- Táto funkcia bude v každej testovacej sade volaná práve raz.

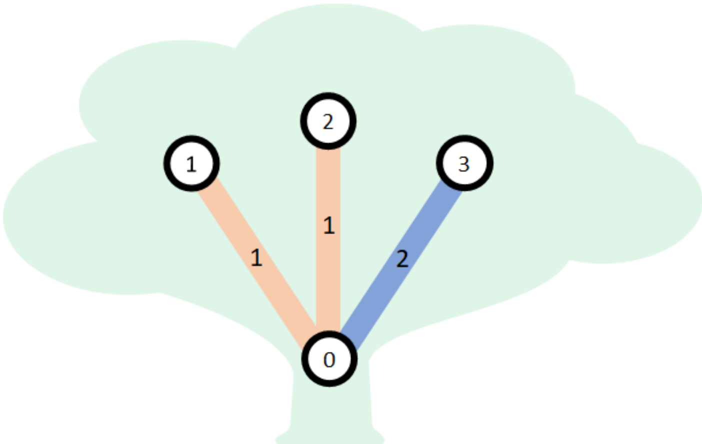
Príklady

Príklad 1

Uvažujme nasledovné volanie:

```
beechtree(4, 2, [-1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 2])
```

Uvedený strom je zobrazený na obrázku:



Podstromy $T(1)$, $T(2)$ a $T(3)$ pozostávajú z jedného uzla a teda sú nádherné. $T(0)$ nie je nádherný. Teda, správny výsledok funkcie je $[0, 1, 1, 1]$.

Príklad 2

Uvažujme nasledovné volanie:

```
beechtree(18, 3,
          [-1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 10, 11, 11],
          [0, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 3])
```

Tento príklad je zobrazený na prvom obrázku v zadaní.

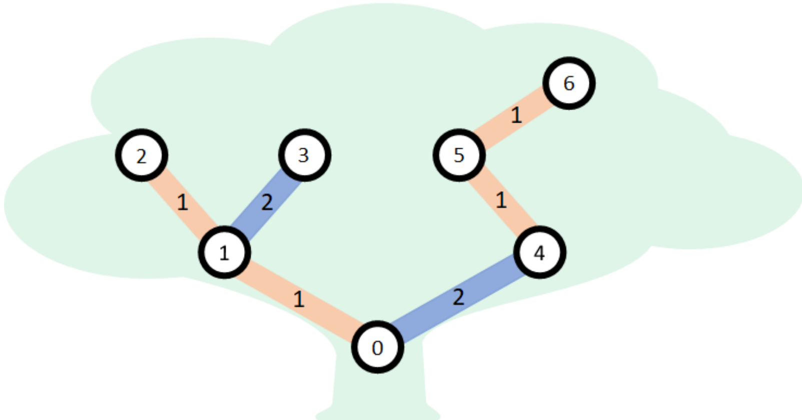
Správny výstup funkcie je $[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

Príklad 3

Uvažujme nasledujúce volanie:

```
beechtree(7, 2, [-1, 0, 1, 1, 0, 4, 5], [0, 1, 1, 2, 2, 1, 1])
```

Tento príklad popisuje obrázok.



$T(0)$ je jediný podstrom, ktorý nie je nádherný. Správny výstup funkcie teda je $[0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

Obmedzenia

- $3 \leq N \leq 200\,000$
- $2 \leq M \leq 200\,000$
- $0 \leq P[i] < i$ (pre každé i také, že $1 \leq i < N$)
- $1 \leq C[i] \leq M$ (pre každé i také, že $1 \leq i < N$)
- $P[0] = -1$ a $C[0] = 0$

Podúlohy

1. (09 bodov) $N \leq 8$ a $M \leq 500$
2. (05 bodov) Vetva i spája uzol i s uzlom $i-1$. Teda pre každé i také, že $1 \leq i < N$, platí $P[i] = i - 1$.
3. (09 bodov) Všetky uzly (okrem uzla 0) sú buď spojené s uzlom 0 alebo s uzlom, ktorý je spojený s uzlom 0. Teda pre každé i také, že $1 \leq i < N$ platí buď $P[i] = 0$ alebo $P[P[i]] = 0$.
4. (08 bodov) Pre každé c také, že $1 \leq c \leq M$ existujú najviac dve vetvy farby c.
5. (14 bodov) $N \leq 200$ a $M \leq 500$
6. (14 bodov) $N \leq 2\,000$ a $M = 2$
7. (12 bodov) $N \leq 2\,000$
8. (17 bodov) $M = 2$
9. (12 bodov) bez ďalších obmedzení

Ukážkový testovač

Ukážkový testovač číta vstup v nasledovnom formáte:

- riadok 1: $N \ M$

- riadok 2: $P[0]\ P[1]\ \ldots\ P[N-1]$
- riadok 3: $C[0]\ C[1]\ \ldots\ C[N-1]$

Nech $b[0],\ b[1],\ \ldots$ označujú prvky poľa vo výsledku volania funkcie `beechtree`. Ukážkový testovač vypíše jeden riadok v nasledovnom formáte:

- riadok 1: $b[0]\ b[1]\ \ldots$