# Ultrapassagem

Há uma via de mão única, com uma única faixa, do aeroporto de Budapeste para o Hotel Forrás. A via possui L quilômetros.

Durante o evento da IOI 2023, N+1 ônibus de transporte atravessam essa via. Os ônibus são numerados de 0 a N. O ônibus i ( $0 \le i < N$ ) está programado para sair do aeroporto no T[i]-ésimo segundo do evento, e pode percorrer 1 quilômetro em W[i] segundos. O ônibus N é um ônibus reserva que pode percorrer 1 quilômetro em X segundos. O tempo Y no qual ele vai sair do aeroporto ainda não foi decidido.

Realizar ultrapassagens não é permitido na via em geral, mas os ônibus podem ultrapassar uns aos outros nas **estações de ordenação**. Existem M (M>1) estações de ordenação, numeradas de 0 a M-1, em posições diferentes da via. A estação de ordenação j ( $0 \le j < M$ ) está localizada a S[j] quilômetros do aeroporto ao longo da via. As estações de ordenação estão ordenadas pela distância ao aeroporto, isto é, S[j] < S[j+1] para cada  $0 \le j \le M-2$ . A primeira estação de ordenação é o aeroporto e a última é o hotel, isto é, S[0] = 0 e S[M-1] = L.

Cada ônibus viaja em sua velocidade máxima a menos que seja bloqueado por um ônibus mais lento em sua frente na via, neste caso eles andam juntos e são forçados a viajarem na velocidade do ônibus mais lento, até alcançarem a próxima estação de ordenação. Lá, os ônibus mais rápidos vão ultrapassar os ônibus mais lentos.

Formalmente, para cada i e j tais que  $0 \le i \le N$  e  $0 \le j < M$ , o tempo  $t_{i,j}$  (em segundos) quando o ônibus i **chega** à estação j é definido da seguinte maneira. Seja  $t_{i,0} = T[i]$  para cada  $0 \le i < N$  e seja  $t_{N,0} = Y$ . Para cada j tal que 0 < j < M:

• Definimos o **tempo esperado de chegada** (em segundos) do ônibus i na estação j, denotado por  $e_{i,j}$ , como o tempo em que o ônibus i chegaria à estação j se viajasse sempre em sua velocidade máxima desde o momento em que chegou à estação j-1. Isto é:

$$egin{aligned} &\circ &e_{i,j}=t_{i,j-1}+W[i]\cdot(S[j]-S[j-1]) ext{ para todo } 0\leq i < N, ext{ e} \ &\circ &e_{N,j}=t_{N,j-1}+X\cdot(S[j]-S[j-1]). \end{aligned}$$

• O ônibus i chega à estação j no  $m\'{a}ximo$  entre os tempos esperados de chegada do ônibus i e de todos os outros ônibus que chegaram à estação j-1 antes do ônibus i. Formalmente, seja  $t_{i,j}$  o máximo entre  $e_{i,j}$  e todos os  $e_{k,j}$  para os quais  $0 \le k \le N$  e  $t_{k,j-1} < t_{i,j-1}$ .

Os organizadores das IOI querem agendar a saída do ônibus reserva (o ônibus N). Sua tarefa é responder a Q questões dos organizadores, cada uma no seguinte formato: dado o tempo Y (em

segundos) em que o ônibus reserva supostamente irá sair do aeroporto, em qual momento ele chegará ao hotel?

### Detalhes de Implementação

Sua tarefa é implementar os seguintes procedimentos.

```
void init(int L, int N, int64[] T, int[] W, int X, int M, int[] S)
```

- *L*: o comprimento da via.
- *N*: o número de ônibus que não são reserva.
- ullet T: um vetor de tamanho N descrevendo os tempos em que os ônibus que não são reserva estão programados para saírem do aeroporto.
- ullet W: um vetor de tamanho N descrevendo as velocidades máximas dos ônibus que não são reserva.
- X: o tempo que o ônibus reserva demora para percorrer 1 km.
- *M*: o número de estações de ordenação.
- S: um vetor de tamanho M descrevendo as distâncias das estações ao aeroporto.
- Este procedimento será chamado exatamente uma vez para cada caso de teste, antes de qualquer chamada a arrival\_time.

```
int64 arrival_time(int64 Y)
```

- Y: o tempo em que o ônibus reserva (ônibus N) supostamente irá sair do aeroporto.
- Este procedimento deve retornar o tempo no qual o ônibus reserva chegaria ao hotel.
- Este procedimento será chamado exatamente  ${\cal Q}$  vezes.

## **Exemplos**

Considere a seguinte sequência de chamadas:

```
init(6, 4, [20, 10, 40, 0], [5, 20, 20, 30], 10, 4, [0, 1, 3, 6])
```

Ignorando o  $\hat{o}$ nibus 4 (que ainda não possui saída programada), a seguinte tabela mostra os tempos esperados e os tempos reais de chegada para todos os  $\hat{o}$ nibus que não são reserva em cada uma das estações:

i	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180

Os tempos de chegada à estação 0 são os tempos em que os ônibus estão programados para saírem do aeroporto. Isto é  $t_{i,0}=T[i]$  para  $0\leq i\leq 3$ .

Os tempos esperados e reais de chegada à estação 1 são calculados da seguinte maneira:

- Os tempos esperados de chegada à estação 1:

  - Onibus 1:  $e_{1,1} = t_{1,0} + W[1] \cdot (S[1] S[0]) = 10 + 20 \cdot 1 = 30$ .
  - $\ \, \text{\^{O}} \text{ \^{n}ibus 2:} \, e_{2,1} = t_{2,0} + W[2] \cdot (S[1] S[0]) = 40 + 20 \cdot 1 = 60. \\$
  - $\circ$  Onibus 3:  $e_{3,1} = t_{3,0} + W[3] \cdot (S[1] S[0]) = 0 + 30 \cdot 1 = 30$ .
- Os tempos reais de chegada à estação 1:
  - o Os ônibus 1 e 3 chegam à estação 0 antes do ônibus 0, portanto  $t_{0,1}=\max([e_{0,1},e_{1,1},e_{3,1}])=30.$
  - $\circ$  O ônibus 3 chega à estação 0 antes do ônibus 1, portanto  $t_{1,1} = \max([e_{1,1},e_{3,1}]) = 30$ .
  - o Os ônibus 0, 1 e 3 chegam à estação 0 antes do ônibus 2, portanto  $t_{2,1}=\max([e_{0,1},e_{1,1},e_{2,1},e_{3,1}])=60.$
  - o Nenhum ônibus chega à estação 0 antes do ônibus 3, portanto  $t_{3,1}=\max([e_{3,1}])=30.$

O ônibus 4 leva 10 segundos para percorrer 1 km e agora está programado para sair no segundo 0. Neste caso, a tabela seguinte mostra os tempos de chegada de cada ônibus. A única alteração em relação aos tempos esperados e reais dos ônibus que não são reserva está sublinhada.

i	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	<u>60</u>
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	0	10	10	30	30	60	60

Vemos que o ônibus 4 chega ao hotel no segundo 60. Portanto, o procedimento deve retornar 60.

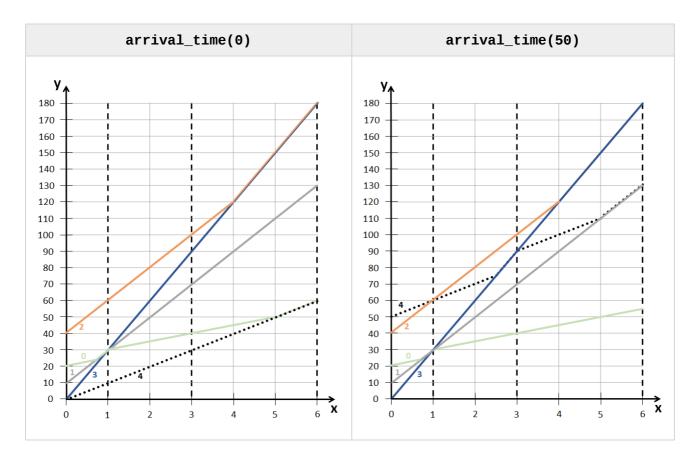
#### arrival\_time(50)

O ônibus 4 está agora programado para sair do aeroporto no segundo 50. Neste caso, não existem mudaças nos tempos de chegada dos ônibus que não são reserva quando comparados com a tabela inicial. Os tempos de chegada são mostrados na seguinte tabela.

i	$t_{i,0}$	$e_{i,1}$	$t_{i,1}$	$e_{i,2}$	$t_{i,2}$	$e_{i,3}$	$t_{i,3}$
0	20	25	30	40	40	55	55
1	10	30	30	70	70	130	130
2	40	60	60	100	100	160	180
3	0	30	30	90	90	180	180
4	50	60	60	80	90	120	130

O ônibus 4 ultrapassa o ônibus 2, que é mais lento, na estação 1 porque chegam ao mesmo tempo. A seguir, o ônibus 4 fica bloqueado pelo ônibus 3 entre as estações 1 e 2, fazendo com que o ônibus 4 chegue à estação 2 no segundo 90 em vez do segundo 80. Depois de deixar a estação 2, o ônibus 4 fica bloqueado pelo ônibus 1 até chegarem ao hotel. O ônibus 4 chega ao hotel no segundo 130. Por isso, o procedimento deve retornar 130.

Podemos fazer um gráfico do tempo em que cada ônibus chega a cada distância a partir do aeroporto. O eixo x representa a distância ao aeroporto (em quilômetros) e o eixo y representa o tempo (em segundos). As linhas tracejadas verticais marcam as posições das estações. As diferentes linhas contínuas (acompanhadas dos índices dos ônibus) representam os 4 ônibus que não são reserva. A linha pontilhada representa o ônibus reserva.



## Restrições

- $1 \le L \le 10^9$
- $1 \le N \le 1000$
- $0 \leq T[i] \leq 10^{18}$  (para todo i tal que  $0 \leq i < N$ )
- $1 \leq W[i] \leq 10^9$  (para todo i tal que  $0 \leq i < N$ )
- $1 \le X \le 10^9$
- $2 \le M \le 1000$
- $0 = S[0] < S[1] < \cdots < S[M-1] = L$
- $1 \le Q \le 10^6$
- $0 \le Y \le 10^{18}$

### **Subtarefas**

- 1. (9 pontos)  $N=1, Q \leq 1\,000$
- 2. (10 pontos)  $M = 2, Q \leq 1\,000$
- 3. (20 pontos)  $N, M, Q \leq 100$
- 4. (26 pontos)  $Q \leq 5\,000$
- 5. (35 pontos) Nenhuma restrição adicional

## **Corretor Exemplo**

O corretor exemplo lê a entrada no seguinte formato:

- $\bullet \quad \text{linha 1: } L\ N\ X\ M\ Q$
- linha 2: T[0] T[1] ... T[N-1]
- ullet linha  $3\colon W[0] \ W[1] \ \dots \ W[N-1]$
- ullet linha  $4{:}~S[0]~S[1]~\dots~S[M-1]$
- ullet linha 5+k ( $0 \le k < Q$ ): Y para a pergunta k

O corretor exemplo imprime suas respostas no seguinte formato:

• linha 1+k ( $0 \leq k < Q$ ): o valor retornado por arrival\_time na pergunta k