International Olympiad in Informatics 2015



26th July - 2nd August 2015 Almaty, Kazakhstan Day 2

horses

Language: el-GRC

Άλογα

Στο Βαρδή (Mansur) αρέσει να εκτρέφει άλογα όπως έκαναν οι αρχαίοι πρόγονοί του. Τώρα έχει το μεγαλύτερο κοπάδι στο Καζακστάν. Τα πράγματα δεν ήταν όμως πάντα έτσι. Πριν από N χρόνια, ο Βαρδής ήταν νέος και είχε μόνο ένα άλογο. Ονειρεύτηκε να κερδίσει πολλά λεφτά και να γίνει σπουδαίος.

Ας αριθμήσουμε τα έτη από το 0 μέχρι και το N-1 σε χρονολογική σειρά (δηλαδή, έτος N-1 είναι το πιο πρόσφατο). Οι καιρικές συνθήκες κάθε έτους επηρέαζαν την ανάπτυξη του κοπαδιού. Για κάθε έτος i, ο Βαρδής θυμάται ένα θετικό ακέραιο αριθμό που αντιστοιχεί σε έναν συντελεστή ανάπτυξης X[i]. Αν ξεκινούσατε το έτος i με i άλογα, θα τελειώνατε το έτος έχοντας i i άλογα στο κοπάδι σας.

Τα άλογα μπορούσαν να πουληθούν μόνο στο τέλος ενός έτους. Για κάθε έτος i ο Βαρδής θυμάται ένα θετικό ακέραιο αριθμό Y[i]: την τιμή στην οποία θα μπορούσε να πουλήσει ένα άλογο στο τέλος του έτους i. Μετά το τέλος κάθε έτους, μπορούσε να πουλήσει οσαδήποτε άλογα, το καθένα στην ίδια τιμή Y[i].

Ο Βαρδής αναρωτιέται ποιο είναι το μέγιστο ποσό χρημάτων που θα μπορούσε να είχε τώρα, αν επέλεγε τις καλύτερες χρονιές για να πουλήσει τα άλογα του μέσα σε αυτό το διάστημα των N ετών. Έχετε την τιμή να είστε καλεσμένοι του Βαρδή και σας ζητά να του λύσετε την απορία του.

Η μνήμη του Βαρδή βελτιώνεται κατά τη διάρκεια της βραδιάς και κάνει μια σειρά από M τροποποιήσεις. Κάθε τροποποίηση θα αλλάξει είτε μια από τις τιμές X[i] είτε μια από τις τιμές Y[i]. Μετά από κάθε τροποποίηση σας ρωτάει ξανά ποιο είναι το μέγιστο ποσό χρημάτων που θα μπορούσε να είχε. Οι τροποποιήσεις του Βαρδή είναι σωρευτικές: κάθε σας απάντηση θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη όλες τις προηγούμενες τροποποιήσεις. Σημειώστε ότι κάποια τιμή X[i] ή Y[i] μπορεί να τροποποιηθεί περισσότερες από μία φορές.

Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις του Βαρδή μπορεί να είναι τεράστιοι αριθμοί. Για να αποφύγετετε να δουλεύετε με μεγάλους αριθμούς, σας ζητείται να δίνετε την απάντηση σας modulo 10^9+7 .

Παράδειγμα

Υποθέστε ότι υπάρχουν N=3 έτη, με τις ακόλουθες πληροφορίες:

	0	1	2
Х	2	1	3
Y	3	4	1

Για αυτές τις αρχικές τιμές, ο Βαρδής θα κερδίσει το μέγιστο αν πουλήσει και τα 2 του άλογα στο τέλος του έτους 1. Η όλη διαδικασία έχει ως ακολούθως:

- Αρχικά ο Βαρδής έχει 1 άλογο.
- Μετά το έτος 0 θα έχει $1 \cdot X[0] = 2$ άλογα.
- Μετά το έτος 1 θα έχει $2 \cdot X[1] = 2$ άλογα.
- Μπορεί τώρα να πουλήσει αυτά τα 2 άλογα. Το συνολικό κέρδος θα είναι $2 \cdot Y[1] = 8$.

Υποθέστε τώρα ότι υπάρχει M=1 τροποποίηση: το Y[1] αλλάζει σε 2.

Μετά την τροποποίηση θα έχουμε:

	0	1	2
Χ	2	1	3
Y	3	2	1

Σε αυτή την περίπτωση, μία από τις βέλτιστες λύσεις είναι να πουλήσει ένα άλογο στο τέλος του έτους 0 και 3 άλογα στο τέλος του έτους 2. Η όλη διαδικασία έχει ως ακολούθως:

- Αρχικά ο Βαρδής έχει 1 άλογο.
- Μετά το έτος 0 θα έχει $1 \cdot X[0] = 2$ άλογα.
- Μπορεί να πουλήσει τώρα ένα από αυτά τα άλογα για Y[0] = 3, και θα του απομείνει ένα άλογο.
- Μετά το έτος 1 θα έχει $1 \cdot X[1] = 1$ άλογο.
- Μετά το έτος 2 θα έχει $1 \cdot X[2] = 3$ άλογα.
- Μπορεί να πουλήσει το καθένα από τα 3 άλογα για $\mathbf{3} \cdot \mathbf{Y}[\mathbf{2}] = \mathbf{3}$. Το συνολικό ποσό είναι $\mathbf{3} + \mathbf{3} = \mathbf{6}$.

Πρόβλημα

Σας δίνονται τα N, X, Y, και η λίστα με τις τροποποιήσεις. Πριν από την πρώτη τροποποίηση και μετά από κάθε τροποποίηση, πρέπει να υπολογίζετε το μέγιστο ποσό που θα μπορούσε να είχε ο Βαρδής πουλώντας τα άλογα του, modulo 10^9+7 . Πρέπει να υλοποιήσετε τις συναρτήσεις init, updateX και updateY.

- init (N, X, Y) Το πρόγραμμα βαθμολόγησης (grader) θα καλέσει αυτή συνάρτηση μόνο στην αρχή.
 - N: το πλήθος των ετών.
 - lacktriangle Χ: ένας πίνακας μεγέθους $m{N}$. Για $m{0} \leq i \leq m{N} m{1}$, $m{X}[i]$ δίνει το συντελεστή ανάπτυξης για το έτος i.
 - lacktriangle Υ: ένας πίνακας μεγέθους $m{N}$. Για $m{0} \leq i \leq m{N} m{1}$, $m{Y}[i]$ δίνει την τιμή πώλησης για ένα άλογο το έτος $m{i}$.
 - Σημειώστε ότι τόσο το Χ όσο και το Υ ορίζουν τις αρχικές τιμές που δόθηκαν από το Βαρδή (πριν από οποιαδήποτε τροποποίηση).

- Μετά τον τερματισμό της συνάρτησης init, οι πίνακες Χ και Υ παραμένουν σε χρήση και μπορείτε να τροποιήσετε το περιεχόμενο τους αν θέλετε.
- Η συνάρτηση επιστρέφει το μέγιστο ποσό που μπορεί να κερδίσει ο Βαρδής με βάση τις αρχικές τιμές των X και Y, modulo 10^9+7 .
- updateX(pos, val)
 - lacktriangle pos: ένας ακέραιος στο διάστημα $0,\ldots,N-1$.
 - val: η νέα τιμή του X[pos].
 - \blacksquare Η συνάρτηση επιστρέφει το μέγιστο ποσό που μπορεί να κερδίσει ο Βαρδής μετά από αυτή την τροποποίηση, modulo 10^9+7 .
- updateY(pos, val)
 - lacktriangle pos: ένας ακέραιος στο διάστημα $0,\ldots,N-1$.
 - \blacksquare val: η νέα τιμή του Y[pos].
 - \blacksquare Η συνάρτηση επιστρέφει το μέγιστο ποσό που μπορεί να κερδίσει ο Βαρδής μετά από αυτή την τροποποίηση, modulo 10^9+7 .

Μπορείτε να υποθέσετε ότι τόσο οι αρχικές τιμές όσο και οι τροποποιημένες τιμές των X[i] και Y[i] είναι μεταξύ 1 και 10^9 , συμπεριλαμβανομένων.

Μετά την κλήση της συνάρτησης init, o grader θα καλέσει τις συναρτήσεις updateX και updateY αρκετές φορές. Ο συνολικός αριθμός των κλήσεων των updateX και updateY θα είναι M.

Υποπροβλήματα (Subtasks)

υποπρόβλημα	βαθμοί	N	M	επιπλέον περιορισμοί
1	17	$1 \le N \le 10$	M=0	$X[i], Y[i] \le 10, \ X[0] \cdot X[1] \cdot \ldots \cdot X[N-1] \le 1,000$
2	17	$1 \le N \le 1,000$	$0 \le M \le 1,000$	κανείς
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \geq 2$ και $val \geq 2$ για την init και updateX αντίστοιχα
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	κανείς
5	23	$1 \le N \le 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	κανείς

Υπόδειγμα Βαθμολογητή (Sample grader)

Ο βαθμολογητής που σας δίνεται ως υπόδειγμα διαβάζει από το αρχείο horses.in με την εξής μορφή:

- γραμμή 1: N
- γραμμή 2: X[0] ... X[N 1]
- γραμμή 3: Y[0] ... Y[N 1]

- γραμμή 4: M
- Arr γραμμές 5, ..., M + 4: τρεις αριθμοί type pos val (type=1 για updateX και type=2 για updateY).

Το υπόδειγμα βαθμολογητή τυπώνει τιμή που επιστρέφει η συνάρτηση init, ακολουθούμενη από τις τιμές που επιστρέφουν όλες οι κλήσεις των συναρτήσεων updateX και updateY.