# El reto de los prisioneros

En una prisión hay 500 prisioneros. Un día, el guardia les ofrece la oportunidad de liberarlos. El guardia coloca dos bolsas con dinero, la bolsa A y la bolsa B, en una habitación. Cada bolsa contiene entre  $1 \ y \ N$  monedas, inclusive. El número de monedas en la bolsa A es **diferente** al número de monedas en la bolsa B. El guardia les presenta un reto a los prisioneros. El objetivo de los prisioneros es identificar la bolsa con menos monedas.

La habitación, además de las bolsas de monedas, también contiene una pizarra. Un solo número debe ser escrito en la pizarra en cada momento. Inicialmente, el número en la pizarra es 0.

Luego, el guardia pide a los prisioneros que entren en la habitación, uno por uno. El prisionero que entra a la habitación no sabe cuáles o cuántos otros prisioneros han entrado a la habitación antes que él. Cada vez que un prisionero entra a la habitación, leerán el número escrito actualmente en la pizarra. Después de leer el número, deben escoger entre la bolsa A o la bolsa B. Luego, el prisionero **inspecciona** la bolsa escogida, de este modo sabrá el número de monedas dentro de ella.

Después, el prisionero debe realizar una de las siguientes dos acciones:

- Escribir un nuevo número, entero no negativo, en la pizarra y dejar la habitación. Ten en cuenta que ellos pueden cambiar o mantener el número actual. El reto continua después de eso (a menos que todos los 500 prisioneros hayan entrado a la habitación).
- Identificar una bolsa como la que contiene menos cantidad de monedas. Esto termina el reto inmediatamente.

El guardia no le pedirá a un prisionero que haya salido de la habitación que entre en ella de nuevo.

Los prisioneros ganan el reto si uno de ellos identifica correctamente la bolsa con menos monedas. Pierden si cualquiera de ellos identifica la bolsa incorrectamente, o todos los 500 de ellos han entrado a la habitación y no intentaron identificar la bolsa con menos monedas.

Antes de que el reto comience, los prisioneros se reunen en el pasillo de la prisión y deciden una **estrategia** en común para el reto en tres pasos.

• Escogen un entero no negativo x, que será el numero más grande que podrán escribir en la pizarra.

- Deciden, para cada numero i escrito en la pizarra ( $0 \le i \le x$ ), cual bolsa debe ser inspeccionada por un prisionero que lea el número i en la pizarra al entrar a la habitación.
- Deciden la acción que un prisionero que esté en la habitación debe realizar luego de saber el número de monedas en la bolsa escogida. Específicamente, para cada número i escrito en la pizarra  $(0 \le i \le x)$  y cada número de monedas j vistas en la bolsa inspeccionada ( $1 \le j \le N$ ), deben decidir entre:
  - $\circ$  qué numero entre 0 y x (inclusive) debe ser escrito en la pizarra, o
  - o cuál bolsa debe ser identificada como la que tiene menos monedas.

Al ganar el reto, el guardia liberará a los prisioneros luego de servir por x días más.

Tu tarea es idear una estrategia para que los prisioneros se aseguren de ganar el reto (sin importar el número de monedas en la bolsa A y la bolsa B). El puntaje de tu solución depende del valor de x (ver la sección de Subtareas para más detalles).

## Detalles de implementación

Debes implementar la siguiente función:

```
int[][] devise_strategy(int N)
```

- N: el máximo número posible de monedas en cada bolsa.
- La función debe retornar un vector s de vectores de N+1 enteros, representando tu estrategia. El valor de x es la longitud del vector s menos uno. Para cada i tal que  $0 \le i \le x$ , el vector s[i] representa lo que el prisionero debe hacer si lee el número i en la pizarra al entrar a la habitación:
  - 1. El valor de s[i][0] es 0 si el prisionero debe inspeccionar la bolsa A, o 1 si el prisionero debe inspeccionar la bolsa B.
  - 2. Sea j el número de monedas vistas en la bolsa escogida. Entonces el prisionero debe realizar la siguiente acción:
    - Si el valor de s[i][j] es -1, el prisionero debe identificar la bolsa A como la que tiene menos monedas.
    - Si el valor de s[i][j] es -2, el prisionero debe identificar la bolsa B como la que tiene menos monedas.
    - ullet Si el valor de s[i][j] es un número no negativo, el prisionero debe escribir ese número en la pizarra. Ten en cuenta que s[i][j] debe ser a lo sumo x.
- Esta función es llamada exactamente una vez.

### **Ejemplo**

Considera la siguiente llamada:

#### devise\_strategy(3)

Sea v el número que el prisionero lee de la pizarra al entrar a la habitación. Una de las estrategias correctas es la siguiente:

- Si v=0 (incluyendo el número inicial), inspecciona la bolsa A.
  - Si contiene 1 moneda, identifica la bolsa A como la que tiene menos monedas.
  - Si contiene 3 monedas, identifica la bolsa B como la que tiene menos monedas.
  - $\circ$  Si contiene 2 monedas, escribe 1 en la pizarra (borrando el 0 escrito antes).
- Si v=1, inspecciona bolsa B.
  - o Si contiene 1 moneda, identifica la bolsa B como la que tiene menos monedas.
  - Si contiene 3 monedas, identifica la bolsa A como la que tiene menos monedas.
  - Si contiene 2 monedas, escribe 0 en la pizarra (borrando el 1 escrito antes). Ten en cuenta que este caso nunca puede pasar, ya que concluiríamos que ambas bolsas tienen 2 monedas, lo cual no está permitido.

Para reportar esta estrategia esta función debe retornar [[0, -1, 1, -2], [1, -2, 0, -1]]. La longitud del vector retornado es 2, entonces para este valor retornado el valor de x es 2-1=1

### Restricciones

• 2 < N < 5000

### **Subtareas**

- 1. (5 puntos)  $N \leq 500$ , el valor de x no debe ser más de 500.
- 2. (5 puntos) N < 500, el valor de x no debe ser más de 70.
- 3. (90 puntos) El valor de x no debe ser más de 60.

Si en cualquiera de los casos de prueba, el vector retornado por devise\_strategy no representa una estrategia correcta, el puntaje de tu solución será 0.

En la subtarea 3 puedes obtener un puntaje parcial. Sea m el máximo valor de x para los vectors retornados para todos los casos de prueba en esta subtarea. Tu puntaje para esta subtarea es calculada de acuerdo a la siguiente tabla:

Condición	Puntos
$40 \le m \le 60$	20
$26 \leq m \leq 39$	$25+1.5\times(40-m)$
m=25	50
m=24	55
m=23	62
m=22	70
m=21	80
$m \leq 20$	90

# Grader de ejemplo

El evaluador de ejemplo lee la entrada en el siguiente formato:

• línea 1:N

• línea 2 + k ( $0 \le k$ ): A[k] B[k]

• última línea: -1

Cada línea excepto la primera y la última representa un escenario. Nos referimos al escenario descrito en la línea 2+k como el escenario k. En el escenario k la bolsa A contiene A[k] monedas y la bolsa B contiene B[k] monedas.

El grader de ejemplo primero llama devise\_strategy(N). El valor de x es la longitud del vector retornado por la llamada menos uno. Por lo tanto, si el evaluador de ejemplo detecta que el vector retornado por devise\_strategy no se ajusta a las restricciones descritas en los Detalles de Implementación, imprime uno de los siguientes mensajes de error y termina:

- s is an empty array: s es un vector vacío (lo cual no representa una estrategia válida).
- s[i] contains incorrect length: Existe un índice i ( $0 \le i \le x$ ) tal que la longitud de s[i] no es N+1.
- First element of s[i] is non-binary: Existe un índice i ( $0 \le i \le x$ ) tal que s[i][0] no es 0 ni 1.
- s[i][j] contains incorrect value: Existen índices i,j ( $0 \le i \le x, 1 \le j \le N$ ) tal que s[i][j] no está entre -2 y x.

De otra forma, el grader de ejemplo produce dos salidas.

Primero, el evaluador de ejemplo imprime la salida de tu estrategia en el siguiente formato:

• línea 1 + k ( $0 \le k$ ): salida de tu estrategia para el escenario k. Si la aplicación de la estrategia conduce a un prisionero a identificar la bolsa A como la que tiene menos monedas, entonces

la salida es el caracter A. Si la aplicación de la estrategia conduce a un prisionero a identificar la bolsa B como la que tiene menos monedas, entonces la salida es el caracter B. Si la aplicación de la estrategia no conduce a ningún prisionero a identificar la bolsa con menos monedas, entonces la salida es el caracter X.

Además, el grader de ejemplo escribe un archivo log.txt en el directorio actual en el siguiente formato:

• Iínea 1+k ( $0 \leq k$ ): w[k][0] w[k][1]  $\dots$ 

La secuencia en la línea 1+k corresponde al escenario k y describe los números escritos en la pizarra. Específicamente, w[k][l] es el número escrito por el  $(l+1)^{th}$  prisionero en entrar a la habitación.