# 情報科学 I の第十四回講義課題

YI Ran - 21122200512
andreyi@outlook.jp

2026 年 1 月 10 日

**問 1**　ユークリッドの互除法によって、323 と 187 の最大公約数を求めよ

$\boxed{\text{解 答}}$

$$
\begin{aligned}
& 323 = 187 \times 1 + 136 \\
\implies & 187 = 136 \times 1 + 51 \\
\implies & 136 = 51 \times 2 + 34 \\
\implies & 51 = 34 \times 1 + 17 \\
\implies & 34 = 17 \times 2 + 0
\end{aligned}
$$

よって、323 と 187 の最大公約数は 17 である。

**問 2**　$\dfrac{77}{57}$ を連分数に展開せよ

$\boxed{\text{解 答}}$

$$
\begin{aligned}
& \frac{77}{57} = 1 + \frac{20}{57} \\
\implies & \frac{57}{20} = 2 + \frac{17}{20} \\
\implies & \frac{20}{17} = 1 + \frac{3}{17} \\
\implies & \frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3} \\
\implies & \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

したがって、$\dfrac{77}{57} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}}}$

**問 3**　$111x + 30y = 12$ を満たす整数 $x, y$ を 1 組求めよ

解答

$111, 30, 12$ はすべて 3 の倍数であるため、両辺を 3 で割ると、

$$37x + 10y = 4 \qquad \cdots (1)$$

となる。(1) 式によって、x、y を求める。
まず、$37x + 10y = 1$ を求めると、

$$\begin{aligned} 37 &= 10 \times 3 + 7 && \cdots (a) \\ \Longrightarrow\ 10 &= 7 \times 1 + 3 && \cdots (b) \\ \Longrightarrow\ 7 &= 3 \times 2 + 1 && \cdots (c) \end{aligned}$$

$(c)$ 式によって、$1 = 7 - 3 \times 2$ となり、$(b)$ 式によって、$3 = 10 - 7 \times 1$ となり、$(a)$ 式によって、$7 = 37 - 10 \times 3$ となる。次に、$(a)$ と $(b)$ を $(c)$ に代入すると、

$$\begin{aligned} 1 &= 7 - 2 \times (10 - 7 \times 1) && \cdots \text{(b) を代入} \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 10 \\ &= 3 \times (37 - 10 \times 3) - 2 \times 10 && \cdots \text{(a) を代入} \\ &= 3 \times 37 + 10 \times (-11) \end{aligned}$$

よって、$x = 3, y = -11$ である。
次に、(1) 式を用いて、式の両辺を 4 倍すると、$x = 3 \times 4 = 12, y = -11 \times 4 = -44$ である。
したがって、$111x + 30y = 12$ を満たす整数 $x, y$ の 1 組は、$x = 12, y = -44$ である。

**問 4**　$9409x + 9991y = 97$ を満たす整数 $x$ と整数 $y$ の関係を示せ

解答

まず、$9409x + 9991y = 97$ を満たす整数 $x, y$ を求める。
$9409, 9991, 97$ はすべて 97 の倍数 (***i.e.*** $\gcd(9409, 9991) = 1$) であるため、両辺を 97 で割ると、

$$97x + 103y = 1 \qquad \cdots (1)$$

となる。すなわち、(1) 式によって、x、y を求めればよい。
まず、$97x + 103y = 1$ を求めると、

$$\begin{aligned} 103 &= 97 \times 1 + 6 && \cdots (a) \\ \Longrightarrow\ 97 &= 6 \times 16 + 1 && \cdots (b) \end{aligned}$$

$(b)$ 式によって、$1 = 97 - 6 \times 16$ となり、$(a)$ 式によって、$6 = 103 - 97 \times 1$ となる。次に、$(a)$ を $(b)$ に代入すると、

$$\begin{aligned} 1 &= 97 - (103 - 97 \times 1) \times 16 \\ &= 17 \times 97 + 103 \times (-16) \end{aligned}$$

よって、$x = 17, y = -16$ である。
したがって、$9409x + 9991y = 97$ を満たす整数 $x, y$ の 1 組は、$x = 17, y = -16$ である。(1) に代入すると、

$$97 \times 17 + 103 \times (-16) = 1 \qquad \cdots (2)$$

となる。(1) − (2) すると、

$$97(x - 17) + 103(y + 16) = 0$$

となる。すなわち、$97(x - 17) = -103(y + 16)$ である。
ここで、$\gcd(97, 103) = 1$ であるため、$\dfrac{x - 17}{103} = \dfrac{-(y + 16)}{97}$ となる。
97 と 103 は互いに素であるより、
$9409x + 9991y = 97$ を満たす整数 $x, y$ は $\begin{cases} x - 17 = 103t \\ y + 16 = -97t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{Z}) \implies \begin{cases} x = 17 + 103t \\ y = -16 - 97t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{Z})$ と表せる。

## 問 5　法 17 における次の逆数を求めよ。(1) 2, (2) 3, (3) 4, (4) 5

解答

**(1)**　2 の逆数
$2b \equiv 1 \pmod{17}$ を満たす整数 $b$ を求める。ここで、$0 \leq b \leq 16$ である。
$2 \times 9 = 17 \times 1 + 1$ である。
したがって、2 の逆数は 9 である。

**(2)**　3 の逆数
$3b \equiv 1 \pmod{17}$ を満たす整数 $b$ を求める。ここで、$0 \leq b \leq 16$ である。
$3 \times 6 = 17 \times 1 + 1$ である。
したがって、3 の逆数は 6 である。

**(3)**　4 の逆数
$4b \equiv 1 \pmod{17}$ を満たす整数 $b$ を求める。ここで、$0 \leq b \leq 16$ である。
$4 \times 13 = 17 \times 3 + 1$ である。したがって、4 の逆数は 13 である。

**(4)** 5 の逆数

$5b \equiv 1 \pmod{17}$ を満たす整数 $b$ を求める。ここで、$0 \leq b \leq 16$ である。

$5 \times 7 = 17 \times 2 + 1$ である。

したがって、5 の逆数は 7 である。

## 問 6　次の合同方程式を満たす最小の正の整数 x を求めよ

**(1)** $7x \equiv 3 \pmod{5}$

**(2)** $5x \equiv 15 \pmod{13}$

**(3)** $17x \equiv 3 \pmod{29}$

**(4)** $x \equiv 1 \pmod{3}, x \equiv 3 \pmod{7}, x \equiv 5 \pmod{11}$（連立式）

解答

**(1)**　$7x \equiv 3 \pmod{5}$

$7 \equiv 2 \pmod{5}$ であるため、$2x \equiv 3 \pmod{5}$ となる。

$2 \times 4 = 5 \times 1 + 3$ である。

したがって、最小の正の整数 $x$ は 4 である。

**(2)**　$5x \equiv 15 \pmod{13}$

$15 \equiv 2 \pmod{13}$ であるため、$5x \equiv 2 \pmod{13}$ となる。

$5 \times 3 = 13 \times 1 + 2$ である。

したがって、最小の正の整数 $x$ は 3 である。

**(3)**　$17x \equiv 3 \pmod{29}$

29 は素数であり、$17 < 29$ かつ $\gcd(17, 29) = 1$ であるため、17 の逆数を求める。

$$
\begin{aligned}
& 29 = 17 \times 1 + 12 && \cdots (a) \\
\implies & 17 = 12 \times 1 + 5 && \cdots (b) \\
\implies & 12 = 5 \times 2 + 2 && \cdots (c) \\
\implies & 5 = 2 \times 2 + 1 && \cdots (d)
\end{aligned}
$$

$(d)$ 式によって、$1 = 5 - 2 \times 2$ となり、$(c)$ 式によって、$2 = 12 - 5 \times 2$ となり、$(b)$ 式によって、$5 = 17 - 12 \times 1$ となり、$(a)$ 式によって、$12 = 29 - 17 \times 1$ となる。

次に、$(a)$ と $(b)$ と $(a)$ を $(d)$ に代入すると、

$$
\begin{aligned}
1 &= 5 - 2 \times (12 - 5 \times 2) & \cdots (c) \text{ を代入} \\
&= 5 - 2 \times 12 + 5 \times 4 \\
&= 5 \times 5 - 2 \times 12 \\
&= 5 \times (17 - 12 \times 1) - 2 \times 12 & \cdots (b) \text{ を代入} \\
&= 5 \times 17 + 12 \times (-7) \\
&= 5 \times 17 + (29 - 17 \times 1) \times (-7) & \cdots (a) \text{ を代入} \\
&= 12 \times 17 + 29 \times (-7)
\end{aligned}
$$

よって、17 の逆数は 12 である。
次に、$17x \equiv 3 \pmod{29}$ に 17 の逆数 12 をかけると、$x \equiv 36 \pmod{29}$ となる。
$36 \equiv 7 \pmod{29}$ であるため、最小の正の整数 $x$ は 7 である。

**(4)** $x \equiv 1 \pmod 3, x \equiv 3 \pmod 7, x \equiv 5 \pmod{11}$
まず、$N = 3 \times 7 \times 11 = 231$ とする。
次に、$N_1 = \dfrac{N}{3} = 77, N_2 = \dfrac{N}{7} = 33, N_3 = \dfrac{N}{11} = 21$ とする。
次に、$N_1, N_2, N_3$ の逆数を求める。
$77 \times u_1 \equiv 1 \pmod 3 \rightarrow u_1 = 2$
$33 \times u_2 \equiv 1 \pmod 7 \rightarrow u_2 = 3$
$21 \times u_3 \equiv 1 \pmod{11} \rightarrow u_3 = 10$
したがって、$x$ は次のように表せる。

$$
x \equiv a_1 N_1 u_1 + a_2 N_2 u_2 + a_3 N_3 u_3 \pmod N
$$

ここで、$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5$ であるため、

$$
\begin{aligned}
x &\equiv 1 \times 77 \times 2 + 3 \times 33 \times 3 + 5 \times 21 \times 10 \pmod{231} \\
&\equiv 154 + 297 + 1050 \pmod{231} \\
&\equiv 1501 \pmod{231} \\
&\equiv 115 \pmod{231}
\end{aligned}
$$

よって、最小の正の整数 $x$ は 115 である。