情報科学 I の第十回講義課題

YI Ran - 21122200512
andreyi@outlook.jp

2025 年 12 月 10 日

1. 真理値表を用いて、次の等式の成立を示せ

以下では、真（True）を 1、偽（False）を 0 と表記する。

(1) $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$

p	q	$p \vee q$	$\neg(\mathbf{p} \vee \mathbf{q})$ **(左辺)**	$\neg p$	$\neg q$	$\neg\mathbf{p} \wedge \neg\mathbf{q}$ **(右辺)**
1	1	1	**0**	0	0	**0**
1	0	1	**0**	0	1	**0**
0	1	1	**0**	1	0	**0**
0	0	0	**1**	1	1	**1**

以上より、左辺と右辺の真理値がすべてのパターンで一致するため、等式は成立する。

(2) $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q})$ **(左辺)**	$\neg p$	$\neg q$	$\neg\mathbf{p} \vee \neg\mathbf{q}$ **(右辺)**
1	1	1	**0**	0	0	**0**
1	0	0	**1**	0	1	**1**
0	1	0	**1**	1	0	**1**
0	0	0	**1**	1	1	**1**

以上より、左辺と右辺の真理値がすべてのパターンで一致するため、等式は成立する。

(3) $\neg(p \Rightarrow q) = p \land \neg q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg(\mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{q})$ **(左辺)**	$\neg q$	$\mathbf{p} \land \neg\mathbf{q}$ **(右辺)**
1	1	1	**0**	0	**0**
1	0	0	**1**	1	**1**
0	1	1	**0**	0	**0**
0	0	1	**0**	1	**0**

ここで、 $\neg(p \Rightarrow q) = \neg(\neg p \lor q)$. よって、左辺と右辺の真理値がすべてのパターンで一致するため、等式は成立する。

(4) $p \lor (q \land r) = (p \lor q) \land (p \lor r)$ （分配律）

p	q	r	$q \land r$	$\mathbf{p} \lor (\mathbf{q} \land \mathbf{r})$ **(左)**	$p \lor q$	$p \lor r$	$(\mathbf{p} \lor \mathbf{q}) \land (\mathbf{p} \lor \mathbf{r})$ **(右)**
1	1	1	1	**1**	1	1	**1**
1	1	0	0	**1**	1	1	**1**
1	0	1	0	**1**	1	1	**1**
1	0	0	0	**1**	1	1	**1**
0	1	1	1	**1**	1	1	**1**
0	1	0	0	**0**	1	0	**0**
0	0	1	0	**0**	0	1	**0**
0	0	0	0	**0**	0	0	**0**

以上より、左辺と右辺の真理値がすべてのパターンで一致するため、等式は成立する。

2. 論理式の性質を用いて式変形によって等式を示せ

(1) $\neg(p \Rightarrow \neg q) = p \land q$

Proof. 含意除去 $A \Rightarrow B \equiv \neg A \lor B$ およびド・モルガンの法則を用いて証明する。

$$
\begin{aligned}
\text{左辺} &= \neg(p \Rightarrow \neg q) \\
&= \neg(\neg p \lor \neg q) \quad \text{(含意除去)} \\
&= \neg(\neg p) \land \neg(\neg q) \quad \text{(ド・モルガンの法則)} \\
&= p \land q \quad \text{(二重否定)} \\
&= \text{右辺}
\end{aligned}
$$

よって、等式は成立する。 ■

(2) $p \wedge \neg(\neg p \wedge q) = p$

Proof. ド・モルガンの法則および包含性を用いて証明する。

$$\begin{aligned} 左辺 &= p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \\ &= p \wedge (\neg(\neg p) \vee \neg q) \quad (ド・モルガンの法則) \\ &= p \wedge (p \vee \neg q) \quad (二重否定) \\ &= p \quad (包含性\ A \wedge (A \vee B) = A) \\ &= 右辺 \end{aligned}$$

よって、等式は成立する。 ■

3. 次の論理式を主乗法標準形にせよ

(1) $p \Rightarrow q \wedge r$

解答

$$\begin{aligned} p \Rightarrow q \wedge r &= \neg p \vee (q \wedge r) \\ &= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \quad (分配律) \end{aligned}$$

したがって、 $\neg p \vee (q \wedge r)$ となる

(2) $\neg(p \wedge (q \vee r))$

解答

$$\begin{aligned} \neg(p \wedge (q \vee r)) &= \neg p \vee \neg(q \vee r) \quad (ド・モルガンの法則) \\ &= \neg p \vee (\neg q \wedge \neg r) \quad (ド・モルガンの法則) \\ &= (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r) \quad (分配律) \end{aligned}$$

したがって、 $(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$ となる。