

陳旭銘さんへの質疑応答

Linc - 伊

問題 1

1. $(-x + 2y + 3z)(2x - 3y + 4z)(3x + 4y - 5z)$ を展開したとき、 xyz の係数は **ABC** である。

2. $\frac{479}{700}$ を小数で表したとき、小数第 2023 位の数字は **D** である。

3. 循環小数を次のように書き表すことにする。

例 $0.121212\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$ $0.345345345\cdots = 0.\dot{3}\dot{4}\dot{5}$

$a = 0.228$, $b = 0.335244$ のとき, $x = 2a - b$ を循環小数で表すと

$$x = 0.\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{F}}$$

である。ここで

$$100x = \mathbf{GH} + x$$

であることに注意すると、 x は既約分数として

$$x = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{JK}}$$

と表される。

解答

$$(1) \quad (-x)(-3y)(-5z) + (-x)(4z)(4y) + (2y)(2x)(-5z) + (2y)(4z)(3x) \\ + (3z)(2x)(4y) + (3z)(-3y)(3x) = -\textcolor{red}{30}xyz$$

(2) $\frac{479}{700} = 0.6842857\dot{1}$ であって、小数第 3 位から循環であり、 $(2023 - 2) \div 6 = 336 \cdots 5$ である。すなわち、小数第 2023 位は 5 番目の数字であるから、答えは $\textcolor{red}{7}$ である。

(3) $a = 0.228$ より、 $2a = 0.456$ である。また、 $b = 0.\dot{3}3524\dot{4}$ であるから、 $2a - b$ を循環小数で表すと、 $x = 2a - b = 0.\dot{1}\textcolor{red}{2}$ である。ここで、 $100x = 12.121212 \cdots$ であるので、 $100x = \textcolor{red}{12} + x$ より、 $99x = 12$ より、 $x = \frac{12}{99} = \frac{\textcolor{red}{4}}{\textcolor{red}{33}}$ である。

問題 2

x についての 2 次不等式

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 2ax - 3a^2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。

1. 不等式 ① の解は $\boxed{\text{L}} < x < \boxed{\text{M}}$ である。
2. 次の文中の $\boxed{\text{O}} \sim \boxed{\text{Q}}$ には、下の選択肢 ①～⑨の中から適するものを選びなさい。また、 $\boxed{\text{N}}$ には、適する数を入れなさい。
不等式 ② の解は

$$a > \boxed{\text{N}} \text{ のとき } \boxed{\text{O}}$$

$$a = \boxed{\text{N}} \text{ のとき } \boxed{\text{P}}$$

$$a < \boxed{\text{N}} \text{ のとき } \boxed{\text{Q}}$$

である。

$$\textcircled{0} \quad a < x < -3a$$

$$\textcircled{5} \quad -3 < x < a^2$$

$$\textcircled{1} \quad -a < x < 3a$$

$$\textcircled{6} \quad -3a < x < -a$$

$$\textcircled{2} \quad -2a < x < 3a$$

$$\textcircled{7} \quad 3a < x < a$$

$$\textcircled{3} \quad 1 < x < 3a^2$$

$$\textcircled{8} \quad \text{すべての実数}$$

$$\textcircled{4} \quad 3a < x < -a$$

$$\textcircled{9} \quad \text{解はなし}$$

解答

(1) $x^2 - 3x + 2 < 0$ より、 $(x-1)(x-2) < 0$ となる。したがって、不等式①の解は $1 < x < 2$ である。

(2) $x^2 - 2ax - 3a^2 < 0$ より $(x-3a)(x+a) < 0$ となるが、 a の値によって場合分けを考える必要がある。まず、 $(x-3a)(x+a) = 0$ を解くと、その2つの解は $3a, -a$ である。したがって、不等式②の解は

$$\begin{cases} a > 0 \text{ のとき} & -a < x < 3a \text{ ①} \\ a = 0 \text{ のとき} & x^2 < 0 \text{ 解はなし ⑨} \\ a < 0 \text{ のとき} & 3a < x < -a \text{ ④} \end{cases}$$