2025年10月

羚課文科数学月考

I

問 1　$P = 12a^2 + 14ab - 21bc - 18ca$ とする。

(1)　P を因数分解すると

$$P = \left(\boxed{\text{A}}a + \boxed{\text{B}}b\right)\left(\boxed{\text{C}}a - \boxed{\text{D}}c\right)$$

である。

(2)　$6a = \sqrt{6},\ 14b = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6},\ 18c = \sqrt{12} - \sqrt{8}$ とすると

$$P = \frac{\boxed{\text{E}} + \boxed{\text{F}}\sqrt{\boxed{\text{G}}}}{\boxed{\text{H}}}$$

- 計算欄 (memo) -

問 2　2 次関数 $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ を考える。

(1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は $\left(\boxed{\text{I}}, \boxed{\text{J}}\right)$ である。

(2) 放物線 $y = f(x)$ を x 軸方向に k, y 軸方向に -4 だけ平行移動して得られる放物線を $y = g(x)$ とすると

$$g(x) = -\left(x - \boxed{\text{K}} - k\right)^2 + \boxed{\text{L}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

II

問 1　2 つの袋 A、B がある。A の袋には白カードが 4 個，赤カードが 1 個入っており，B の袋には白カードが 2 個，赤カードが 3 個入っている。はじめに A の袋から同時に 2 個のカードを取り出し，続いて，B の袋から同時に 2 個のカードを取り出す。

(1)　A から 2 個の白カードを取り出し，B からは白カードと赤カードをそれぞれ 1 個ずつ取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{A}}}{\boxed{\text{BC}}}$

(2)　取り出した 4 個のカードの中に，3 個の白カードと 1 個の赤カードが入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{D}}}{\boxed{\text{E}}}$ である。

(3)　取り出した 4 個のカードがすべて同じ色である確率は $\dfrac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{GH}}}$ である。

(4)　取り出した 4 個のカードの中に含まれる白カードが 2 個以下である確率は $\dfrac{\boxed{\text{IJ}}}{\boxed{\text{KL}}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

III

2 つの整数 $a = 588, b = 1260$ を考える。

1. a, b を素因数分解すると

$$a = 2^{\boxed{\text{A}}} \cdot 3 \cdot \boxed{\text{B}}^{\boxed{\text{C}}}, \quad b = 2^{\boxed{\text{D}}} \cdot 3^{\boxed{\text{E}}} \cdot \boxed{\text{F}} \cdot \boxed{\text{G}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{F}} < \boxed{\text{G}}$ とする。よって, a, b の最大公約数は $\boxed{\text{HI}}$ である。

2. 次の条件 (i), (ii) を満たす正の整数 c を考える。
   (i) a, b, c の最大公約数は, a, b の最大公約数に等しい。
   (ii) a, b, c の最小公倍数は, a, b の最小公倍数の 2 倍である。
   条件 (i), (ii) を満たすような c は全部で $\boxed{\text{J}}$ 個ある。そのような中で最小のものは $\boxed{\text{KLM}}$ である。

3. 整数 a, b に対して, 方程式

$$ax - by = \boxed{\text{KLM}} \quad \cdots (1)$$

の整数解 x, y を求めよう。方程式 (1) の整数解 x, y を求めるためには, 方程式

$$\boxed{\text{N}}x - \boxed{\text{OP}}y = \boxed{\text{Q}} \quad \cdots (2)$$

の整数解 x, y を求めればよい。方程式 (2) を満たすような正の整数 x, y で, y が最も小さいものを求めると

$$x = \boxed{\text{RS}}, \quad y = \boxed{\text{T}}$$

である。したがって, 方程式 (1) の整数解は

$$x = \boxed{\text{UV}} + \boxed{\text{WX}}k, \quad y = \boxed{\text{Y}} + \boxed{\text{Z}}k$$

である。ただし, k は整数である。

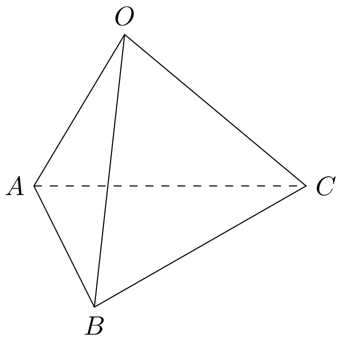
- 計算欄 (memo) -

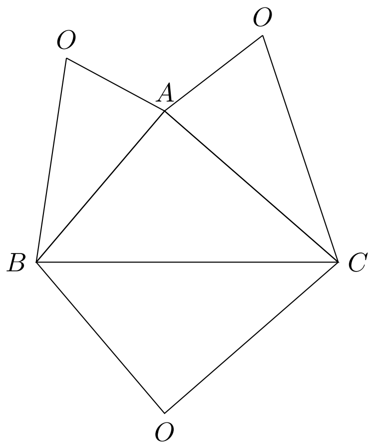
$\boxed{\text{IV}}$

下の右図は，四面体 $OABC$ の展開図である．四面体 $OABC$ において

$$BC = 10, \quad AC = 8, \quad \sin\angle ACB = \frac{3}{4}$$
$$OA = 3, \quad \triangle ABC \equiv \triangle OBC$$

が成り立つとする．





1. 三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{AB}}$ である。

2. 点 A から辺 BC におろした垂線を AH とすると，AH の長さは $\boxed{\text{C}}$ である。

3. 平面 ABC と平面 OBC のなす角を θ とすると

$$\cos\theta = \frac{\boxed{\text{D}}}{\boxed{\text{E}}}, \qquad \sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{FG}}}}{\boxed{\text{H}}}$$

である。

4. 四面体 $OABC$ の体積は $\dfrac{\boxed{\text{IJ}}\sqrt{\boxed{\text{KL}}}}{\boxed{\text{M}}}$ である。

- 計算欄 (memo) -