

## Билет №1

- ☐. Опр. (гамма распределения). Доказательство, что это действительно распределение.
- ☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).
- ☐. Следствие (об идеальной зависимости). Доказательство.
- ☐. Примеры базовых копул.
- ☐. Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.
- ☐. Теорема Слуцкого. Доказательство.

## Билет №2

- ☐. Опр. (функции распределения). Примеры.
- ☐. Опр. (гауссовской копулы).
- ☐. Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).
- ☐. Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).
- ☐. Теорема (о квантилях и линейном преобразовании случайных величин, обобщенная обратная функция). Доказательство.
- ☐. Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

## Билет №3

- ☐. Опр. (копулы).
- ☐. Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).
- ☐. Свойство математического ожидания для независимых случайных величин. Доказательство.
- ☐. Теорема (неравенство Йенсена). Доказательство.
- ☐. Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).
- ☐. Теорема (формула обращения). Доказательство.

## Билет №4

- ☐. Опр. ( $k$ -ого момента,  $k$ -ого центрального момента). Формулы для вычисления у дискретного и а.н.р.
- ☐. Опр. (квантили для непрерывной функции распределения).
- ☐. Теорема (свертка для дискретных). Доказательство.
- ☐. Лемма (о единственности предела для математического ожидания от простых). Доказательство.
- ☐. Теорема (о правой границе неравенства Frechet-Hoeffding). Доказательство.

⬢ Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).

### Билет №5

⬢ Опр. (сходимости по вероятности).

⬢ Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.

⬢ Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.

⬢ Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

⬢ Теорема (о правой границе неравенства Frechet-Hoeffding). Доказательство.

### Билет №6

⬢ Опр. (сходимости почти наверное).

⬢ Опр. (распределения случайной величины). Примеры распределений, как вероятностных мер.

⬢ Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.

⬢ Теорема (формула Бернулли). Доказательство.

⬢ Теорема (о квантильном преобразовании). Доказательство.

⬢ Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

### Билет №7

⬢ Опр. (распределения Парето). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения.

⬢ Аксиомы геометрической вероятностной модели. Примеры.

⬢ Теорема (о плотности и линейном преобразовании случайных величин). Доказательство.

⬢ Следствие (об идеальной зависимости). Доказательство.

⬢ Теорема (оценка точности в теореме Пуассона). Доказательство.

⬢ Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

### Билет №8

⬢ Опр. (геометрического распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Свойство нестарения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

⬢ Свойства функций распределения (без док-ва).

⬢ Лемма (о приближении случайной величины простыми). Доказательство.

⬢ Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).

•• Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

•• Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).

### Билет №9

•• Лемма (вычисление УМО для а.н.р.) (без док-ва).

•• Опр. (случайной величины).

•• Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.

•• Свойства математического ожидания для простых случайных величин с доказательством.

•• Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

•• Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

### Билет №10

•• Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)

•• Опр. (вероятностной меры).

•• Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.

•• Примеры вычисления характеристических функций (вырожденное, Пуассона, нормальное).

•• Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).

•• Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.