

## Билет №1

- ☐. Опр. (совместного распределения и совместной функции распределения).
  - ☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
  - ☐. Теорема (критерий сходимости по распределению) (без док-ва).
  - ☐☐ Примеры вычисления характеристических функций (вырожденное, Пуассона, нормальное).
  - ☐☐ Следствие об устойчивости по суммированию. Доказательство.
  - ☐☐ Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.
- 3 Задача 26

## Билет №2

- ☐. Теорема (неравенство Берри-Эссеена) (без док-ва).
  - ☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
  - ☐. Теорема Слущкого (без док-ва).
  - ☐☐ Следствие из неравенства Маркова о распределении неотрицательной с.в. с нулевым МО. Доказательство.
  - ☐☐ Свойство математического ожидания для независимых случайных величин. Доказательство.
  - ☐☐ Теорема (о правой границе неравенства Frechet-Hoeffding). Доказательство.
- 3 Задача 11

## Билет №3

- ☐. Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).
  - ☐. Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.
  - ☐. Аксиомы дискретной вероятности. Примеры.
  - ☐☐ Следствие из неравенства Маркова о распределении неотрицательной с.в. с нулевым МО. Доказательство.
  - ☐☐ Теорема (формула Байеса). Доказательство.
  - ☐☐ Теорема (оценка точности в теореме Пуассона). Доказательство.
- 3 Задача 15

## Билет №4

- ☐. Опр. (сходимости по вероятности).
  - ☐. Опр. (пространства элементарных исходов), примеры пространств элементарных исходов и событий.
  - ☐. Лемма (вычисление УМО для дискретных). (без док-ва).
  - ☐☐ Следствие (из ЦПТ).
  - ☐☐ Свойства сигма-алгебр с доказательствами (пустое мно-во, конечное объединение, счетное пересечение).  
Формула двойственности.
  - ☐☐ Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.
- 3 Задача 4

## Билет №5

- ☐. Опр. (случайной величины).
- ☐. Опр. (распределения случайной величины). Примеры распределений, как вероятностных мер.
- ☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).
- ☐. Лемма (вычисление УМО для дискретных). Доказательство.
- ☐. Теорема (формула Байеса). Доказательство.
- ☐. Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).

3 Задача 16

## Билет №6

- ☐. Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.
- ☐. Теорема (обобщенное неравенство Чебышёва) (без док-ва).
- ☐. Опр. (независимых случайных величин).
- ☐. Свойство математического ожидания для независимых случайных величин. Доказательство.
- ☐. Теорема (формула Байеса). Доказательство.
- ☐. Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

3 Задача 19

## Билет №7

- ☐. Опр. (распределения Коши). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения.
- ☐. Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.
- ☐. Опр. (вырожденного распределения). Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- ☐. Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).
- ☐. Теорема (свертка для дискретных). Доказательство.
- ☐. Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).

3 Задача 23

## Билет №8

- ☐. Опр. (математического ожидания для простой случайной величины).
  - ☐. Опр. (функции распределения). Примеры.
  - ☐. Опр. (гауссовской копулы).
  - ☐. Лемма (о коэффициентах экстремальной зависимости в непрерывном случае). Доказательство.
  - ☐. Пример (Бернштейна).
  - ☐. Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.
- 3 Задача 16

## Билет №9

- ☐. Опр. (вероятностного пространства). Примеры.
  - ☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
  - ☐. Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).
  - ☐. Теорема Лебега. Доказательство.
  - ☐. Лемма (о приближении случайной величины простыми). Доказательство.
  - ☐. Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).
- 3 Задача 29

## Билет №10

- ☐. Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
  - ☐. Опр. (характеристической функции).
  - ☐. Опр. (условного математического ожидания).
  - ☐. Теорема (номер первого успешного испытания в схеме Бернулли). Доказательство.
  - ☐. Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины ).
  - ☐. Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).
- 3 Задача 19

## Билет №11

- ☐. Опр. (коэффициентов экстремальной зависимости).
  - ☐. Опр. (многомерного абсолютно непрерывного распределения).
  - ☐. Теорема (с.к.с. vs p vs п.н.). Доказательство.
  - ☐. Нахождение маргинальных плотностей по многомерной плотности.
  - ☐. Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.
- 3 Задача 1

## Билет №12

☐. Опр. (распределения Парето). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения.

☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).

☐. Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).

☐. Теорема (неравенство Маркова). Доказательство.

☐. Теорема (неравенство Йенсена). Доказательство.

☐. Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.

3 Задача 24

## Билет №13

☐. Опр. (пространства элементарных исходов), примеры пространств элементарных исходов и событий.

☐. Опр. (смеси распределений). Пример задания смеси двойной рандомизацией.

☐. Опр. (простой случайной величины).

☐. Теорема (формула Байеса). Доказательство.

☐. Теорема (о плотности). Доказательство.

☐. Теорема (полиномиальная схема). Доказательство.

3 Задача 17

## Билет №14

☐. Опр. (сходимости по вероятности).

☐. Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).

☐. Опр. (вероятностной меры).

☐. Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.

☐. Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).

☐. Теорема (по вероятности vs слабая). Доказательство.

3 Задача 30

## Билет №15

☐. Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).

☐. Теорема о непрерывном соответствии (без док-ва).

☐. Опр. (смешанного распределения). Примеры.

☐. Теорема (неравенство Коши-Буняковского). Доказательство.

☐. Лемма (о приближении случайной величины простыми). Доказательство.

☐. Теорема (о квантильном преобразовании). Доказательство.

3 Задача 26

## Билет №16

- ☐. Опр. (гауссовской копулы).
- ☐. Опр. ( $k$ -ого момента,  $k$ -ого центрального момента). Формулы для вычисления у дискретного и а.н.р.
- ☐. Опр. (Схемы Бернулли). Примеры экспериментов со схемой Бернулли.
- ☐. Теорема (неравенство Маркова). Доказательство.
- ☐. Свойства многомерного математического ожидания (линейность, произведение независимых матриц). Доказательство.
- ☐. Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.

3 Задача 25

## Билет №17

- ☐. Свойства коэффициента корреляции (без док-ва).
- ☐. Теорема о непрерывном соответствии (без док-ва).
- ☐. Опр. (распределения Коши). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения.
- ☐. Контрпример не нормального вектора с нормальными одномерными компонентами. Доказательство.
- ☐. Примеры вычисления дисперсии (Бернулли, биномиального и нормального).
- ☐. Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).

3 Задача 30

## Билет №18

- ☐. Лемма (вычисление УМО для дискретных). (без док-ва).
- ☐. Теорема (критерий сходимости математических ожиданий) (без док-ва).
- ☐. Опр. (сигма – алгебры). Примеры сигма-алгебр.
- ☐. Свойства сигма-алгебр с доказательствами (пустое мно-во, конечное объединение, счетное пересечение). Формула двойственности.
- ☐. Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).
- ☐. Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

3 Задача 2

## Билет №19

- ▣. Опр. (многомерного равномерного распределения).
- ▣. Опр. (распределения Парето). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения.
- ▣. Следствие об устойчивости по суммированию (без док-ва).
- ▣. Нахождение маргинальных плотностей по многомерной плотности.
- ▣. Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).
- ▣. Теорема (Бореля-Кантелли). Доказательство.

3 Задача 4

## Билет №20

- ▣. Опр. (сходимости по вероятности).
- ▣. Теорема о существовании УМО (без док-ва).
- ▣. Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.
- ▣. Замечание (о неумлучшаемости неравенства Берри-Эссена).
- ▣. Следствие об устойчивости по суммированию. Доказательство.
- ▣. Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

3 Задача 10

## Билет №21

- ▣. Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора) (без док-ва).
- ▣. Теорема (неравенство Йенсена) (без док-ва).
- ▣. Опр. (операций над событиями, несовместных событий).
- ▣. Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).
- ▣. Примеры вычисления характеристических функций (вырожденное, Пуассона, нормальное).
- ▣. Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

3 Задача 16