

Билет №1

- Теорема (критерий сходимости по распределению) (без док-ва).
- Теорема (о линейном преобразование для нормального вектора) (без док-ва).
- Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).
- Опр. (квантили в общей случае).
- Опр. (характеристической функции).
- Нахождение маргинальных плотностей по многомерной плотности.
- Теорема (формула Байеса). Доказательство.
- Свойства ковариации с доказательством.
- Теорема Слуцкого. Доказательство.
- Свойства УМО с доказательством (УМО по более бедной сигма алгебре, вынос измеримой с.в.).

Билет №2

- Опр. (дискретного многомерного распределения). Свойства. Примеры.
- Опр. (сходимости почти наверное).
- Замечание (о вычисление математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
- Аксиомы геометрической вероятностной модели. Примеры.
- Замечание (о вычисление математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
- Лемма (сходимость при непрерывных преобразованиях). Доказательство.
- Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.
- Замечание (почему так важна формула обращения для характеристических функций?).
- Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.
- Теорема (о линейном преобразование для нормального вектора). Доказательство.

Билет №3

- Опр. (гауссовской копулы).
- Свойства функций распределения (без док-ва).
- Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).
- Опр. (дискретного распределения). Примеры.
- Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора) (без док-ва).
- Свойства матрицы ковариации (при линейном преобразование, для суммы независимых случайных векторов). Доказательство.

•• Свойства ковариации с доказательством.

•• Свойства функций распределения с доказательствами.

•• Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).

•• Свойства коэффициента корреляции с доказательством.

Билет №4

• Опр. (пространства элементарных исходов), примеры пространств элементарных исходов и событий.

• Опр. (биномиального распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

• Опр. (сигма – алгебры). Примеры сигма-алгебр.

• Опр. (геометрического распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Свойство нестарения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

• Замечание (о вычислении математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

•• Замечание (о неумлучшаемости неравенства Берри-Эссеена).

•• Теорема (формула Бернулли). Доказательство.

•• Теорема (формула Бернулли). Доказательство.

•• Теорема (о линейном преобразовании для нормального вектора). Доказательство.

•• Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

Билет №5

• Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).

• Теорема (об эквивалентных определениях независимости) (без док-ва).

• Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).

• Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).

• Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.

•• Лемма (о коэффициентах экстремальной зависимости в непрерывном случае). Доказательство.

•• Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Доказательство.

•• Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Доказательство.

•• Свойства коэффициента корреляции с доказательством.

•• Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

Билет №6

- Теорема о существовании УМО (без док-ва).
- Опр. (равномерного распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.
- Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).
- Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.
- Замечание (почему так важна формула обращения для характеристических функций?).
- Замечание (о неулучшаемости неравенства Берри-Эссеена).
- Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.
- Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.
- Свойства коэффициента корреляции с доказательством.

Билет №7

- Опр. (совместного распределения и совместной функции распределения).
- Опр. (смешанного распределения). Примеры.
- Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).
- Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).
- Опр. (сходимости по вероятности).
- Лемма (сходимость и арифметические операции). Доказательство.
- Свойство математического ожидания для независимых случайных величин. Доказательство.
- Свойства совместной функции распределения. Доказательство.
- Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).
- Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.

Билет №8

- Опр. (сходимости в среднеквадратическом).
- Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).
- Теорема (об эквивалентных определениях независимости) (без док-ва).
- Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- Свойство математического ожидания для независимых случайных величин (без док-ва).

•• Следствие (из ЦПТ).

•• Примеры вероятностных пространств и функций, которые являются или не являются случайными величинами с доказательством.

•• Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Доказательство.

•• Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

•• Теорема (о правой границе неравенства Frechet-Hoeffding). Доказательство.

Билет №9

•• Опр. (событий, независимых в совокупности).

•• Опр. (вырожденного распределения). Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

•• Теорема (п.н. vs по вероятности) (без док-ва).

•• Замечание (о вычисление математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

•• Замечание (о вычисление математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

•• Примеры базовых копул.

•• Свойства совместной функции распределения. Доказательство.

•• Теорема Лебега. Доказательство.

•• Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).

•• Свойства УМО с доказательством (УМО по более бедной сигма алгебре, вынос измеримой с.в.).

Билет №10

•• Свойства ковариации (без док-ва).

•• Опр. (простой случайной величины).

•• Теорема (неравенство Йенсена) (без док-ва).

•• Опр. (распределения Парето). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения.

•• Опр. (ковариации двух случайных величин).

•• Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.

•• Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.

•• Теорема (номер первого успешного испытания в схеме Бернулли). Доказательство.

☐☐ Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

☐☐ Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

Билет №11

☐☐ Свойства ковариации (без док-ва).

☐☐ Опр. (математического ожидания для случайного вектора и случайной матрицы).

☐☐ Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)

☐☐ Опр. (дисперсии, стандартного отклонения).

☐☐ Опр. (сходимости по вероятности).

☐☐ Следствие (об идеальной зависимости). Доказательство.

☐☐ Теорема (неравенство Маркова). Доказательство.

☐☐ Пример (задача о разорении для двух игроков при помощи ФПВ).

☐☐ Теорема (формула обращения). Доказательство.

☐☐ Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.

Билет №12

☐☐ Опр. (сходимости по вероятности).

☐☐ Опр. (дискретного распределения). Примеры.

☐☐ Опр. (коэффициентов экстремальной зависимости).

☐☐ Опр. (условной вероятности). Свойство (о перемножении вероятностей).

☐☐ Опр. (ковариации двух случайных величин).

☐☐ Теорема (о плотности и линейном преобразование случайных величин). Доказательство.

☐☐ Пример (Бернштейна).

☐☐ Свойство математического ожидания для независимых случайных величин. Доказательство.

☐☐ Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.

☐☐ Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.

Билет №13

☐☐ Опр. (геометрического распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Свойство нестарения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

☐☐ Лемма (вычисление УМО для а.н.р.) (без док-ва).

- Следствие об устойчивости по суммированию (без док-ва).
- Аксиомы геометрической вероятностной модели. Примеры.
- Опр. (совместного распределения и совместной функции распределения).
- Лемма (сходимость и арифметические операции). Доказательство.
- Следствие (об идеальной зависимости). Доказательство.
- Лемма (вычисление УМО для дискретных). Доказательство.
- Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.
- Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

Билет №14

- Замечание (о вычислении математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).
- Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).
- Опр. (равномерной интегрируемости).
- Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.
- Опр. (геометрического распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Свойство нестарения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).
- Следствие (об идеальной зависимости). Доказательство.
- Пример (парадокс Бертрана).
- Теорема (о правой границе неравенства Frechet-Hoeffding). Доказательство.
- Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

Билет №15

- Опр. (сходимости по вероятности).
- Аксиомы дискретной вероятности. Примеры.
- Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).
- Опр. (показательного распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Свойство нестарения. Вычисление функции распределения.
- Опр. (борелевской сигма-алгебра).
- Теорема (обобщенное неравенство Чебышёва). Доказательство.

•• Примеры вероятностных пространств и функций, которые являются или не являются случайными величинами с доказательством.

•• Теорема (о существовании математического ожидания меньших порядков). Доказательство.

•• Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

•• Теорема (о квантилях и линейном преобразовании случайных величин, обобщенная обратная функция). Доказательство.

Билет №16

•• Свойство математического ожидания для независимых случайных величин (без док-ва).

•• Следствие об устойчивости по суммированию (без док-ва).

•• Опр. (совместного распределения и совместной функции распределения).

•• Опр. (ковариации двух случайных величин).

•• Свойства функций распределения (без док-ва).

•• Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.

•• Пример (парадокс Бертрана).

•• Теорема (Шкляра). Доказательство в непрерывном случае.

•• Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.

•• Теорема (Бореля-Кантелли). Доказательство.

Билет №17

•• Опр. (равномерной интегрируемости).

•• Опр. (сингулярного распределения). Примеры.

•• Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).

•• Свойства характеристических функций (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле) (без док-ва).

•• Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.

•• Лемма (вычисление УМО для дискретных). Доказательство.

•• Теорема (о плотности). Доказательство.

•• Следствие (из ЦПТ).

•• Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

•• Теорема (о квантильном преобразовании). Доказательство.

Билет №18

- Опр. (событий, независимых в совокупности).
- Опр. (дискретного распределения). Примеры.
- Опр. (многомерного абсолютно непрерывного распределения).
- Опр. (вероятностной меры).
- Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).
- Теорема (Шкляра). Доказательство в непрерывном случае.
- Замечание (почему так важна формула обращения для характеристических функций?).
- Замечание (почему так важна формула обращения для характеристических функций?).
- Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.
- Теорема (оценка точности в теореме Пуассона). Доказательство.

Билет №19

- Опр. (гауссовской копулы).
- Опр. (квантили для непрерывной функции распределения).
- Опр. (нормального (гауссовского) распределения). Свойство линейных преобразований с доказательством.
- Опр. (квантили в общей случае).
- Опр. (дискретного многомерного распределения). Свойства. Примеры.
- Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.
- Лемма (о приближение случайной величины простыми). Доказательство.
- Следствие из неравенства Маркова о распределение неотрицательной с.в. с нулевым МО. Доказательство.
- Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.
- Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.

Билет №20

- Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- Опр. (математического ожидания для простой случайной величины).
- Опр. (математического ожидания).
- Опр. (сходимости почти наверное).
- Лемма (вычисление УМО для дискретных). (без док-ва).
- Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).

- ◻◻ Лемма (сходимость и арифметические операции). Доказательство.
- ◻◻ Пример сингулярного распределения (лестница Кантора).
- ◻◻ Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.
- ◻◻ Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

Билет №21

- ◻◻ Опр. (борелевской сигма-алгебра).
- ◻◻ Опр. (математического ожидания для простой случайной величины).
- ◻◻ Опр. (распределения Пуассона). Доказательство, что это действительно распределение.
- ◻◻ Опр. (борелевской сигма-алгебра).
- ◻◻ Свойства ковариации (без док-ва).
- ◻◻ Теорема (закон больших чисел Хинчина). Доказательство.
- ◻◻ Лемма (сходимость при непрерывных преобразованиях). Доказательство.
- ◻◻ Теорема (неравенство Маркова). Доказательство.
- ◻◻ Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.
- ◻◻ Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

Билет №22

- ◻◻ Замечание (о вычислении математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).
- ◻◻ Опр. (дискретного распределения). Примеры.
- ◻◻ Опр. (биномиального распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- ◻◻ Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).
- ◻◻ Теорема (неравенство Йенсена) (без док-ва).
- ◻◻ Примеры вероятностных пространств и функций, которые являются или не являются случайными величинами с доказательством.
- ◻◻ Основные свойства математического ожидания с доказательством (Однородность, монотонность, нер-во треугольника, аддитивность).
- ◻◻ Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).
- ◻◻ Теорема (полиномиальная схема). Доказательство.
- ◻◻ Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.

Билет №23

☐. Аксиомы классической вероятностной модели. Примеры случайных экспериментов, которые одновременно могут быть описаны классической и неклассической вероятностной схемой.

☐. Опр. (смешанного распределения). Примеры.

☐. Опр. (случайной величины).

☐. Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).

☐. Опр. (многомерного абсолютно непрерывного распределения).

☐. Свойства сигма-алгебр с доказательствами (пустое мно-во, конечное объединение, счетное пересечение).
Формула двойственности.

☐. Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Доказательство.

☐. Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.

☐. Теорема (о квантильном преобразовании). Доказательство.

☐. Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.

Билет №24

☐. Замечание (о вычислении математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

☐. Опр. (слабой сходимости).

☐. Опр. (дискретного многомерного распределения). Свойства. Примеры.

☐. Свойство математического ожидания для независимых случайных величин (без док-ва).

☐. Теорема о существовании УМО (без док-ва).

☐. Теорема (неравенство Маркова). Доказательство.

☐. Теорема (о плотности). Доказательство.

☐. Лемма (о коэффициентах экстремальной зависимости в непрерывном случае). Доказательство.

☐. Теорема (по вероятности vs слабая). Доказательство.

☐. Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.