

Билет №1

- ☐. Опр. (коэффициента корреляции Кендалла).
- ☐. Опр. (логнормального распределения). Вычисление плотности.
- ☐. Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- ☐. Теорема (о линейном преобразование для нормального вектора) (без док-ва).
- ☐. Теорема (с.к.с. vs p vs п.н.) (без док-ва).
- ☐☐ Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.
- ☐☐ Примеры вероятностных пространств и функций, которые являются или не являются случайными величинами с доказательством.
- ☐☐ Свойства математического ожидания для простых случайных величин с доказательством.
- ☐☐ Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).
- ☐☐ Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для $\Phi_{0,1}$, правило трех сигм).

Билет №2

- ☐. Опр. (равномерного распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- ☐. Опр. (коэффициента корреляции Кендалла).
- ☐. Опр. (дискретного распределения). Примеры.
- ☐. Опр. (гамма распределения). Доказательство, что это действительно распределение.
- ☐. Опр. (равномерного распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Вычисление функции распределения. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- ☐☐ Свойства сигма-алгебр с доказательствами (пустое мно-во, конечное объединение, счетное пересечение). Формула двойственности.
- ☐☐ Теорема (закон больших чисел Хинчина). Доказательство.
- ☐☐ Теорема (с.к.с. vs p vs п.н.). Доказательство.
- ☐☐ Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).
- ☐☐ Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.

Билет №3

- ☐. Опр. (квантили в общей случае).
- ☐. Опр. (операций над событиями, несовместных событий).

- Опр. (независимых случайных величин).
- Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).
- Опр. (двух независимых событий).
- Свойства вероятностной меры с доказательствами (вероятность пустого мн-ва, дизъюнктного объединения, дополнения, объединения двух мн-в, монотонность).
- Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.
- Лемма (о коэффициентах экстремальной зависимости в непрерывном случае). Доказательство.
- Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.
- Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.

Билет №4

- Опр. (логнормального распределения). Вычисление плотности.
- Теорема о непрерывном соответствии (без док-ва).
- Опр. (операций над событиями, несовместных событий).
- Теорема (неравенство Йенсена) (без док-ва).
- Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
- Пример (задача о разорении для двух игроков при помощи ФПВ).
- Теорема (с.к.с. vs p vs п.н.). Доказательство.
- Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.
- Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для $\Phi_{0,1}$, правило трех сигм).
- Теорема (о квантилях и линейном преобразовании случайных величин, обобщенная обратная функция). Доказательство.

Билет №5

- Опр. (борелевской сигма-алгебра).
- Опр. (операций над событиями, несовместных событий).
- Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).
- Теорема (неравенство Йенсена) (без док-ва).
- Лемма (критерий сходимости п.н.). Доказательство.
- Основные свойства математического ожидания с доказательством (Однородность, монотонность, нер-во треугольника, аддитивность).
- Теорема (неравенство Йенсена). Доказательство.

☐☐ Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

☐☐ Свойства УМО с доказательством (УМО по более бедной сигма алгебре, вынос измеримой с.в.).

Билет №6

☐☐ Следствие (о независимости и ортогональном преобразование нормального вектора) (без док-ва).

☐☐ Опр. (дискретного распределения). Примеры.

☐☐ Опр. (дискретного распределения). Примеры.

☐☐ Теорема (неравенство Йенсена) (без док-ва).

☐☐ Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).

☐☐ Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.

☐☐ Следствие из неравенства Маркова о распределение неотрицательной с.в. с нулевым МО. Доказательство.

☐☐ Теорема (закон больших чисел Хинчина). Доказательство.

☐☐ Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

☐☐ Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

Билет №7

☐☐ Опр. (операций над событиями, несовместных событий).

☐☐ Теорема (критерий сходимости математических ожиданий) (без док-ва).

☐☐ Опр. (функции распределения). Примеры.

☐☐ Опр. (биномиального распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

☐☐ Опр. (квантили в общей случае).

☐☐ Теорема (с.к.с. vs p vs п.н.). Доказательство.

☐☐ Теорема (закон больших чисел Хинчина). Доказательство.

☐☐ Свойство математического ожидания для независимых случайных величин. Доказательство.

☐☐ Теорема (по вероятности vs слабая). Доказательство.

☐☐ Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.

Билет №8

☐☐ Опр. (многомерного равномерного распределения).

☐☐ Опр. (коэффициента корреляции Спирмена).

- Следствие (о независимости и ортогональном преобразовании нормального вектора) (без док-ва).
- Опр. (многомерного абсолютно непрерывного распределения).
- Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- Теорема (формула Бернулли). Доказательство.
- Замечание (о неумлучшаемости неравенства Берри-Эссеена).
- Свойства ковариации с доказательством.
- Теорема (полиномиальная схема). Доказательство.
- Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

Билет №9

- Свойство математического ожидания для независимых случайных величин (без док-ва).
- Опр. (полной группы событий).
- Опр. (смеси распределений). Пример задания смеси двойной рандомизацией.
- Опр. (сигма – алгебры). Примеры сигма-алгебр.
- Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
- Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.
- Свойства ковариации с доказательством.
- Свойства многомерного математического ожидания (линейность, произведение независимых матриц). Доказательство.
- Теорема (оценка точности в теореме Пуассона). Доказательство.
- Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.

Билет №10

- Опр. (распределения случайной величины). Примеры распределений, как вероятностных мер.
- Аксиомы геометрической вероятностной модели. Примеры.
- Опр. (квантили для непрерывной функции распределения).
- Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).
- Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р).
- Свойства независимых событий с доказательством (несовместность, условная вероятность, теоретико-множественные операции).
- Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.
- Свойства ковариации с доказательством.

•• Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

•• Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.

Билет №11

•• Опр. (Схемы Бернулли). Примеры экспериментов со схемой Бернулли.

•• Теорема (об эквивалентных определениях независимости) (без док-ва).

•• Опр. (копулы).

•• Опр. (событий, независимых в совокупности).

•• Опр. (случайного вектора).

•• Лемма (вычисление УМО для а.н.р.). Доказательство.

•• Теорема (о существовании математического ожидания меньших порядков). Доказательство.

•• Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.

•• Теорема (формула обращения). Доказательство.

•• Теорема (о квантилях и линейном преобразовании случайных величин, обобщенная обратная функция). Доказательство.

Билет №12

•• Опр. (сходимости в среднеквадратическом).

•• Теорема о непрерывном соответствии (без док-ва).

•• Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).

•• Опр. (условной вероятности). Свойство (о перемножении вероятностей).

•• Опр. (коэффициента корреляции Спирмена).

•• Примеры базовых копул.

•• Теорема (неравенство Коши-Буняковского). Доказательство.

•• Лемма (сходимость и арифметические операции). Доказательство.

•• Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

•• Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.

Билет №13

•• Опр. (многомерного абсолютно непрерывного распределения).

•• Теорема (неравенство Берри-Эссена) (без док-ва).

•• Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).

- ☐. Свойства ковариации (без док-ва).
- ☐. Опр. (коэффициента корреляции).
- ☐. Лемма (о единственности предела для математического ожидания от простых). Доказательство.
- ☐. Теорема (о существовании математического ожидания меньших порядков). Доказательство.
- ☐. Пример (парадокс Бертрана).
- ☐. Теорема Слущкого. Доказательство.
- ☐. Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

Билет №14

- ☐. Опр. (ковариации двух случайных величин).
- ☐. Опр. (вырожденного распределения). Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- ☐. Опр. (характеристической функции).
- ☐. Теорема (по вероятности vs слабая) (без док-ва).
- ☐. Опр. (многомерного абсолютно непрерывного распределения).
- ☐. Свойства математического ожидания для простых случайных величин с доказательством.
- ☐. Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.
- ☐. Лемма (вычисление УМО для а.н.р.). Доказательство.
- ☐. Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.
- ☐. Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.

Билет №15

- ☐. Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).
- ☐. Аксиомы дискретной вероятности. Примеры.
- ☐. Следствие об устойчивости по суммированию (без док-ва).
- ☐. Опр. (смеси распределений). Пример задания смеси двойной рандомизацией.
- ☐. Опр. (операций над событиями, несовместных событий).
- ☐. Свойства дисперсии с доказательством (дисперсия суммы независимых с.в., оптимизационная задача).
- ☐. Теорема (свертка для дискретных). Доказательство.
- ☐. Пример (парадокс Бертрана).
- ☐. Теорема (о линейном преобразовании для нормального вектора). Доказательство.

☐☐ Свойства УМО с доказательством (УМО по более бедной сигма алгебре, вынос измеримой с.в.).

Билет №16

☐ Теорема (об эквивалентных определениях независимости) (без док-ва).

☐ Замечание (о вычисление математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

☐ Замечание (о вычисление и существование х.ф.).

☐ Теорема о существование УМО (без док-ва).

☐ Опр. (распределения Бернулли). Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

☐☐ Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.

☐☐ Следствие из неравенства Маркова о распределение неотрицательной с.в. с нулевым МО. Доказательство.

☐☐ Нахождение маргинальных плотностей по многомерной плотности.

☐☐ Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.

☐☐ Теорема (о линейном преобразование для нормального вектора). Доказательство.

Билет №17

☐ Теорема (закон больших чисел Хинчина) (без док-ва).

☐ Замечание (о вычисление математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

☐ Замечание (о вычисление математического ожидания для дискретных, для а.н.р).

☐ Опр. (нормального (гауссовского) распределения). Свойство линейных преобразований с доказательством.

☐ Опр. (пространства элементарных исходов), примеры пространств элементарных исходов и событий.

☐☐ Теорема (неравенство Йенсена). Доказательство.

☐☐ Примеры вычисления дисперсии (Бернулли, биномиального и нормального).

☐☐ Свойства УМО с доказательством (УМО константы, УМО от измеримой с.в., монотонность, линейность, неравенство треугольника, аналог формулы полной вероятности).

☐☐ Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

☐☐ Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

Билет №18

☐ Опр. (Схемы Бернулли). Примеры экспериментов со схемой Бернулли.

☐ Замечание (о вычисление математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).

- Опр. (коэффициента корреляции).
- Опр. (слабой сходимости).
- Опр. (борелевской сигма-алгебра).
- Теорема (неравенство Коши-Буняковского). Доказательство.
- Теорема (неравенство Йенсена). Доказательство.
- Лемма (о единственности предела для математического ожидания от простых). Доказательство.
- Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.
- Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).

Билет №19

- Опр. (дискретного распределения). Примеры.
- Опр. (дискретного распределения). Примеры.
- Теорема (закон больших чисел Колмогорова) (без док-ва).
- Опр. (дискретного многомерного распределения). Свойства. Примеры.
- Опр. (сходимости по вероятности).
- Примеры вычисления математического ожидания (Бернулли, биномиальное (двумя способами), нормальное).
- Следствие из неравенства Маркова о распределение неотрицательной с.в. с нулевым МО. Доказательство.
- Лемма (о коэффициентах экстремальной зависимости в непрерывном случае). Доказательство.
- Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.
- Теорема (закон больших чисел Колмогорова). Доказательство достаточности при 4-ом моменте.

Билет №20

- Опр. (сходимости по вероятности).
- Опр. (математического ожидания для простой случайной величины).
- Опр. (простой случайной величины).
- Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.
- Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).
- Лемма (критерий сходимости п.н.). Доказательство.
- Теорема (номер первого успешного испытания в схеме Бернулли). Доказательство.

•• Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.

•• Теорема (о линейном преобразовании для нормального вектора). Доказательство.

Билет №21

•. Теорема (об эквивалентных определениях независимости) (без док-ва).

•. Следствие (о независимости и ортогональном преобразовании нормального вектора) (без док-ва).

•. Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.

•. Опр. (ковариации двух случайных величин).

•. Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.

•• Теорема (формула Бернулли). Доказательство.

•• Свойства дисперсии с доказательством (альтернативный способ вычисления, критерий вырожденности, линейные преобр. одной случайной величины).

•• Лемма (критерий сходимости п.н.). Доказательство.

•• Теорема (о линейном преобразовании для нормального вектора). Доказательство.

•• Свойства коэффициента корреляции с доказательством.

Билет №22

•. Теорема (центральная предельная теорема) (без док-ва).

•. Теорема о существовании УМО (без док-ва).

•. Опр. (условной вероятности). Свойство (о перемножении вероятностей).

•. Опр. (математического ожидания для простой случайной величины по событию).

•. Опр. (операций над событиями, несовместных событий).

•• Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.

•• Свойства совместной функции распределения. Доказательство.

•• Свойства математического ожидания для простых случайных величин с доказательством.

•• Теорема (формула обращения). Доказательство.

•• Теорема (о линейном преобразовании для нормального вектора). Доказательство.

Билет №23

•. Опр. (дискретного многомерного распределения). Свойства. Примеры.

•. Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.

•. Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р.).

- Опр. (логнормального распределения). Вычисление плотности.
- Опр. (коэффициента корреляции Спирмена).
- Пример (Бернштейна).
- Замечание (почему так важна формула обращения для характеристических функций?).
- Примеры базовых копул.
- Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.
- Теорема (формула обращения). Доказательство.

Билет №24

- Опр. (квантили для непрерывной функции распределения).
- Опр. (сходимости в среднеквадратическом).
- Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- Опр. (независимых случайных величин).
- Опр. (вырожденного распределения). Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.
- Примеры вероятностных пространств и функций, которые являются или не являются случайными величинами с доказательством.
- Следствие (об идеальной зависимости). Доказательство.
- Замечание (почему так важна формула обращения для характеристических функций?).
- Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.
- Свойства коэффициента корреляции с доказательством.