

## Билет №1

- ☐. Опр. ( сигма – алгебры). Примеры сигма-алгебр.
- ☐. Опр (носителя случайной величины).
- ☐. Лемма (вычисление УМО для а.н.р.) (без док-ва).
- ☐. Опр. (простой случайной величины).
- ☐. Теорема (формула Бернулли). Доказательство.
- ☐. Контрпример не нормального вектора с нормальными одномерными компонентами. Доказательство.
- ☐. Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.
- ☐. Пример сингулярного распределения (лестница Кантора).
- ☐. Теорема Слуцкого. Доказательство.
- ☐. Теорема (о квантильном преобразование). Доказательство.
- ☐. Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.
- ☐. Теорема (по вероятности vs слабая). Доказательство.

## Билет №2

- ☐. Аксиомы дискретной вероятности. Примеры.
- ☐. Опр. (коэффициента корреляции Кендалла).
- ☐. Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.
- ☐. Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- ☐. Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.
- ☐. Основные свойства математического ожидания с доказательством (Однородность, монотонность, нер-во треугольника, аддитивность).
- ☐. Теорема (о плотности). Доказательство.
- ☐. Теорема (формула полной вероятности). Доказательство.
- ☐. Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).
- ☐. Теорема (о квантилях и линейном преобразование случайных величин, обобщенная обратная функция). Доказательство.
- ☐. Теорема (о линейном преобразование для нормального вектора). Доказательство.
- ☐. Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

## Билет №3

- Опр. (квантили в общей случае).
- Опр. (смешанного распределения). Примеры.
- Опр. (пространства элементарных исходов), примеры пространств элементарных исходов и событий.
- Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.
- Лемма (вычисление УМО для а.н.р.). Доказательство.
- Свойства ковариации с доказательством.
- Теорема (Шкляра). Доказательство в непрерывном случае.
- Пример (парадокс Бертрана).
- Свойства коэффициента корреляции с доказательством.
- Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.
- Теорема (Бореля-Кантелли). Доказательство.
- Теорема (о квантильном преобразование). Доказательство.

#### Билет №4

- Опр. (сингулярного распределения). Примеры.
- Замечание (о вычисление математического ожидания для преобразований случайных величин (одномерных и многомерных преобразований)).
- Опр. (логнормального распределения). Вычисление плотности.
- Опр. (многомерного нормального распределения). Вид плотности для многомерного стандартного нормального вектора.
- Пример (Бернштейна).
- Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.
- Свойства матрицы ковариации (при линейном преобразование, для суммы независимых случайных векторов). Доказательство.
- Теорема (Шкляра). Доказательство в непрерывном случае.
- Свойства УМО с доказательством (УМО по более бедной сигма алгебре, вынос измеримой с.в. ).
- Теорема (полиномиальная схема). Доказательство.
- Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.
- Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

#### Билет №5

- Опр. (смешанного распределения). Примеры.

•• Опр. (сингулярного распределения). Примеры.

•• Опр. (сходимости по вероятности).

•• Опр. (абсолютно непрерывного распределения). Примеры.

•• Свойства многомерного математического ожидания (линейность, произведение независимых матриц). Доказательство.

•• Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.

•• Лемма (вычисление УМО для дискретных). Доказательство.

•• Свойства функций распределения с доказательствами.

•• Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.

•• Свойство счетной аддитивности математического ожидания. Доказательство.

•• Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

•• Свойства коэффициента корреляции с доказательством.

## Билет №6

•• Теорема (с.к.с. vs p vs п.н.) (без док-ва).

•• Опр. (дискретного распределения). Примеры.

•• Замечание (о вычислении математического ожидания для дискретных, для а.н.р.).

•• Опр. (борелевской сигма-алгебра).

•• Теорема (свертка для дискретных). Доказательство.

•• Замечание (о неумлучшаемости неравенства Берри-Эссеена).

•• Свойства матрицы ковариации (при линейном преобразовании, для суммы независимых случайных векторов). Доказательство.

•• Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.

•• Теорема (оценка точности в теореме Пуассона). Доказательство.

•• Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

•• Теорема (об эквивалентных определениях независимости). Доказательство.

•• Теорема (УМО для гауссовских векторов). Доказательство.

## Билет №7

•• Лемма (вычисление УМО для а.н.р.) (без док-ва).

•• Опр. (независимых случайных величин).

- ☐. Опр. (гауссовской копулы).
- ☐. Теорема (неравенство Маркова). (без док-ва)
- ☐. Свойства ковариации с доказательством.
- ☐. Лемма (вычисление УМО для дискретных). Доказательство.
- ☐. Свойства совместной функции распределения. Доказательство.
- ☐. Теорема (о сохранение независимости при преобразованиях). Доказательство.
- ☐. Теорема (полиномиальная схема). Доказательство.
- ☐. Теорема Слуцкого. Доказательство.
- ☐. Теорема (п.н. vs по вероятности). Доказательство.
- ☐. Свойства характеристических функций с доказательством (значение в нуле, линейное преобразование, сумма независимых, гладкость в нуле).

## Билет №8

- ☐. Опр. (пространства элементарных исходов), примеры пространств элементарных исходов и событий.
- ☐. Следствие об устойчивости по суммированию (без док-ва).
- ☐. Опр. (квантили для непрерывной функции распределения).
- ☐. Опр. (коэффициента корреляции Спирмена).
- ☐. Свойства вероятностной меры с доказательствами (вероятность пустого мн-ва, дизъюнктного объединения, дополнения, объединения двух мн-в, монотонность).
- ☐. Теорема (Шкляра). Доказательство в непрерывном случае.
- ☐. Свойства совместной функции распределения. Доказательство.
- ☐. Теорема (формула Байеса). Доказательство.
- ☐. Теорема (о свертке для произвольных распределений). Доказательство. Следствие об а.н.р. суммы.
- ☐. Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).
- ☐. Свойства вероятностной меры с доказательством (вероятность объединения счетного набора, непрерывность вер. меры, формула включения/исключения).
- ☐. Свойства коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла. Доказательство.

## Билет №9

- ☐. Опр. (сигма – алгебры). Примеры сигма-алгебр.
- ☐. Опр. (сходимости почти на верное).
- ☐. Опр. (сингулярного распределения). Примеры.

☐ Опр. (показательного распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Свойство нестарения. Вычисление функции распределения.

☐ Следствие (из ЦПТ).

☐ Теорема (центральная предельная теорема). Доказательство.

☐ Свойства УМО с доказательством (УМО константы, УМО от измеримой с.в., монотонность, линейность, неравенство треугольника, аналог формулы полной вероятности).

☐ Классическое неравенство Чебышёва. Доказательство.

☐ Теорема (по вероятности vs слабая). Доказательство.

☐ Теорема (о правой границе неравенства Frechet-Hoeffding). Доказательство.

☐ Теорема об ортогональной проекции. Доказательство.

☐ Теорема (оценка точности в теореме Пуассона). Доказательство.

## Билет №10

☐ Опр. (распределения Пуассона). Доказательство, что это действительно распределение.

☐ Опр. (вырожденного распределения). Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

☐ Опр. (биномиального распределения). Доказательство, что это действительно распределение. Пример случайных экспериментов и случайной величины с этим распределением.

☐ Опр. (Схемы Бернулли). Примеры экспериментов со схемой Бернулли.

☐ Свойства совместной функции распределения. Доказательство.

☐ Следствие (о независимости и корреляции для нормального вектора). Доказательство.

☐ Теорема (обобщенное неравенство Чебышёва). Доказательство.

☐ Свойства УМО с доказательством (УМО константы, УМО от измеримой с.в., монотонность, линейность, неравенство треугольника, аналог формулы полной вероятности).

☐ Теорема (по вероятности vs слабая). Доказательство.

☐ Теорема (об инвариантности копулы при строго возрастающем преобразовании). Доказательство.

☐ Теорема (Бореля-Кантелли). Доказательство.

☐ Вычисление интеграла от плотности нормального распределения. Свойства нормального распределения с доказательством (лин. преобр., равенства для  $\Phi_{0,1}$ , правило трех сигм).