1era propuesta de examen Teoría de Juegos

Andro Asatashvili

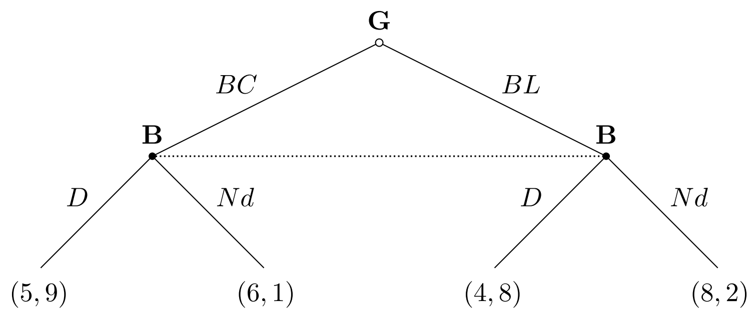
Marzo 2022

1 1er problema

Batman y el Guasón llevan meses en una racha de combate en Ciudad Gótica. Durante estos meses, hubo una serie de robos de bancos a través de la ciudad, de tal modo que estos bancos eran de menor importancia para la ciudad. Sin embargo, quedan sólo 2 bancos sin robar: el banco más grande de la ciudad —Banco Caullieres (**BC**)— y el banco más transitado —Banco Lapuente (**BL**)—. Aunque Batman lograra detener al Guasón, el Guasón genera más miedo en ciudad Gótica, dándole así pagos inluso si es detenido. Batman sabe que el Guasón intentará robar uno los bancos próximamente, de tal modo que los pagos de Batman quedan de la siguiente manera: si el Guasón roba **BL** obtiene (*4*) si Batman lo detiene (*8*). Si el Guasón roba **BL** obtiene (*8*) si Batman decide ir a **BC** (*2*). Si el Guasón roba **BC** obtiene (*5*) si Batman lo detiene (*9*). Si el Guasón roba **BC** obtiene (*6*) si Batman decide ir a **BL** (*1*).

1. Dibuja la matriz de pagos asociada y dibuja la forma extensa
2. Encuentra (si hay) equilibrios de Nash en estrategias puras
3. Encuentra (si hay) las estrategias dominadas de este juego mediante el uso de estrategias mixtas. ¿Esto qué significa para Batman y el Guasón?

1.1 Forma extensa y matriz de pagos asociada



B

G	DD	DNd	NdD	$NdNd$
BC	$5, 9$	$5, 9$	$6, 1$	$6, 1$
BL	$4, 8$	$8, 2$	$4, 8$	$8, 2$

1.2 Estrategias Puras y Mixtas

Por puras:

B

G	DD	DNd	NdD	$NdNd$
BC	$5, 9$	$5, 9$	$6, 1$	$6, 1$
BL	$4, 8$	$8, 2$	$4, 8$	$8, 2$

Columna $NdNd$ la podemos eliminar por que **B** prefiere $DD(DD \succ NdNd)$.

B

G	DD	DNd	NdD
BC	$5, 9$	$5, 9$	$6, 1$
BL	$4, 8$	$8, 2$	$4, 8$

De este modo: $NE = (BC, DD)$ por estrategias puras.

Por mixtas:

			q	r	m
			DD	DNd	NdD
G	p	BC	$5,9$	$5,9$	$6,1$
	$(1-p)$	BL	$4,8$	$8,2$	$4,8$

(Jugador de columnas: **B**)

$$\begin{aligned}U_G(p;q,r,m) &= 5pq + 4(1-p)q + 5pr + 8(1-p)r + 6pm + 4(1-p)m \\ &= 5pq + 4q - 4pq + 5pr + 8r - 8pr + 6pm + 4m - 4pm \\ &= p(5q - 4q + 5r - 8r + 6m - 4m) + 4q + 8r + 4m \\ &= p(q - 3r + 2m) + 4q + 8r + 4m\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_B(q,r,m;p) &= 9pq + 8(1-p)q + 9pr + 2(1-p)r + pm + 8(1-p)m \\ &= 9pq + 8q - 8qp + 9pr + 2r - 2rp + pm + 8m - 8pm \\ &= q(9p + 8 - 8p) + r(9p + 2 - 2p) + m(p + 8 - 8p) \\ &= q(p+8) + r(7p+2) + m(-7p+8)\end{aligned}$$

rq:

$$7p + 2 - p - 8 = 6p - 6 > 0$$

$$p > 1 \longrightarrow \therefore q > r \;\; si \;\; p \in [0,1]$$

$$\therefore q \text{ domina a } r$$

qm:

$$p + 8 + 7p - 8 = 8p > 0$$

$$p < 0 \longrightarrow \therefore q > m \;\; si \;\; p \in [0,1]$$

$$\therefore q \text{ domina a } m$$

rm:

$$7p + 2 + 7p - 8 = 14p - 6 > 0$$

$$p > \frac{6}{14} \longrightarrow \therefore r > m \;\; si \;\; p \in [\frac{6}{14}, 1]m \;\; y \;\; m < r \;\; si \;\; p \in [0, \frac{6}{14}]$$

$$\therefore q \text{ domina a } m$$

De esta forma, **Batman siempre busca una estrategia en donde se defiendan a los bancos** ($q \succ$ **todo lo demás**).

		2	
		a	b
1	A	$2, -2$	$-2, 2$
	B	$-2, 2$	$2, -2$

2

Dada esta matriz de pagos simétrica, calcula:

1. Equilibrio de Nash por estrategias puras
2. Equilibrio de Nash por estrategias mixtas

2.1 Estrategias Puras

No hay NE por estrategias puras

2.2 Estrategias Mixtas

			2	
			q	$(1-q)$
			a	b
1	p	A	$2, -2$	$-2, 2$
	$(1-p)$	B	$-2, 2$	$2, -2$

$$\begin{aligned} U_1 &= 2pq - 2(1-p)q - 2(1-q)p + 2(1-p)(1-q) \\ &= 2pq - 2q + 2pq - 2p + 2pq + 2 - 2q - 2p + 2pq \\ &= p(2q + 2q - 2 + 2q - 2 + 2q) - 2q - 2q + 2 \\ &= p(81 - 4) - (4q + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2 &= -2pq + 2q(1-p) + 2(1-q)p - 2(1-q)(1-p) \\ &= -2pq + 2q - 2qp + 2p - 2qp - 2 + 2p + 2q - 2pq \\ &= q(-2p + 2 - 2p - 2p + 2 - 2p) + 2p + 2p + -2 \\ &= q(-8p + 4) + 4p - 2 \end{aligned}$$

$\therefore$

$$Br_1 = \begin{cases} p = 1 & si \;\; q \in (\frac{1}{2}, 1] \\ p \in [0,1] & si \;\; q = \frac{1}{2} \\ p = 0 & si \;\; q \in [0, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$Br_2 = \begin{cases} q = 1 & si \;\; p \in [0, \frac{1}{2}) \\ q \in [0,1] & si \;\; p = \frac{1}{2} \\ q = 0 & si \;\; p \in [0, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$\therefore NE \quad si \quad q = p = \frac{1}{2}$$

3

El presidente internacional de Ajedrez (**A**) decide si habrá un campeonato internacional de ajedrez (**C**) o no (**NC**). La disponibilidad de lugares para hacer el campeonato puede ser Buena (**B**), Normal (**N**) o Mala (**M**). Las probabilidades son **B**=0.4, **N**= 0.1, **M**= 0.5. El presidente decide llevar a cabo la competencia a partir de la calidad del lugar. El presidente de Ajedrez es el único que conoce las condiciones iniciales del campeonato, pero el competidor (**P**) sólo se da cuenta/puede conocer si las condiciones son malas. Después de conocer la recomendación del presidente sobre si llevar a cabo el campeonato o no, el competidor decide si participa (**J**) o no participa (**NJ**). En caso de que se decida **NC**, los competidores pueden organizar su propia liga y generar su propio torneo (de tal modo que sí se juega).

- Si la calidad es buena, hay competencia, y se decide jugar - (10,10)
- Si la calidad es buena, hay competencia, y se decide no jugar - (0,0)
- Si la calidad es buena, no hay competencia, y se decide jugar - (5,10)
- Si la calidad es buena, no hay competencia, y se decide no jugar - (5,5)
- Si la calidad es normal, hay competencia, y se decide jugar - (5,5)
- Si la calidad es normal, hay competencia, y se decide no jugar - (5,0)
- Si la calidad es normal, no hay competencia, y se decide jugar - (5,4)
- Si la calidad es normal , no hay competencia y se decide no jugar - (3,2)
- Si la calidad es mala, no hay competencia y se decide jugar - (5,10)
- Si la calidad es mala, no hay competencia y se decide no jugar - (4,7)
- Si la calidad es mala, hay competencia y se decide jugar - (10,1)
- Si la calidad es mala, hay competencia y se decide no jugar - (5,5)

1. Dibuja la forma extendida de este juego

3.1 Forma Extendida