

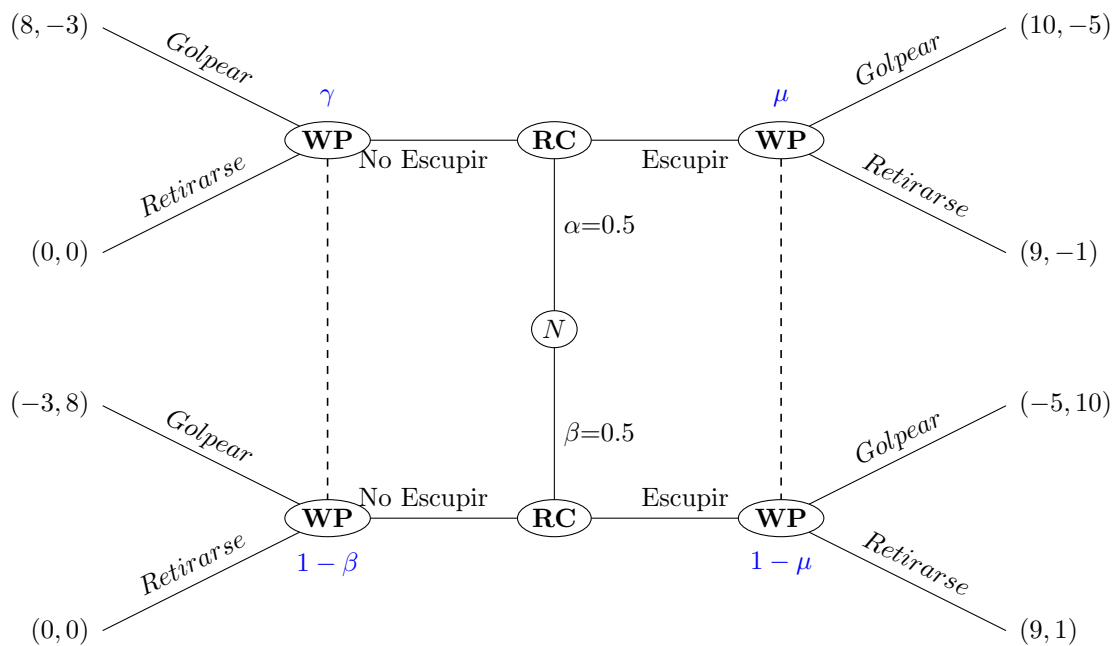
2nda Propuesta de Examen - Teoría de Juegos

Andro Asatashvili

Junio 2022

1 1er problema

En el CIDE, Robinson Crusoe (**RC**) y Winnie the Pooh (**WP**) son estudiantes de la licenciatura en Economía. Un día, **WP** escupe a **RC** porque éste comió su miel sin permiso. Para vengarse del escupitajo, **RC** entrena, pero **WP** desconoce qué tanto entrena. **RC** obtiene una fuerza (α) o se lastima entrenando (β), pero **WP** desconoce el tipo (mientras que **RC** lo sabe). De este modo, **RC** quiere pelear contra **WP**, pero además, quiere escupirle de vuelta. De este modo:



1. Encuentra (si hay) el equilibrio de Nash Bayesiano Perfecto (PBNE) tipo *separador* para la venganza de **RC**
2. Encuentra (si hay) el equilibrio de Nash Bayesiano Perfecto (PBNE) tipo *pooling* para la venganza de **RC**

TIP: Para estas preguntas, haz uso de la forma extendida para que no te confundas con la resolución del problema

1.1 Separador

1. $S_1^\alpha = \text{No escupir}$, $S_1^\beta = \text{Escupir}$

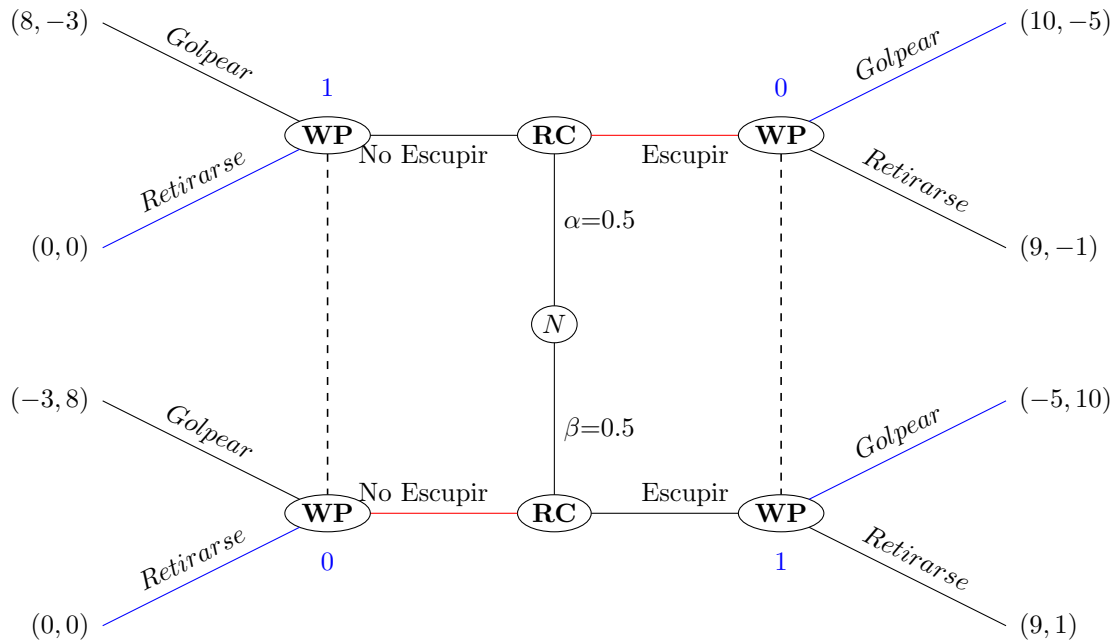
$$\therefore \gamma = 1 \text{ y } \mu = 0$$

- Br para **WP** (azul)

1. Si **RC** es de tipo $\alpha \rightarrow S_2 = \text{Retirarse}$, debido a que $0 > -3$
2. Si **RC** es de tipo $\beta \rightarrow S_2 = \text{Golpear}$ debido a que $10 > 1$

- Br para **RC** (rojo)

1. Si **RC** es de tipo $\alpha \rightarrow S_1 = \text{Escupir}$, debido a que $10 > 0$
2. Si **RC** es de tipo $\beta \rightarrow S_1 = \text{No escupir}$, debido a que $0 > -5$



\therefore **NO** hay un PBNE *Separador* de este tipo

dado que la Br de **WP** no coincide con la Br de **RC**

2. $S_1^\alpha = \text{Escupir}$, $S_1^\beta = \text{No Escupir}$

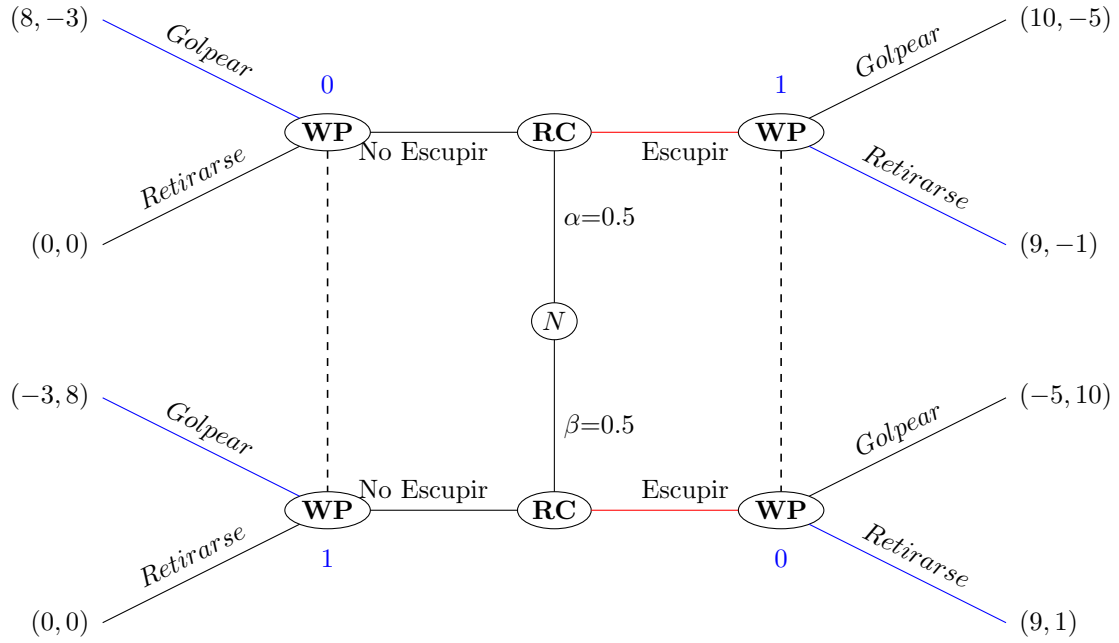
$$\therefore \gamma = 0 \text{ y } \mu = 1$$

• *Br* para **WP** (azul)

1. Si **RC** es de tipo $\alpha \rightarrow S_2 = \text{Retirarse}$, debido a que $-1 > -5$
2. Si **RC** es de tipo $\beta \rightarrow S_2 = \text{Golpear}$ debido a que $8 > 0$

• *Br* para **RC** (rojo)

1. Si **RC** es de tipo $\alpha \rightarrow S_1 = \text{Escupir}$, debido a que $9 > 8$
2. Si **RC** es de tipo $\beta \rightarrow S_1 = \text{Escupir}$, debido a que $9 > -3$



\therefore **NO** hay un PBNE *Separador* de este tipo

dado que la *Br* de **WP** no coincide con la *Br* de **RC**

\therefore **NO** hay un PBNE *Separador*

1.2 Pooling

1. $S_1^\alpha = \text{Escupir}$, $S_1^\beta = \text{Escupir}$

$$\therefore \gamma \in [0, 1]$$

→ usando regla de Bayes:

$$\therefore \mu = 0.5$$

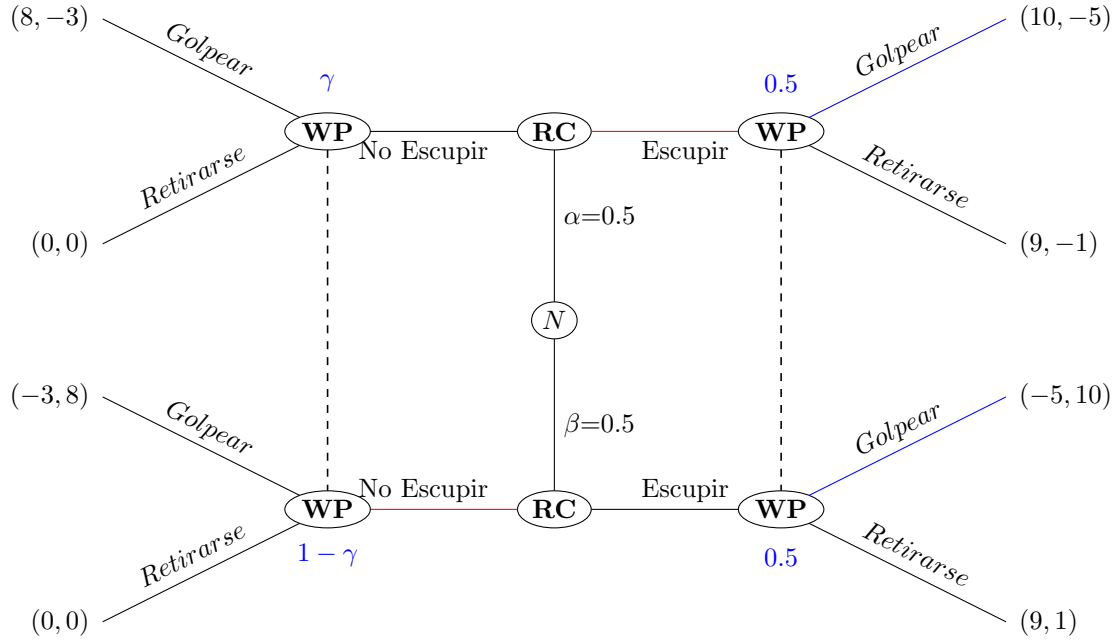
- Br para **WP** (azul)

1. $UE_2 = (\text{Escupir}, \text{Golpear}; \mu=0.5) = (-5)(0.5) + (10)(0.5) = 2.5$
2. $UE_2 = (\text{Escupir}, \text{Retirarse}; \mu=0.5) = (-1)(0.5) + (1)(0.5) = 0$

$\therefore \text{Golpear} \succ \text{Retirarse} \rightarrow S_2 = \text{Golpear}$

- Br para **RC** (rojo)

1. Si **RC** es tipo $\alpha \rightarrow \text{Escupir}$ es Br
2. Si **RC** es tipo $\beta \rightarrow \text{No Escupir}$ domina estrictamente a Escupir



\therefore **NO** hay un PBNE *Pooling* de este tipo

dado que la Br de **WP** no coincide con la Br de **RC** (cuando este es tipo β)

2. $S_1^\alpha = \text{No Escupir}$, $S_1^\beta = \text{No Escupir}$

$$\therefore \mu \in [0, 1]$$

→ usando regla de Bayes:

$$\therefore \gamma = 0.5$$

• Br para **WP** (azul)

$$1. UE_2 = (\text{Golpear} ; \gamma=0.5) = (-3)(0.5) + (8)(0.5) = 2.5$$

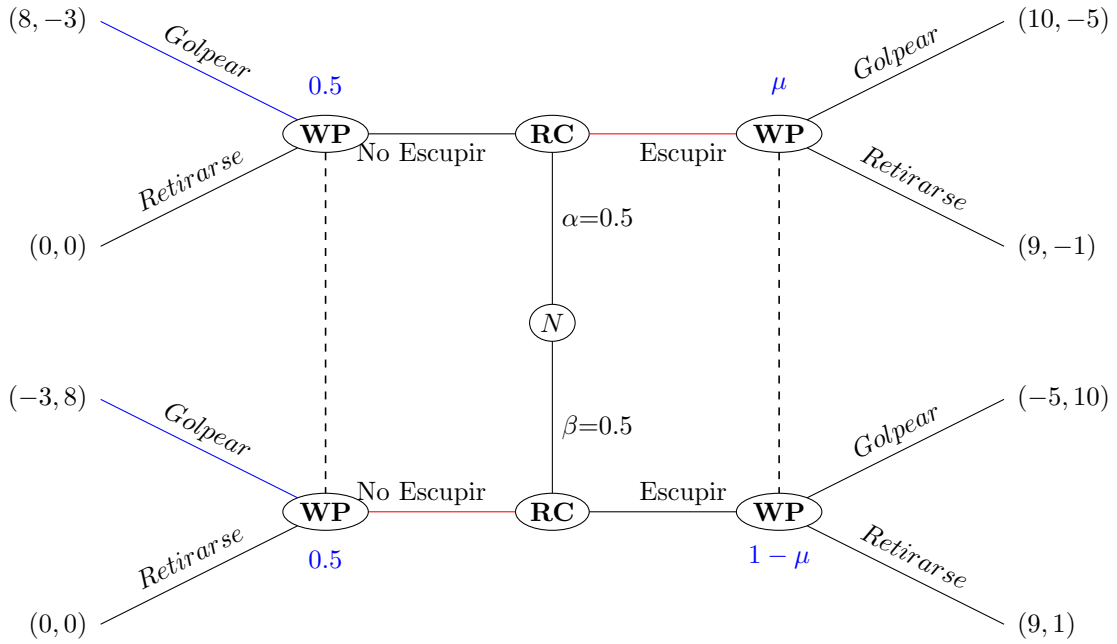
$$2. UE_2 = (\text{Retirarse} ; \gamma=0.5) = (0)(0.5) + (0)(0.5) = 0$$

∴ Golpear \succ Retirarse → $S_2 = \text{Golpear}$

• Br para **RC** (rojo)

1. Si **RC** es tipo α → Escupir domina estrictamente a No Escupir

2. Si **RC** es tipo β → Escupir puede ser Br si **WP** decide retirarse ($9 > -3$)

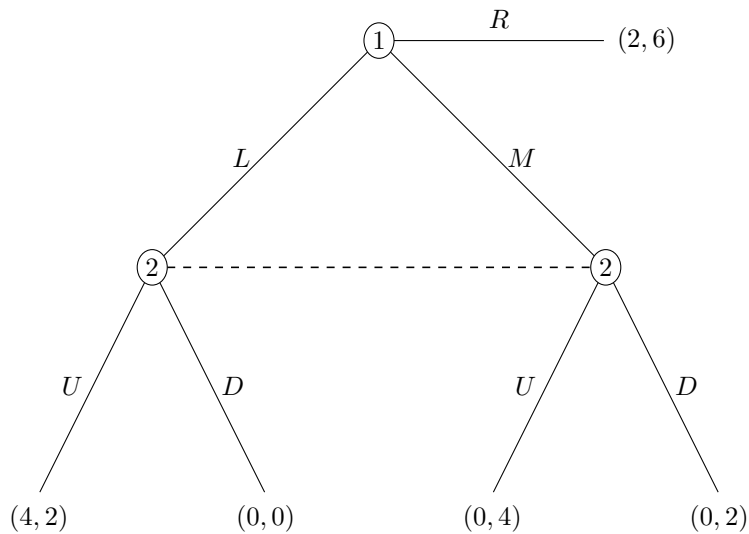


∴ **NO** hay un PBNE *Pooling* de este tipo dado que la Br de **WP** no coincide con la Br de **RC** (cuando este es tipo α)

∴ **NO** hay un PBNE *Pooling*

2 2ndo problema

Resuelve el siguiente juego con los Jugadores 1 y Jugadores 2:

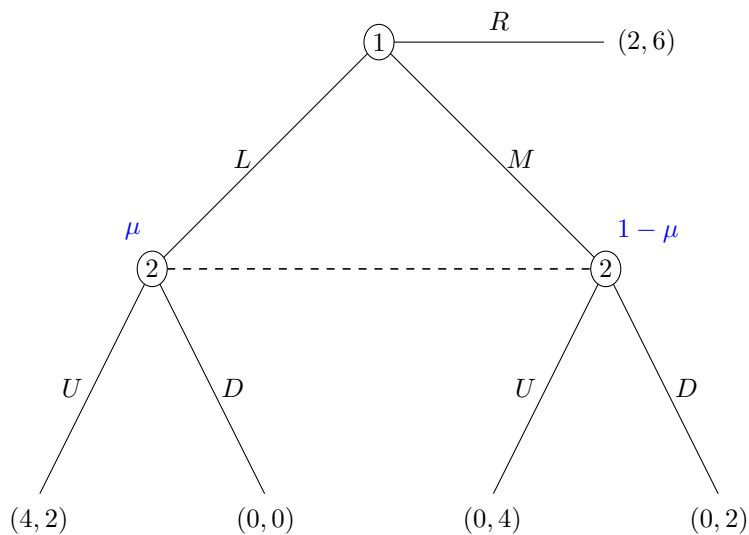


2.1 Resolución

Creamos una matriz de pagos en donde las estrategias del Jugador 1 están en las filas y las del Jugador 2 están en las columnas:

	U	D
L	(4, 2)	(0, 0)
M	(0, 4)	(0, 2)
R	(2, 6)	(2, 6)

De este modo, podemos ver que hay 2 NE: (L,U) y (R,D). Esto implica que una de los PBNE será uno de estos NE. De tal forma, comenzamos a solucionar el juego al buscar un PBNE.



Procedemos a calcular las UE del Jugador 2:

$$UE_2(U) = (2)(\mu) + (4)(1 - \mu) = 4 - 2\mu \longrightarrow 2 - \mu$$

$$UE_2(D) = (0)(\mu) + (2)(1 - \mu) = 2 + 2\mu \longrightarrow 1 - \mu$$

De esta forma:

$$UE_2(U) > UE_2(D) \quad \text{para cualquier} \quad \mu \in [0, 1]$$

$$\therefore S_2 = U$$

Ahora calculamos las UE del Jugador 1:

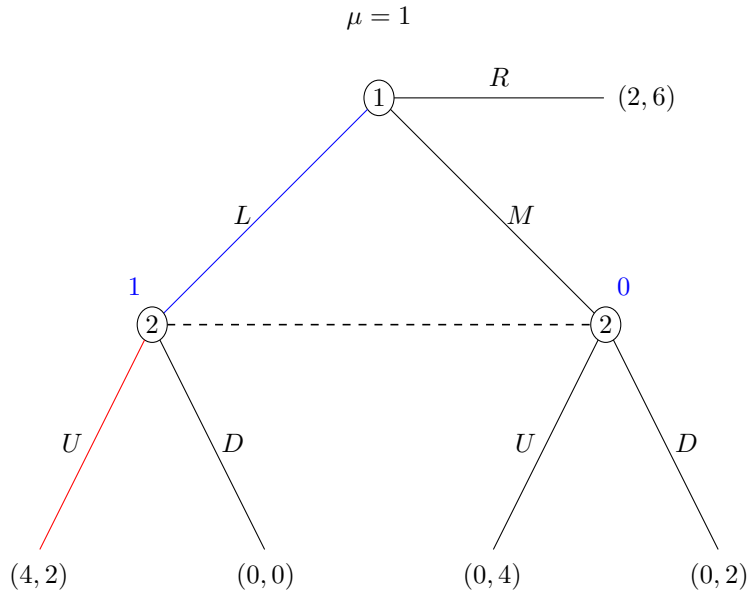
$$UE_1(L, U) = 4$$

$$UE_1(M, U) = 0$$

$$UE_1(R, U) = 2$$

$$\therefore S_1 = L$$

Esto implica que:



Por tanto:

$$\text{PBNE Único en estrategias puras: } [S_1, S_2, \mu] = [L, U, \mu = 1]$$

3 3er problema

Tomando en cuenta el siguiente juego:

	α	β	γ
α	6,6	3,8	-4,10
β	8,3	5,5	2,2
γ	10,-4	2,2	0,0

En donde las estrategias del Jugador 1 están en las filas y las estrategias del Jugador 2 están en las columnas:

1. Propón 2 acuerdos diferentes en los cuales ambos jugadores reaccionan a un desvío de dichos acuerdos

3.1 Resolución

1era propuesta:

- en $t = 0 \rightarrow \alpha\alpha$
- Si no hay desvío $\rightarrow \alpha\alpha \quad \forall t = 1, 2, 3, \dots, \infty$
- Si hay desvío $\rightarrow \beta\beta$ para el resto de los periodos

2nda propuesta:

- en $t = 0 \rightarrow \alpha\alpha$
- Si no hay desvío $\rightarrow \beta\beta \quad \forall t = 1, 2, 3, \dots, \infty$
- Si hay desvío $\rightarrow \gamma\gamma$ para el resto de los periodos

Solución a la primera propuesta:

- Pagos descontados al seguir estrategia de no desvío $\rightarrow \frac{6}{1-\delta}$
- Pagos descontados al seguir estrategia de desvío (tomando en cuenta que el pago más alto posible se encuentra en $\gamma\alpha$ para el Jugador 1 y $\alpha\gamma$ para el Jugador 2) $\rightarrow 10 + \frac{5\delta}{1-\delta}$
- $\frac{6}{1-\delta} \geq 10 + \frac{5\delta}{1-\delta}$

$$6 \geq 10(1-\delta) + 5\delta$$

$$6 \geq 10 - 10\delta + 5\delta$$

$$6 \geq 10 - 5\delta$$

$$5\delta \geq 4$$

$$\therefore \delta \geq \frac{4}{5}$$
- Los jugadores seguirán jugando $\alpha\alpha$ si $\delta \geq \frac{4}{5} \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots, \infty$

Solución a la segunda propuesta:

- Pagos descontados al seguir estrategia de no desvío $\rightarrow 6 + \frac{5}{1-\delta}$
- Pagos descontados al seguir estrategia de desvío (tomando en cuenta que el pago más alto posible se encuentra en $\gamma\alpha$ para el Jugador 1 y $\alpha\gamma$ para el Jugador 2) $\rightarrow 10 + \frac{2\delta}{1-\delta}$
- $6 + \frac{5}{1-\delta} \geq 10 + \frac{2\delta}{1-\delta}$

$$\frac{3\delta}{1-\delta} \geq 4$$

$$3\delta \geq 4(1-\delta)$$

$$3\delta \geq 4 - 4\delta$$

$$7\delta \geq 4$$

$$\therefore \delta \geq \frac{4}{7}$$
- Los jugadores seguirán jugando $\beta\beta$ si $\delta \geq \frac{4}{7} \quad \forall t = 1, 2, 3, \dots, \infty$