



# Maximización de la distancia recorrida en aviones de papel

Juan Murcia - 2191322

Adrian Montañez - 2190743

# Propuesta de modelo físico 1



En un principio, se plantea el movimiento del avión de papel como el de una partícula con rozamiento en el aire, descrito ecuación de movimiento como

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} = F \left( x, \frac{dx}{dt}, t \right)$$

De esta manera, es necesario determinar las fuerzas externas sobre el avión, como la gravedad y la presión incidente sobre la superficie del avión.

Como primer acercamiento, dado que el rozamiento y la presión sobre la superficie del avión dependen de la velocidad a la que este se desplaza, se determinaron las fuerzas tales como

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \mathbf{A} \cdot \vec{v} = \vec{g} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} R_{xx} & N_{xy} & N_{xz} \\ N_{yx} & R_{yy} & N_{yz} \\ N_{zx} & N_{zy} & R_{zz} \end{bmatrix}$$

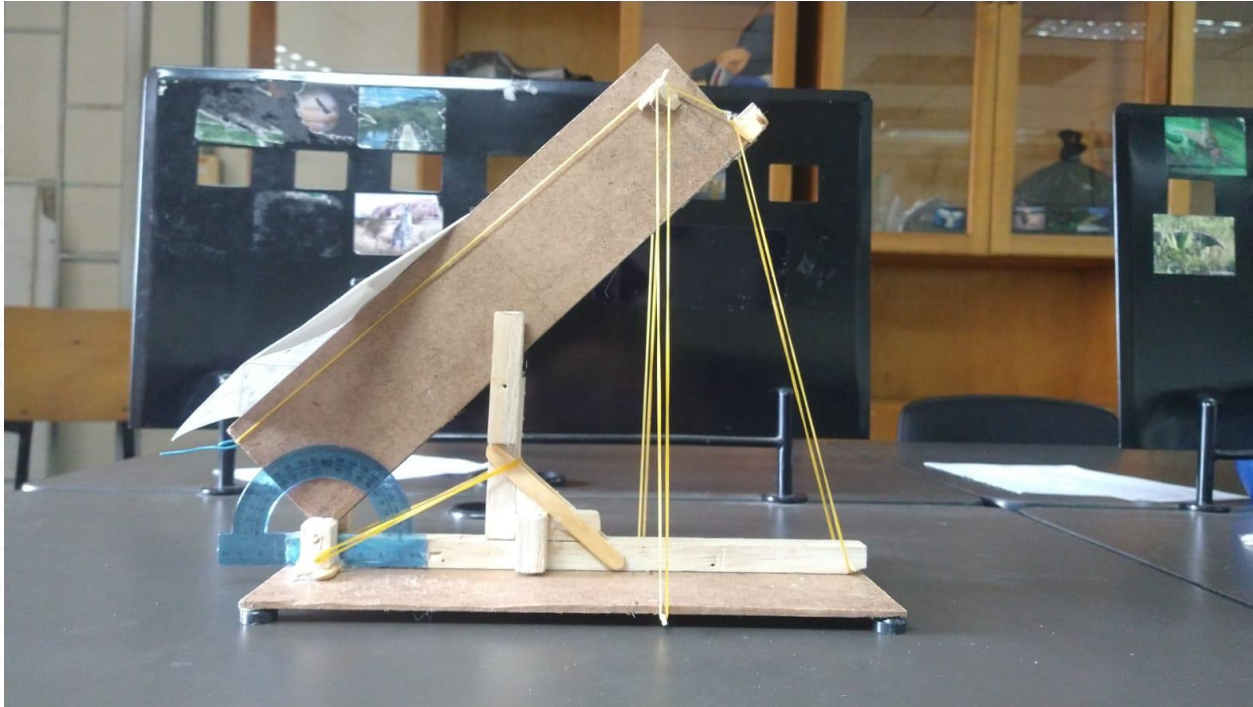
Donde R y N contienen la información del rozamiento y la presión normal en cada cara, respectivamente.



# Montaje experimental

#LaUISqueQueremos

Universidad  
Industrial de  
Santander



**Izquierda:** Ballesta montada lista para lanzar a  $45^\circ$ . **Derecha;** avión híbrido y tipo dardo hecho con cada material estudiado



# Experimento

#LaUISqueQueremos

Universidad  
Industrial de  
Santander



# Resultados primer modelo

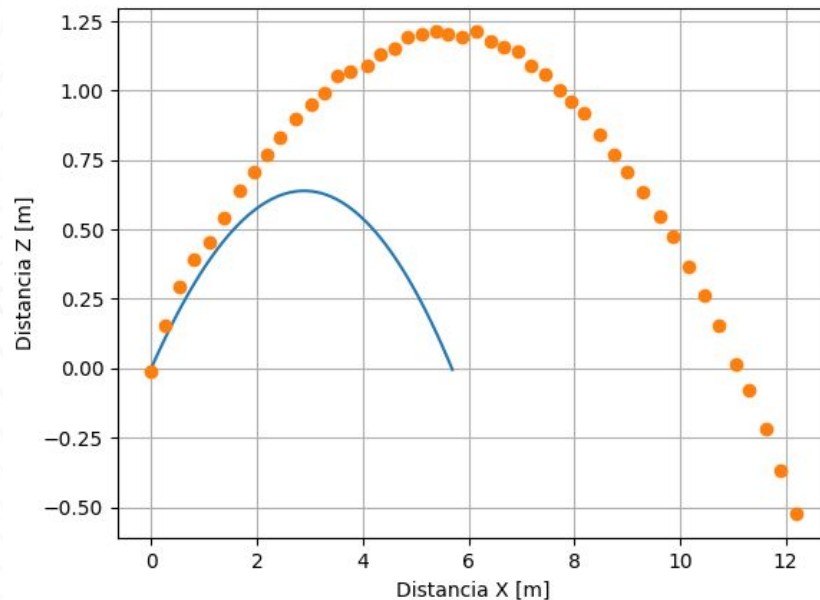


Figura 1: Comparación de datos obtenidos para los lanzamientos del primer modelo de avión cuya masa es 4,7 [g] y los resultados de su evolución numérica bajo el primer esquema de ecuaciones.

Resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden:

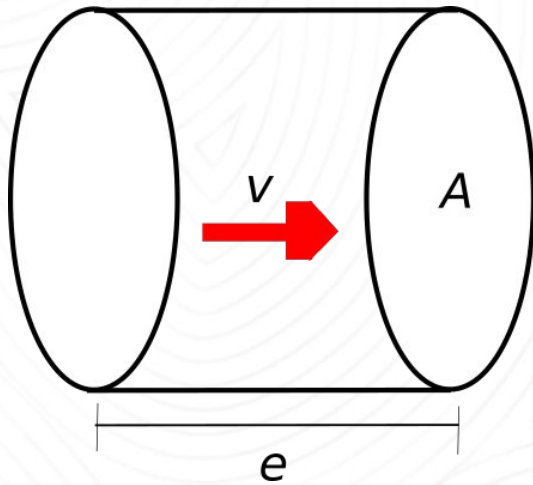
$$\frac{dv_x}{dt} + A_{xx}v_x + A_{xz}v_z = 0$$

$$\frac{dv_z}{dt} + A_{zx}v_x + A_{zz}v_z = g$$



# Fuerza en la superficie: Modelo físico 2

Se desea conocer el efecto de la presión del aire sobre las interfaces del móvil. Para ello, se toma en consideración el siguiente esquema basado en el teorema de la energía y el trabajo



$$\Delta K = W = \int F dr$$

Dada la transferencia de energía del fluido en un desplazamiento infinitesimal  $e$

$$W \approx Fe = \frac{1}{2} A e \rho v^2$$



$$F = \frac{1}{2} A \rho v^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} V v^2$$

# Resultados segundo modelo

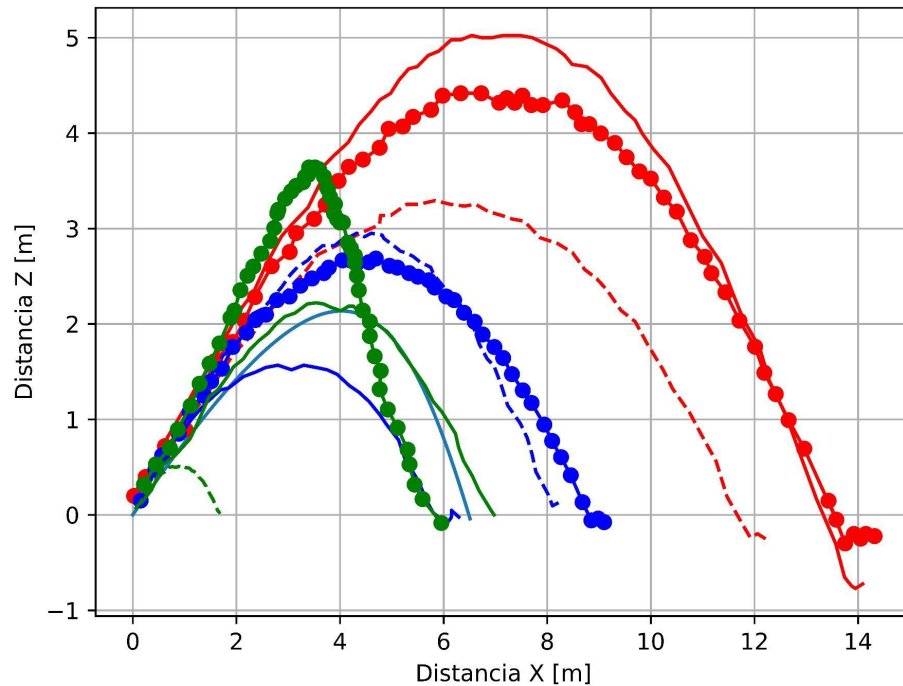


Figura 2: Observación de las múltiples trayectorias de los modelos de aviones de papel al ser lanzados en un ambiente aislado. Las líneas rojas, azules y verdes corresponden a las trayectorias de los materiales 1, 2 y 3, respectivamente.

Resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales **NO** lineales de primer orden:

$$m \frac{dv_x}{dt} + \beta v_x = K_{xx} v_x^2 + K_{xz} v_z^2,$$

$$m \frac{dv_z}{dt} + \beta v_z = K_{zx} v_x^2 + K_{zz} v_z^2,$$

# Resultados análisis computacional

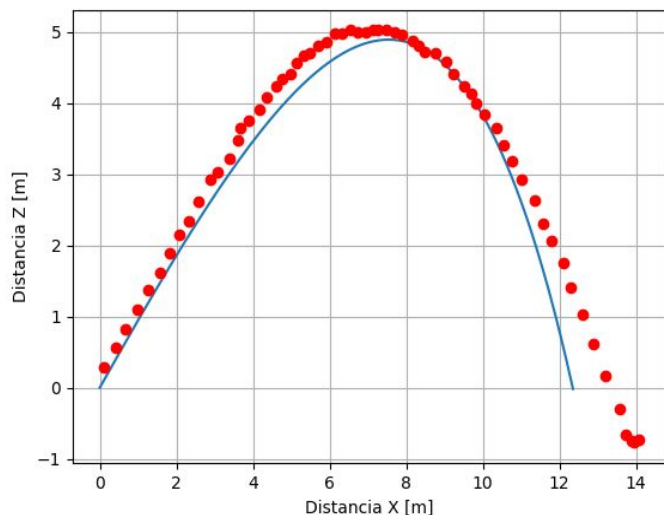


Figura 3: Gráfica comparativa entre los datos experimentales y la evolución numérica del sistema para el modelo 1, material 1. La línea azul continua representa la trayectoria numérica mientras que los puntos rojos corresponden a los datos obtenidos experimentalmente

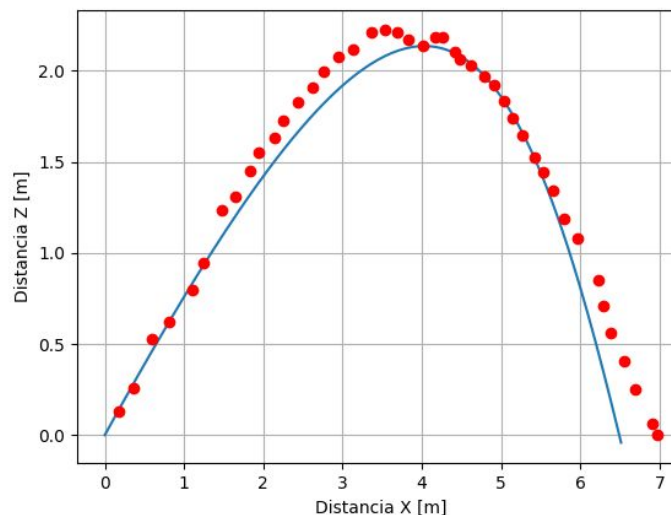


Figura 5: Gráfica comparativa entre los datos experimentales y la evolución numérica del sistema para el modelo 1, material 2. La línea azul continua representa la trayectoria numérica mientras que los puntos rojos corresponden a los datos obtenidos experimentalmente

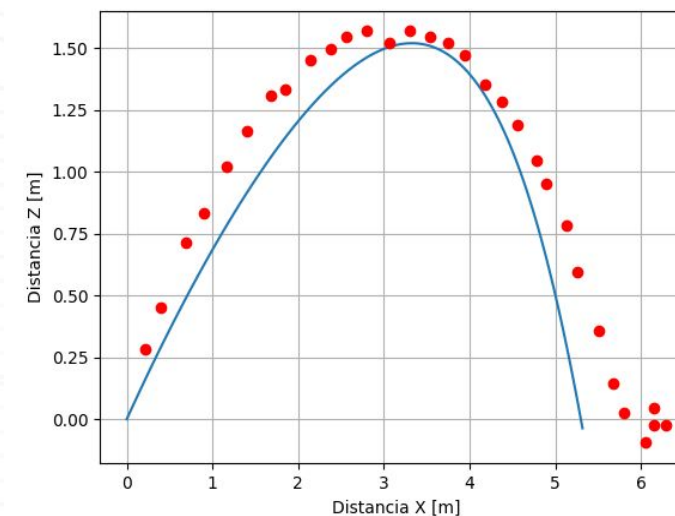


Figura 4: Gráfica comparativa entre los datos experimentales y la evolución numérica del sistema para el modelo 1, material 3. La línea azul continua representa la trayectoria numérica mientras que los puntos rojos corresponden a los datos obtenidos experimentalmente



# Observaciones cualitativas

#LaUISqueQueremos

Universidad  
Industrial de  
Santander



1. Ancho de lomo del avión.
2. Estandarizar liga usada para el lanzamiento.
3. Determinar impulso máximo soportado por cada papel.
4. Buscar un modelo planeador que soporte condiciones iniciales.

Universidad  
Industrial de  
Santander



**Aniversario**  
**UIS** 1948 - 2023

Legado académico y cultural de los santandereanos

*¡Gracias!*

#LaUISqueQueremos