- 10. Вероятностное пространство - отображения из k элементного множества в n элементное (каждому из k человек сопоставим один из n вагонов). Таких отображений n^k $\Rightarrow$ всего исходов n^k. Выберем r вагонов, в которые будем сажать людей, сделать это можно C_n^r способами. Нам необходимо отображение, в котором у каждого из r выбранных вагонов будет непустой прообраз $\Rightarrow$ наше отображение сюръективно. Число сюръекций из k элементного множества в r элементное = $\sum_{s=0}^{r}(-1)^s \cdot C_r^s \cdot (r-s)^k$. Итоговый ответ - $\frac{C_n^r \cdot \sum_{s=0}^{r}(-1)^s \cdot C_r^s \cdot (r-s)^k}{n^k}$.
- 10 (а). Вероятностное пространство - двоичные слова длины N (1 на i-ой позиции соответствует белому шару, вытащенному из i-ой коробки, 0 - черному). Переберем все 4 исхода:
  - 11: Вероятность - $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{a+1}{a+b+1}$.
  - 10: Вероятность - $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{b}{a+b+1}$.
  - 01: Вероятность - $\frac{b}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b+1}$.
  - 00: Вероятность - $\frac{b}{a+b} \cdot \frac{b+1}{a+b+1}$.

  P(Белый) = $P(11)+P(01)$ = $\frac{a^2+ab+a}{(a+b)(a+b+1)} = \frac{a}{a+b}$.
- 10 (б). Докажем что P(Белый) = $\frac{a}{a+b}$. Воспользуемся математической индукцией.
  - База N = 1 - очевидно.
  - Пусть для $n-1$ корзины верно, переберем все 4 исхода:
    - ...11: Вероятность - $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{a+1}{a+b+1}$.
    - ...10: Вероятность - $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{b}{a+b+1}$.
    - ...01: Вероятность - $\frac{b}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b+1}$.
    - ...00: Вероятность - $\frac{b}{a+b} \cdot \frac{b+1}{a+b+1}$.
  - P(Белый) = $P(\ldots 11)+P(\ldots 01)$ = $\frac{a^2+ab+a}{(a+b)(a+b+1)} = \frac{a}{a+b}$.
- 11) Примечание: $[q]$ - целая часть от q.
  - $P(A) = \frac{[\frac{n}{2}]}{n}$.
  - $P(B) = \frac{[\frac{n}{5}]}{n}$.
  - $P(A|B) = \frac{[\frac{n}{10}]}{n}$.
  - Чтобы A и B были независимы, необходимо, чтобы $P(A|B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ выполнялось равенство $\frac{[\frac{n}{2}]}{n} \cdot \frac{[\frac{n}{5}]}{n} = \frac{[\frac{n}{10}]}{n}$.
  - Переберем все остатки от деления n на 10, равенство выполняется для $n \in [1;4] \Rightarrow n = [1+10k, \ldots 4+10k], k \in \mathbb{Z}$ входит в ответ.
  - Также рассмотрим случай $n = 10k, k \in \mathbb{Z}$, так как для него в равенстве появляется неопределённость.
  - $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, $P(A|B) = \frac{1}{10} \Rightarrow n = 10k, k \in \mathbb{Z}$ также входит в ответ.

    Ответ: A и B независимы при $n = [10k, \ldots 4+10k], k \in \mathbb{Z}$.