

1.4.5.

Изучение колебаний струны

Семёнов Андрей Б02-016

25 февраля 2021г.

Цель работы: изучение поперечных стоячих волн на струне; определение собственных частот колебаний струны; исследование зависимости скорости распространения поперечных волн на струне в зависимости от её натяжения.

В работе используются: закрепленная на станине стальная струна, набор грузов, электромагнитные датчики, звуковой генератор, двухканальный осциллограф, частотомер

1 Теоретические сведения

Основное свойство струны—гибкость—обусловлено тем, что её поперечные размеры малы по сравнению с длиной. Это означает, что напряжение в струне может быть направлено только вдоль неё, и позволяет не учитывать изгибные напряжения, которые могли бы возникать при поперечных деформациях

Горизонтально закрепленная струна провисает под действием поля тяжести, при отсутствии натяжения (кстати по закону гиперболического косинуса, это можно проверить по-приколу). Достаточно натянутую струну можно считать прямой, если ее концы закреплены на одном горизонтальном уровне. Учитывая этот факт, в дальнейшем действие силы тяжести учитываться не будет.

Натянутая струна с жестко закрепленными концами удобна для изучения колебаний. Это связано с тем, что в струне можно непосредственно наблюдать простейшие типы колебаний и волн, измерять их параметры и сравнивать результаты наблюдения с результатами теоретических расчетов.

Движение элементов струны может быть вызвано изменением ее формы или передачей ей импульса. Натяжение струны стремится вернуть ее в изначальное прямолинейное положение, и это приводит к тому, что возникает движение элементов струны. Возмущения бегут вдоль струны.

Скорость распространения подобного возмущения можно вычислить по формуле 1.

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}, \quad (1)$$

где T —сила натяжения струны, ρ_l погонная плотность струны.

При заданной частоте ν длина волны определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{u}{\nu} \quad (2)$$

Частоты собственных колебаний струны определяются формулой:

$$\nu_n = n \frac{u}{2L}, \quad (3)$$

где n —число полуволн, L — длина струны.

2 Экспериментальная установка

На Рисунке 1 представлена схема экспериментальной установки. Устроена она следующим образом: Стальная гитарная струна 1 закрепляется в горизонтальном положении между двумя стойками с зажимами 2 и 3, расположенными на массивной станине 4. Один конец струны закреплен в зажиме 2 неподвижно. К противоположному концу струны, перекинутому через блок, прикреплен платформа с грузами 5, создающими натяжение струны. Зажим 3 можно передвигать по станине, устанавливая требуемую длину струны. Возбуждение и регистрация колебаний струны осуществляются с помощью электромагнитных датчиков (вибраторов), расположенных на станине под струной. Электромагнитный датчик 6 подключен к звуковому генератору 7 и служит для возбуждения колебаний струны, частота которых измеряется с помощью частотомера 10 (в некоторых установках частотомер встроен в генератор). Колебания струны регистрируются с помощью электромагнитного датчика 8, сигнал с которого передается на вход осциллографа 9. Разъёмы, через которые датчики с помощью кабелей соединяются с генератором и осциллографом, расположены на корпусе станины.

3 Выполнение работы

3.1 Подготовка

Мы работаем на установке №2. Освободим зажим на стойке 3, установим длину струны $L = 50$ см. Натянем струну с помощью грузов (их массы занесем в таблицу 2). Расположим возбуждающий датчик 6 возле неподвижной стойки 2.

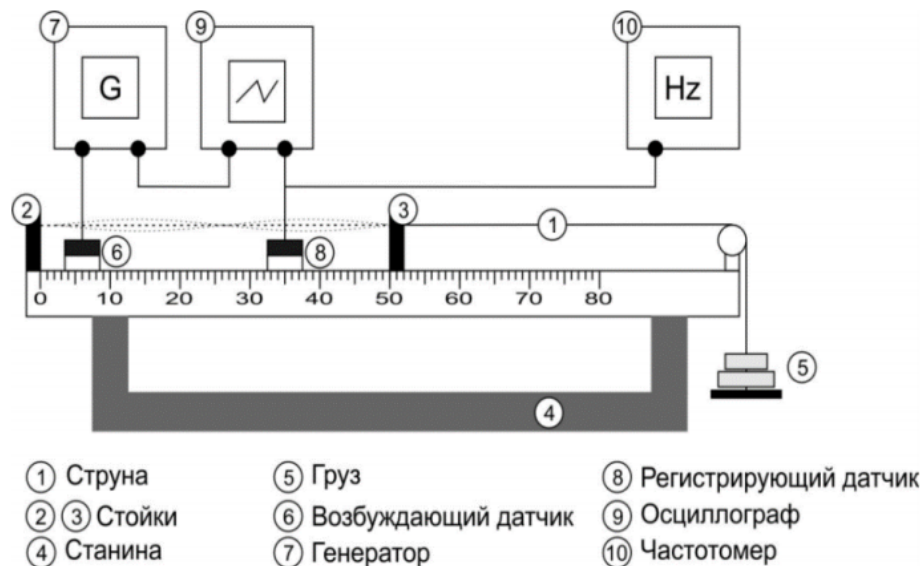


Рис. 1: Экспериментальная установка

Груз	подвес	кольцо	платформа	груз1	груз2	Σ_1	груз3	груз4	Σ_2
Масса груза M , г	108,1	1,175	106,9	493,2	493,4	12020,775	492,4	492,6	2187,775

Таблица 1: Масса грузов, используемых в ходе выполнения работы

3.2 Предварительные расчеты

Оцените скорость распространения волн по формуле (1), используя табличное значение плотности стали и приняв диаметр струны равным $d \approx 0,3$ мм. Для заданных значений длины струны и силы натяжения рассчитаем частоту основной гармоник ν_1 согласно (3). Получили $\nu_1 = 136,2 \text{ Hz}$.

3.3 Определение частоты первой гармоник по частотомеру

Подключаем звуковой генератор и частотомер. Частоту устанавливаем такую, как ν_1 из предыдущего пункта, а амплитуду напряжения ставим максимальной. Частоту будем менять в пределах $\nu_1 \pm 5 \text{ Hz}$

3.4 Частоты на более высоких гармониках

Пропорционально увеличивая частоту в n раз мы получаем картину стоячих волн на n -ой гармонике.

3.5 Работа с осциллографом

Проведем измерение частот не менее 5 нечетных ($n = 1, 3, 5, 7, 9$) гармоник стоячих волн при длине струны 50 см и массе грузов ≈ 1 кг. Для наблюдения нечетных гармоник регистрирующий датчик следует размещать в центре под струной (как для основной гармоник).

Измерим частоты четных ($n = 2, 4, \dots$) гармоник.

По результатам этих измерений построим графики $\nu_n(n)$ для различных T . Определим скорости волн n и оценим ее погрешность. Погрешности ν принимаем 0,2 Гц.

№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	ν_{th}
ν	136,2	276	413,2	552	690,4	815,3	971,5	1086,4	1256	132
u	136,2	137,9	137,7	138	138,1	136,9	138,7	136,8	139,6	137,7

Таблица 2: Для натяжения $T_1 = 10,5 \text{ Н}$

№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	ν_{th}
ν	162,6	327,3	491,4	656	821,2	986,3	1152,1	1319,7	1485,9	164
u	162,6	163,7	163,8	164	164,2	164,4	164,6	165	165,1	$\bar{u} = 164,2$

Таблица 3: Для натяжения $T_2 = 15,3\text{Н}$

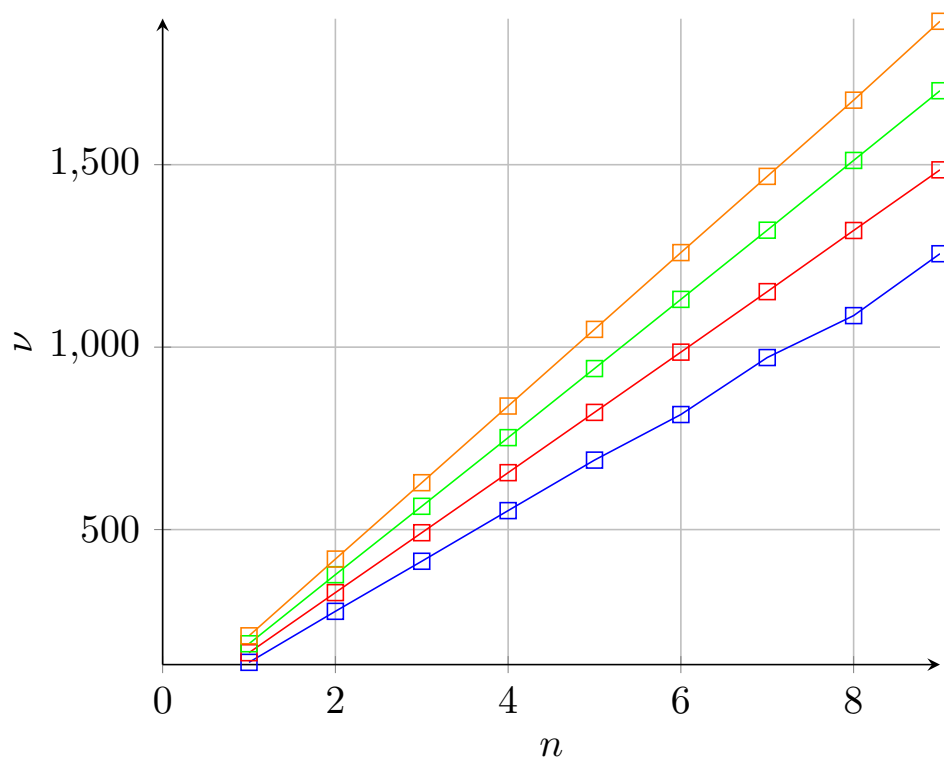
№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	ν_{th}
ν	187,1	376,4	563,8	752	941,3	1130,9	1320,5	1511,7	1702,7	188
u	187,1	188,2	187,9	188	188,3	188,5	189,	189	189,2	$\bar{u} = 188,3$

Таблица 4: Для натяжения $T_3 = 20,1\text{Н}$

№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	ν_{th}
ν	208,9	419,2	628,5	838,6	1048,7	1259,1	1468	1676,8	1893	209,8
u	208,9	209,6	209,5	209,7	209,7	209,9	209,7	209,6	210,3	$\bar{u} = 209,7$

Таблица 5: Для натяжения $T_3 = 25\text{Н}$

Теперь посмстроим графики ν_n :



Из полученного графика определим коэффициенты угла наклона прямых, они то и будут равны $\frac{u}{2L}$, поэтому мы определим значения скоростей u и занесем их в таблицы 2, 3, 4, 5.

3.6 Фигуры Лиссажу

Уменьшим частоту возбуждения в два раза, для нас это значение равно $\nu = \frac{\nu_1}{2} = 95,7 \text{ Hz}$. Фигура, появившаяся на экране осциллографа:

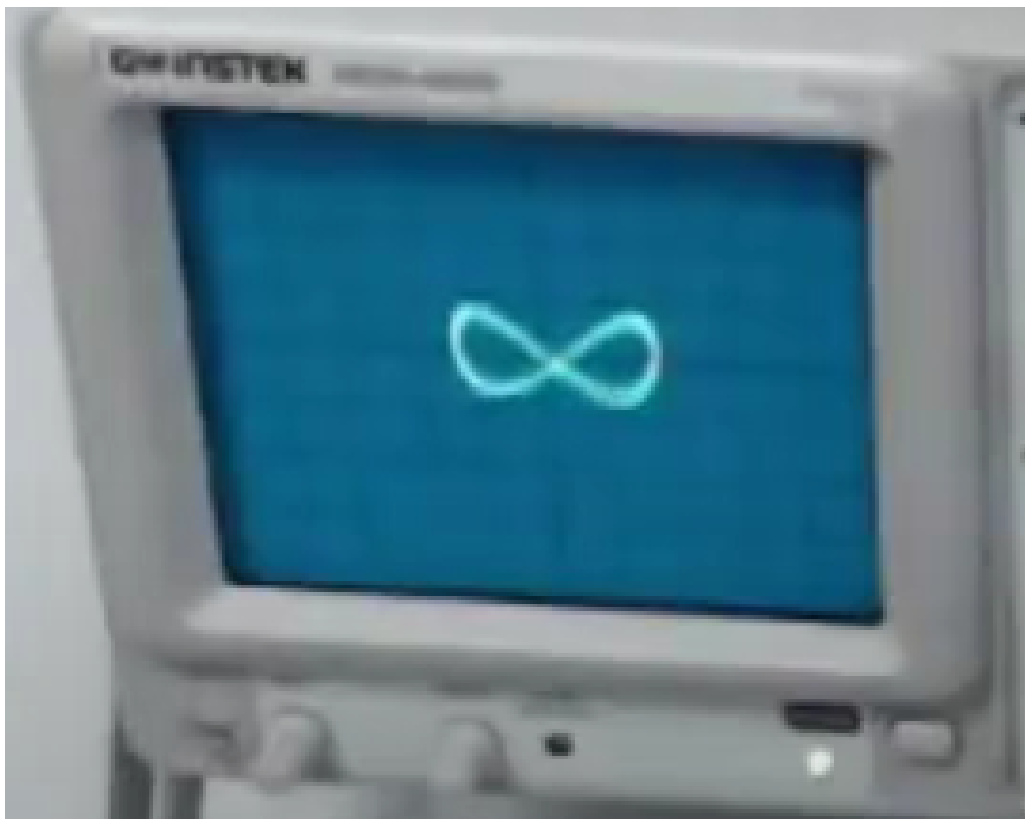


Рис. 2: Фигура Лиссажу

3.7 Добротность

Определим добротность Q струны как колебательной системы, измерив её амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) вблизи одной из резонансных частот (ν_1 или ν_3) для нескольких натяжений струны (по указанию преподавателя). Для расчетов используем $Q = \frac{\nu_{resonance}}{\Delta\nu}$.

3.8 Ещё график

Построим график зависимости $u^2(T)$. Определим погонную плотность ρ_l струны и оценим погрешность результата. Сравним результаты с указанными на установке.

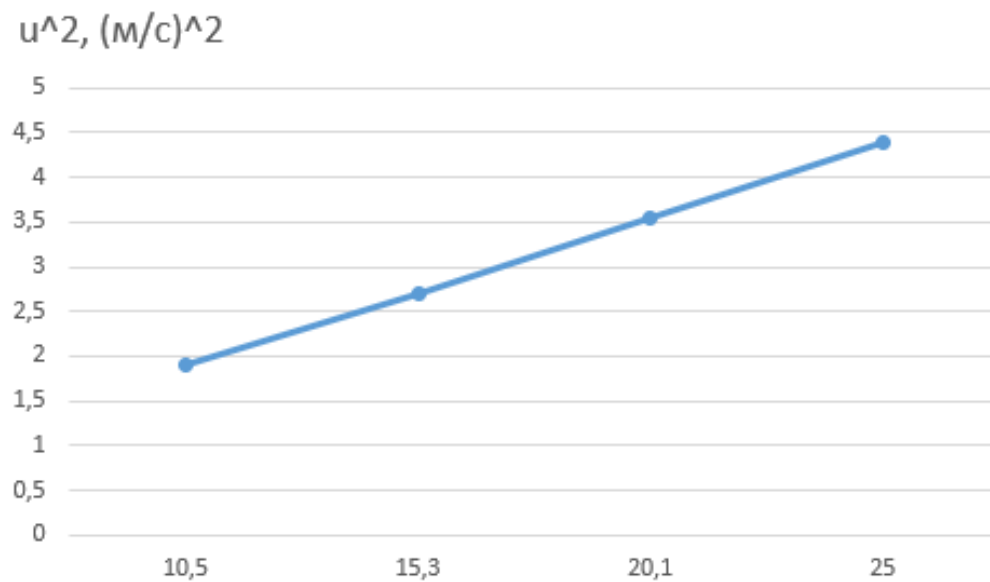
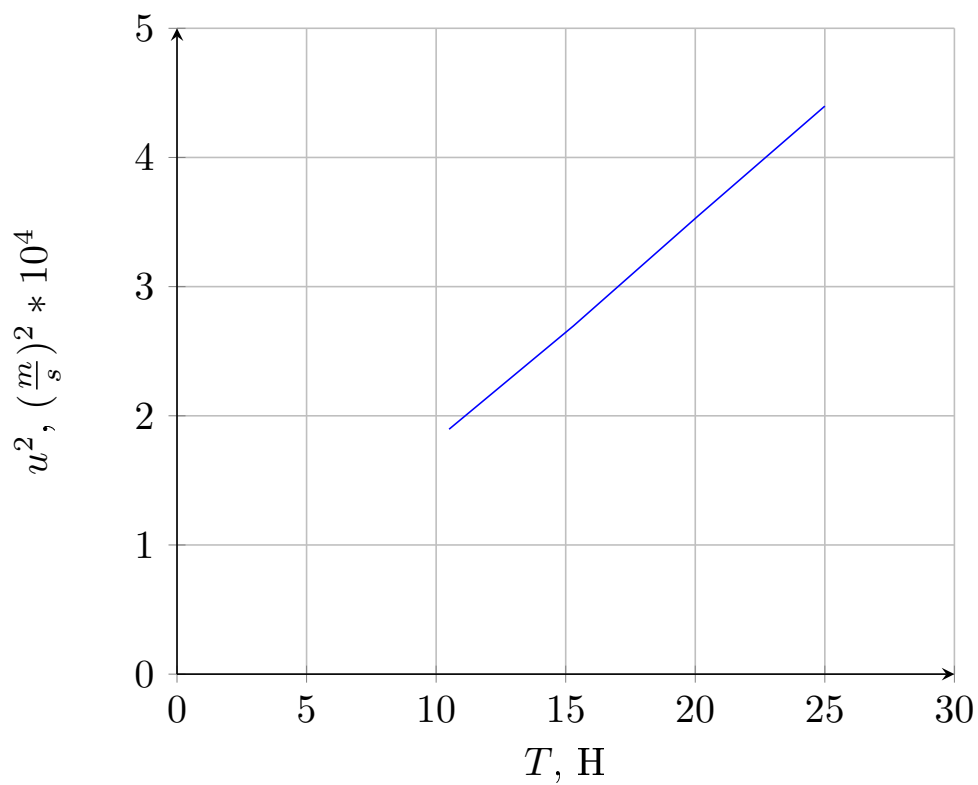


Рис. 3: График зависимости $u^2(T)$



\bar{u}	137,7	164,2	188,3	209,7
σ_u	2	8	4	3
ε_u	0,017	0,048	0,020	0,015

Таблица 6: Определение погрешности измерения скорости

4 Выводы

1. Во время выполнения работы было подтверждено несколько теоретических зависимостей между физическими величинами. С точностью $\varepsilon_{\nu_1} = 0,022$ подтверждена формула для определения ча-

стот гармоник струны. С точностью $\overline{\varepsilon_u} = 0,03$ подтверждена формула для определения скорости распространения волны в твердом теле под действием внешней силы.

2. Графики очень хорошо отображают линейную зависимость.
3. Геометрические размеры тел определены не так точно, как хотелось бы, но результаты не очень различны.
4. Удалось зафиксировать фигуру Лиссажу
5. Из-за большой погрешности амплитуды не удалось определить добротность осциллятора.