Задача 8.4

8.4. Две линейки, собственная длина каждой из которых равна l_0, движутся навстречу друг другу параллельно общей оси с релятивистскими скоростями. Наблюдатель, связанный с одной из них, зафиксировал, что между совпадениями левых и правых концов линеек прошло время τ. Какова относительная скорость линеек?

Т.к. движущаяся линейка короче, сначала совпадают правые концы, при этом расстояние между левыми концами$=\triangle x$ и

$\triangle x = v \cdot \tau$, где v-относительная скорость; Тогда остальное арифметика:

$l_0 - \triangle x = l_0 - v \cdot \tau = l_0 \frac{1}{\gamma} \Rightarrow l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$

$l_0^2 (1 - \frac{v^2}{c^2}) = l_0^2 - 2 l_0 v \tau + v^2 \tau^2 \Rightarrow -l_0^2 \frac{v^2}{c^2} = v^2 \tau^2 - 2 l_0 v \tau;$

$v^2 (\tau^2 + \frac{l_0^2}{c^2}) - v(2 l_0 \tau) = 0 \Rightarrow v = \frac{2 l_0 \tau}{\tau^2 + \frac{l_0^2}{c^2}};$

$v_{\text{отн}} = \frac{2 l_0 c^2 \tau}{c^2 \tau^2 + l_0^2}$

==

Задача 8.79

8.79. Тонкий стержень пролетает с большой скоростью мимо метки, помещенной в лабораторной системе отсчета K. Известно, что промежуток времени прохождения концов стержня мимо метки составил $\Delta t = 3$ нс в системе K и $\Delta t' = 5$ нс в системе отсчета K', связанной со стержнем. Определить собственную длину стержня, т. е. длину в системе K'.

В К системе длина стержня l' короче чем в K' (l_0). Соотношение между ними: $l_0 = \gamma l'$;

Естественно время пролета в К системе $(\triangle t)$ меньше чем в $K'(\triangle t')$, поэтому: $\triangle t' = \gamma \triangle t$;

Скорость движения $v = \frac{l'}{\triangle t} = \frac{l_0}{\gamma \triangle t} = \frac{l_0}{\triangle t'}$; Откуда

$$\gamma = \frac{\triangle t'}{\triangle t} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{l_0}{c\triangle t'}\right)^2}};$$

$$\left(\frac{\triangle t}{\triangle t'}\right)^2 = 1 - \left(\frac{l_0}{c\triangle t'}\right)^2;$$

$$l_0^2 = (\triangle t'^2 - \triangle t^2)c^2 = 16 \cdot 9 \cdot 10^2;$$

$l_0 = 120$ **см;**

==

Задача 8.30

8.30. Вслед космическому кораблю, удаляющемуся от Земли со скоростью $v = 0{,}8c$, каждую секунду посылают сигналы точного времени. Какое время между поступлением двух сигналов будет проходить по корабельным часам?

Для определения промежутка времени на корабле ($\triangle t'$) надо рассчитать время прихода двух импульсов, учитывая увеличение расстояния до корабля.

1)

- t_0 **- время излучения 1-го импульса;**
- t_1 **- время приема 1-го импульса;**
- $l_1 = c(t_1 - t_0)$ **- место приема 1-го импульса;**

2)

- $t_0 + \triangle t$ **- время излучения 2-го импульса;**
- t_2 **- время приема 2-го импульса;**
- $l_2 = l_1 + v\triangle t = c(t_2 - t_0 - \triangle t)$ **- место приема 2-го импульса;**

Увеличение расстояния между двумя импульсами $= v \cdot \triangle t$
$l_2 - l_1 = c[(t_2 - t_0 - \triangle t) - (t_1 - t_0)] = v \cdot \triangle t \Rightarrow$

$\triangle t' = t_2 - t_1 = (1 + \frac{v}{c})\triangle t$

Перейдем в систему ракеты. При этом интервал прихода импульсов на корабль по часам Земли $\triangle t'$ преобразуется в интервал по часам корабля:

$\triangle t' \Rightarrow \triangle t'\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (1 + \frac{v}{c})\triangle t$; **Тогда**

$\triangle t' = \triangle t\frac{1+\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \triangle t\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$;

Окончательно

$\triangle t' = \triangle t\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} = \sqrt{\frac{1.8}{0.2}} = 3$ **с.**

===

Задача 8.77

8.77. Близнецы Петр и Павел расстались в тот день, когда им исполнилось по 21 году. Петр отправился в направлении оси x на 7 лет своего времени со скоростью 24/25 скорости света, после чего сменил скорость на обратную и за 7 лет вернулся назад, тогда как Павел оставался на Земле. Определить возраст близнецов в момент их встречи.

$\tau = 2 \cdot 7 = 14$ **лет - время полета** Π_1**;**

$t = \gamma\tau$ **- время прошедшее у** Π_2**;**

$t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{14}{\sqrt{1-\left(\frac{24}{25}\right)^2}} = 50$ **лет;**

$\tau_1 = 21 + 14 = 35$ **лет;**

$\tau_2 = 21 + 50 = 71$ **год;**

==