

## Семинар 8

Динамика релятивистских частиц. Релятивистские столкновения.

12. Найти скорость электрона, имеющего кинетическую энергию 1) 1 эВ, 2) 1 МэВ.

Энергия покоя электрона  $m_e c^2 \approx 0,5$  МэВ.

Ответ: 1)  $6 \cdot 10^5$  м/с, 2)  $2,8 \cdot 10^8$  м/с.

Решение.

$$K = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 = (\gamma - 1) m_e c^2$$

$$\Rightarrow \gamma = 1 + \frac{K}{m_e c^2} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{K}{m_e c^2}\right)^{-2}} \approx c \sqrt{\frac{2K}{m_e c^2}} \text{ при } \frac{v}{c} \ll 1$$

$$1) K_1 = 1 \text{ эВ} \ll m_e c^2$$

$$\Rightarrow v = c \sqrt{\frac{2K_1}{m_e c^2}} \approx 2 \cdot 10^{-3} c = 6 \cdot 10^5 \text{ м/с}$$

$$2) K_2 = 1 \text{ МэВ}$$

$$\Rightarrow v = c \sqrt{1 - (1 + 2)^{-2}} \approx c \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

13. Исходно покоящееся ядро цезия-137 испустило фотон с энергией  $E = 1$  МэВ. Найти скорость, которую приобрело ядро.

Ответ:  $v \approx 4 \cdot 10^{-3}c \approx 1,2 \cdot 10^6$  м/с.

Решение.

Суммарный импульс равен 0  $\Rightarrow p_\phi = p_{Cs}$

$$p_\phi = \frac{E_\phi}{c} \quad (m_\phi = 0) \Rightarrow p_\phi c^2 = E_\phi c$$

$$\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v} \Rightarrow v = \frac{pc^2}{E} = \frac{pc^2}{\sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2}} \approx$$

$$pc \ll m_e c^2 \quad (m_e = m_{Cs})$$

$$\Rightarrow v \approx \frac{E_\phi c}{m_e c^2} = \frac{E_\phi}{m_e c} \approx \dots$$

8.43. Релятивистский  $\pi^0$ -мезон (энергия покоя  $m_0 c^2$ ) распадается на лету на два фотона с энергиями  $E_1$  и  $E_2$ . Найти угол  $\theta$  между направлениями разлета фотонов.

Решение.

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

В системе центра масс!

$$\begin{aligned}(m_0 c^2)^2 &= (E_1 + E_2)^2 - c^2 (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = \\ &= (E_1 + E_2)^2 - c^2 (p_1^2 + p_2^2 + 2 p_1 p_2 \cos \theta)\end{aligned}$$

$$m_\varphi = 0 \Rightarrow E = pc$$

$$\begin{aligned}(m_0 c^2)^2 &= (E_1 + E_2)^2 - (E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos \theta) = \\ &= 2 E_1 E_2 (1 - \cos \theta)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = 1 - \frac{(m_0 c^2)^2}{2 E_1 E_2}$$

**8.59.** Две одинаковые частицы (например, два протона), ускоренные до одной и той же энергии  $E = 10$  ГэВ, движутся навстречу друг другу и сталкиваются между собой. Рассмотрев тот же процесс в системе отсчета, связанной с одной из частиц, в которой частица-мишень покоится, а другая движется навстречу ей. Определить энергию  $E'$  второй частицы в этой системе. (Принцип ускорителя на встречных пучках.)

Решение.

$$E = 10 \text{ ГэВ} \quad E_0 = 938,3 \text{ МэВ} \approx 0,94 \text{ ГэВ}$$

$$E = \gamma m_0 c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} \quad (\text{ЛСО}).$$

В движущейся системе:

$$E' = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta_{\text{отн}}^2}}; \quad v_x' = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x v}{c^2}} = \frac{2v_x}{1 + \frac{v_x^2}{c^2}} \approx 2v$$

$$\beta_{\text{отн}} = \frac{2\beta}{1+\beta^2}$$

$$1 - \beta_{\text{отн}}^2 = 1 - \frac{4\beta^2}{(1+\beta^2)^2} = \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}\right)^2$$

$$\sqrt{1-\beta_{\text{отн}}^2} = \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} = \frac{(E_0/E)^2}{2 - (E_0/E)^2} = \frac{E_0^2}{2E^2 - E_0^2}$$

$$\Rightarrow E' = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta_{\text{отн}}^2}} = \frac{2E^2 - E_0^2}{E_0} = \frac{2 \cdot 10^2 - 0,94^2}{0,94} \approx 213 \text{ ГэВ}$$

8.47. При столкновении протонов высоких энергий могут образовываться антипротоны  $\bar{p}$  согласно реакции  $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$ . Какой минимальной (пороговой) кинетической энергией должен обладать протон, чтобы при его столкновении с покоящимся протоном была возможна такая реакция?

Решение.

Рассмотрим систему в  $\text{C.O}$  центра масс:  
Затраченная энергия минимальна, если  
4 образовавшиеся частицы покоятся.

$$E = 2m_p c^2 \Rightarrow 2E = 4m_p c^2 = 2E_0$$

где  $E_0$  — энергия покоя протона.

Энергия до столкновения:  $\sqrt{E_0^2 + (pc)^2}$

Импульс сохраняется:  $p = \text{const}$ .

$$\sqrt{E_0^2 + (pc)^2} + E_0 = \sqrt{(2E)^2 + (pc)^2}$$

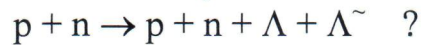
$$(pc)^2 = \frac{4(E^4 - E^2 E_0^2)}{E_0^2}$$

Кинетическая энергия:

$$K = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2} - E_0 = 2\left(\frac{E^2}{E_0} - E_0\right)$$



8.48. Какой минимальной кинетической энергией должен обладать протон, чтобы при его столкновении с покоящимся нейтроном была возможна реакция



Массы частиц, участвующих в реакции:

$$m_p = 1836m_e, m_n = 1838m_e, m_\Lambda = m_{\bar{\Lambda}} = 2183m_e.$$

Различием масс протона и нейтрона можно пренебречь.

Решение.

Энергия частиц:  $E^2 = E_0^2 + (pc)^2$

$$\Rightarrow \sqrt{E_0^2 + (pc)^2} + E_0 = \sqrt{(2E_0 + 2E_{\Lambda_0})^2 + (pc)^2}$$

K минимальна, когда в системе центра масс образовавшиеся частицы покоятся.

Импульс сохраняется  $\Rightarrow p = \text{const.}$

Обозначим:  $2E_0 + 2E_{\Lambda_0} = 2E_c$

$$E_0^2 + (pc)^2 + E_0^2 + 2E_0\sqrt{E_0^2 + (pc)^2} = 4E_c^2 + (pc)^2;$$

$$\sqrt{E_0^2 + (pc)^2} = \frac{2E_c^2 - E_0^2}{E_0};$$

$$(pc)^2 = \frac{4(E_c^4 - E_c^2 E_0^2)}{E_0^2};$$

Кинетическая энергия:

$$K = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2} - E_0 = 2\left(\frac{E_c^2}{E_0} - E_0\right) \approx 7,08 \text{ ГэВ.}$$