Второе начало термодинамики. Тепловые машины. Изменение энтропии в тепловых процессах.

Задачи:3.25, 3.43, T1, 4.80

ЗАДАНИЕ:3.52, 3.47, 4.15, 4.78

1) 2 начало.

1. Для любой квазиравновесной ТД системы существует однозначная функция состояния - **энтропия**

$dS = \frac{\delta Q}{T}$-приведенная теплота.
-В состоянии равновесия $S = S_{max}$;
-Энтропия изолированной системы может только увеличиваться $S \geq 0$;
- В обратимых процессах $\Delta S = 0$;

2. **Постулат Клаузиуса:** Невозможен процесс, единственным результатом которого является передача тепла от холодного тела горячему.

3. **Постулат Томпсона(Кельвина):** Невозможен процесс, единственным результатом которого является производство работы за счет охлаждения теплового резервуара.

4. **Энтропия идеального газа.** Для одного моля:

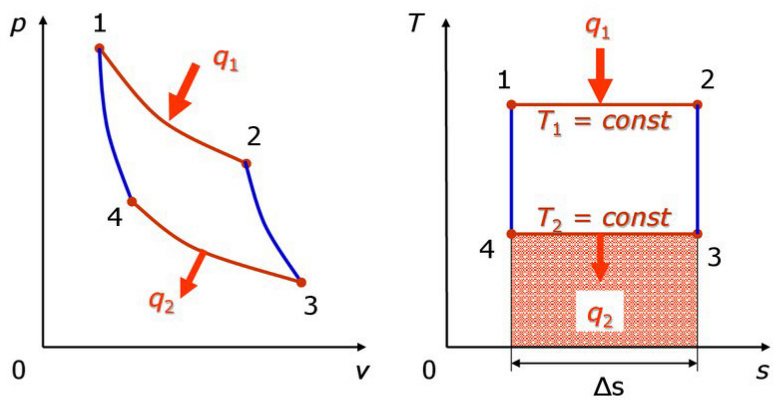
$$S(V,T) = S_0 + C_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$$
$$S(T,P) = S_0' + C_P \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0}$$
$$S(V,T) = S_0'' + C_V \ln \frac{P}{P_0} + C_P \ln \frac{V}{V_0}$$

2)**3 начало. Теорема Нернста.**

Всякий термодинамический процесс, протекающий при фиксированной температуре T, сколь угодно близкой к нулю, $T \to 0$, не должен сопровождаться изменением энтропии S, то есть энтропия любой системы при абсолютном нуле температуры, T=0, является универсальной постоянной S_0, не зависящей ни от каких переменных параметров (давления, объема и т. п.). Энтропия принимает абсолютные значения.

Значение $S_0 = 0$ (Планк).

3) Цикл Карно.



Процесс, называемый циклом Карно, превращает тепло в работу наиболее эффективным образом, т.е. с максимальным КПД η.

Процесс представляет собой замкнутый цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, представленный на рисунке в координатах

PV и TS, где S - энтропия. Из рисунка TS следует, что для любого цикла при тех же температурах нагревателя и холодильника T_1 и T_2 его площадь будет меньше приведенной, т.к. цикл будет вписан в прямоугольник и его КПД меньше КПД цикла Карно $\eta < \eta_K$.

По определению КПД $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$;

Энтропия - функция состояния, поэтому ее изменение за цикл равно нулю. Тогда

$\oint dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_1} - \int_3^4 \frac{\delta Q}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow$

$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, где холодильником ($T_2$) может служить атмосфера.

Для паровой турбины T_1 = 800 K и T_2 = 300 K и значение максимального КПД для цикла Карно

$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0.62 = 62\%$

Из за потерь реальное значение КПД 40%. Максимальное значение КПД - около 44% - имеют двигатели внутреннего сгорания.

4) Обратный цикл Карно - холодильник и тепловой насос.

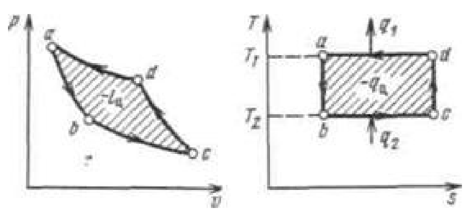


Рис. 1: Обратный цикл Карно в P,V- и T, S-диаграммах.

Процесс, в котором теплота забирается у менее нагретого тела и отдается более нагретому телу в результате совершения работы над системой внешними телами, называется обратным. По обратному циклу работают холодильные машины и тепловые насосы.

Пусть цикл Карно идет в обратном направлении. Рабочее тело с начальными параметрами точки а расширяется адиабатно, совершая работу расширения за счет внутренней энергии, и охлаждается от температуры T_1 до температуры T_2. Дальнейшее расширение происходит по изотерме, и рабочее тело отбирает от нижнего источника с температурой T_2 теплоту Q_2. Далее газ подвергается сжатию сначала по адиабате, и его температура от T_2 повышается до T_1, а затем — по изотерме (T_1=const). При этом рабочее тело отдает верхнему источнику с температурой T_1 количество теплоты Q_1.

Описанный цикл теплового двигателя является полностью обратным циклом Карно. То есть все процессы, из которых он состоит, могут быть обращены вспять, и в этом случае цикл становится **холодильным циклом Карно**.

Тепло поглощается из низкотемпературного резервуара и отдается в высокотемпературный резервуар. **Для выполнения такого процесса**

требуется выполнение работы!.

Поскольку в обратном цикле сжатие рабочего тела происходит при более высокой температуре, чем расширение, работа сжатия, совершаемая внешними силами, больше работы расширения на величину площади abcd, ограниченной контуром цикла. Эта работа превращается в теплоту и вместе с теплотой Q_2 передается верхнему источнику. Таким образом, затратив на осуществление обратного цикла работу A_c, можно перенести теплоту от источника с низкой температурой к источнику с более высокой температурой. При этом нижний источник отдаст количество теплоты Q_2, а верхний получит количество теплоты Q_1. Работа $A_c = Q_l - Q_2$.

Обратный цикл Карно является идеальным циклом холодильных установок и так называемых тепловых насосов.

ХОЛОДИЛЬНИК

1. Какая работа совершается в холодильнике?

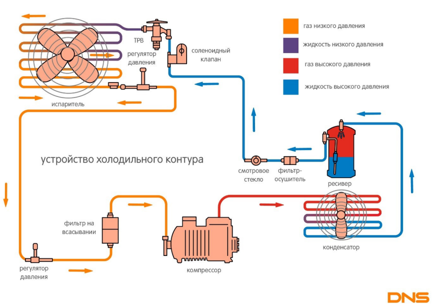


Рис. 2: Схема работы холодильника.

Принцип работы заключается в том, что влага при испарении поглощает тепло. А при конденсации, наоборот, тепло выделяется. В холодильных машинах по замкнутому кругу двигается специальная жидкость (хладагент). Хладагент испаряется в испарителе и конденсируется в конденсаторе. При этом испаритель охлаждается, а конденсатор греется.

Чтобы хладагент испарялся и конденсировался в нужных местах, в холодильном контуре должны присутствовать два элемента – компрессор и дросселирующее устройство.

Компрессор сжимает газообразный хладагент в конденсаторе, где он под действием высокого давления переходит в жидкую форму, выделяя тепло. При этом компрессор выполняет работу A_c. Дросселирующее устройство затрудняет движение хладагента и поддерживает высокое давление в конденсаторе. После дросселя давление в контуре намного ниже, и попавший туда хладагент начинает испаряться внутри испарителя, поглощая тепло. Далее он, уже в газообразном виде, снова попадает в компрессор, и цикл повторяется.

При одинаковых условиях разные жидкости имеют разные температуры кипения, так, например, при нормальном атмосферном давлении вода закипает при температуре +100С, этиловый спирт +78С, фреон R-22 минус 40,8С, фреон R-502 минус 45,6С, фреон R-407 минус 43,56С, жидкий азот минус 174С.

2. КПД холодильника.

Эффективность холодильной установки оценивается холодильным коэффициентом, определяемым как отношение количества теплоты, отнятой за цикл от холодильной камеры, к затраченной в цикле работе:

$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2};$

Холодильную установку можно использовать в качестве теплового насоса. Если Q_2 — количество теплоты, взятое от наружной атмосферы, а А — расход электроэнергии, то количество теплоты приходящей в помещение $Q_1 = Q_2 + A$.

Характеристикой насоса является отопительный коэффициент

$\varepsilon_n = \frac{|Q_1|}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$

На фото изображен пример извлечения тепла Q_2 из резервуара (грунт).

В трубах часто используют пропиленгликоль, который забирает тепло земли, передает его хладагенту, и остыв, снова отправляется в грунтовый коллектор.

Проблема: Чтобы обогреть дом 100 кв.м. потребуется около 5 соток на участке для коллектора, и над коллектором нельзя будет возводить капитальных строений и сажать деревья с мощной корневой системой.

Тепловой насос выдает в 3-7 раз больше тепловой энергии, чем тратит электроэнергии.

==

Задача 3-25

3.25. Какую максимальную работу можно получить от периодически действующей тепловой машины, нагревателем которой служит $m_1 = 1$ кг воды при начальной температуре $T_1 = 373$ K, а холодильником $m_2 = 1$кг льда при температуре $T_2 = 273$ K, к моменту, когда растает весь лед? Чему будет равна температура воды в этот момент? Удельная теплота плавления льда $q = 80$ ккал/кг. Зависимостью теплоемкости воды от температуры пренебречь.

Ответ: $A_{max} = \triangle Q_1 - \triangle Q_2$, где Q_1 - теплота нагревателя, а Q_2 холодильника.

1) В процессе работы тепловой машины T_1 меняется и уменьшается до T_k, поэтому $\delta Q = Cm_1 dT$

Интегрируя получим $\triangle Q_1 = \int_{T_1}^{T_k} Cm_1 dT = Cm_1(T_1 - T_k)$;

$T_2 = const$ и $\triangle Q_2 = qm_2$. Откуда

$A_{max} = Cm_1(T_1 - T_k) - qm_2$;
Остается найти T_k;

2) Энтропия в цикле Карно сохраняется, откуда $\frac{\triangle Q_1}{T_1} = \frac{\triangle Q_2}{T_2} \Rightarrow$;

$\frac{\triangle Q_2}{T_2} = \int_{T_1}^{T_k} \frac{\delta Q}{T} dT = -Cm_1{}_{T_1}^{T_k} \frac{dT}{T} = -Cm_1 \ln \frac{T_k}{T_1}$;

$\frac{qm_2}{T_2} = -Cm_1 \ln \frac{T_k}{T_1}$ и

$T_k = T_1 e^{-\frac{qm_2}{cm_1 T_2}} = 278$ K;

$A_{max} = cm_1 T_1 (1 - e^{-\frac{qm_2}{cm_1 T_2}}) - qm_2 = 62$ кДж;

где C $\simeq$ 4217 Дж/(кг K) - удельная теплоемкость воды.

Задача 3-43

3.43. С помощью бензиновой горелки в помещении поддерживается температура $t_1 = -3$℃ при температуре на улице $t_2 = -23$℃ Предлагается использовать бензин в движке с КПД $\eta = 0{,}4(40\%)$, а с помощью полученной механической энергии запустить тепловой насос, перекачивающий по холодильному циклу теплоту с улицы в комнату. Какой должна быть в этом случае температура в помещении t_x? Движок находится вне помещения; расход бензина в нем такой же, как в горелке.

Процесс стационарный, поэтому рассматривать надо теплоту в единицу времени, т.е. мощность.

Введем обозначения:

T_0 - искомая температура в помещении при работе теплового насоса (ТН);

Мощность потока тепла из помещения на улицу пропорциональна разности температур с неизвестным коэффициентом k. Тогда

1. $N_0 = k(T_0 - T_2)$ - мощность ТН, поддерживающего разность температур $(t_x - t_2)$;

2. $N_1 = k(T_1 - T_2)$ - мощность горелки, поддерживающей разность температур $(t_1 - t_2)$;

3. N_2 - мощность ТН, отбираемая с улицы. Тогда можно записать:

$N_0 = N_2 + \eta N_1$, где ηN_1 - мощность горелки, передаваемя ТН;

Из цикла Карно $\frac{N_2}{T_2} = \frac{N_0}{T_0} \Rightarrow N_2 = \frac{T_2}{T_0} N_0 = \frac{T_2}{T_0}(N_2 + \eta N_1) \Rightarrow$

$N_2(1 - \frac{T_2}{T_0}) = \eta N_1 \frac{T_2}{T_0} = \eta k \frac{T_2}{T_0}(T_1 - T_2) = \eta \frac{T_2}{T_0} \frac{N_0}{T_0 - T_2}(T_1 - T_2)$;

$N_2(T_0 - T_2)^2 = N_0 \eta T_2 (T_1 - T_2)$; $\frac{N_0}{N_2} = \frac{T_0}{T_2} \Rightarrow$

$N_2(T_0 - T_2)^2 = \eta T_0 (T_1 - T_2)$; Обозначим $T_0 - T_2 = X \Rightarrow$

$X^2 - X\eta(T_1 - T_2) - \eta T_2 (T_1 - T_2) = 0$;

X=49 $\Rightarrow T_0 = T_2 + 49 \Rightarrow$
$T_0 = 299$ K $= 26^o C$

Задача Т-1

Т-1. В двух одинаковых изолированных сосудах находится по молю воздуха при $T_0 = 300$ К. Сосуды используются в качестве тепловых резервуаров для тепловой машины, работающей по обратному циклу. Найти минимальную работу, которую должна затратить машина, чтобы охладить газ в одном из сосудов до $T_1 = 200$ К. Какова будет конечная температура газа во втором сосуде? Теплоёмкостью сосудов и зависимостью теплоёмкости воздуха от температуры пренебречь.

Ответ: $A \approx 1$ кДж, $T_2 = 450$ К.

Эффективность холодильника оценивается холодильным коэффициентом $\varepsilon = \frac{Q_2}{A} \geq 1$, где Q_2 - тепло отведенное от холодильной камеры;

$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 2 \Rightarrow A = \frac{Q_2}{2}$;

$Q_2 = C_V \triangle T = \frac{5}{2} R \triangle T = 2.5 \cdot 8.3 \cdot 100 \simeq 2$ кДж;

А $\simeq 1$ кДж;

$\triangle Q_1 = \triangle Q_2 + A = \frac{3}{2} \triangle Q_2 \Rightarrow \triangle T_1 = \frac{3}{2} \triangle T_2 = 150$ К;

$T_2' = 300 + 150 = 450$ К;

Задача 4-80

4.80. На Венере атмосфера состоит из CO_2. Полагая CO_2 идеальным газом и атмосферу адиабатической, определить температуру на поверхности планеты, если плотность газа падает в $n = 2$ раза на высоте $H = 12{,}2$ км при ускорении силы тяжести $g = 8{,}87$ м/с^2. Молярная теплоемкость CO_2 в таких условиях $C_V = 5R$. Ускорение силы тяжести не зависит от высоты.

Указание. Адиабатической называется атмосфера, в которой порции газа, перемещаясь по вертикали без теплообмена, все время остаются в механическом равновесии.

Механическое равновесие атмосферы или ее стационарность означает, что в тонком слое dh разность давлений P и P+dP на верхнем и нижнем уровнях

$dP = -\rho g dh$; Знак минус т.к. dP и dh направлены противоположно.

Атмосфера адиабатическая, значит на разных уровнях выполняется уравнение

$PV^\gamma = const$, обозначим эту константу буквой $A = PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$;

По условию $C)_2$ газ идеальный, поэтому на любом уровне его состояние описывается уравнением

$PV = \frac{M}{\mu} RT$;

Используя уравнение адиабаты уравнение состояния газа можно записать в следующем виде:

$P_0 (\left(\frac{A}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\Big) = \frac{M}{\mu} RT_0$, откуда $A = \left(\frac{MRT_0}{\mu}\right)^\gamma P_0^{1-\gamma}$

Уравнение стационарности атмосферы можно переписать в следующем виде:

$dP = -\frac{M}{V} g dh = -\left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = -\frac{M}{A^{\frac{1}{\gamma}}} P^{\frac{1}{\gamma}} g dh =$

$$= -\frac{M}{\frac{MRT_0}{\mu}} P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} P^{\frac{1}{\gamma}} g dh = -BP^{\frac{1}{\gamma}} g dh;$$

$\int \frac{dP}{P^{\frac{1}{\gamma}}} = -Bg \int dh$; Откуда $\frac{\gamma}{\gamma-1} P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = -Bh + C$;

При $h = h_0, C = \frac{\gamma}{\gamma-1} P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow$

$$P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{B}{P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} h;$$

$\frac{B}{P_0^{\frac{R}{C_P}}} = \frac{\mu g}{RT_{0,}}$ Тогда

$P = P_0 \left(1 - \frac{R}{C_P} \frac{\mu g H}{RT_0}\right)^{\frac{C_P}{R}}$, т.к. $\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{R}{C_P}$;

Из этого выражения получаем искомое значение T_0:

$$T_0 = \frac{R}{C_P} \frac{\mu g H}{R} \frac{1}{1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{R}{C_P}}}$$

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{T}{T_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} \Rightarrow$$

$$T_0 = \frac{\mu g H}{C_P \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{R}{C_V}}\right]}$$