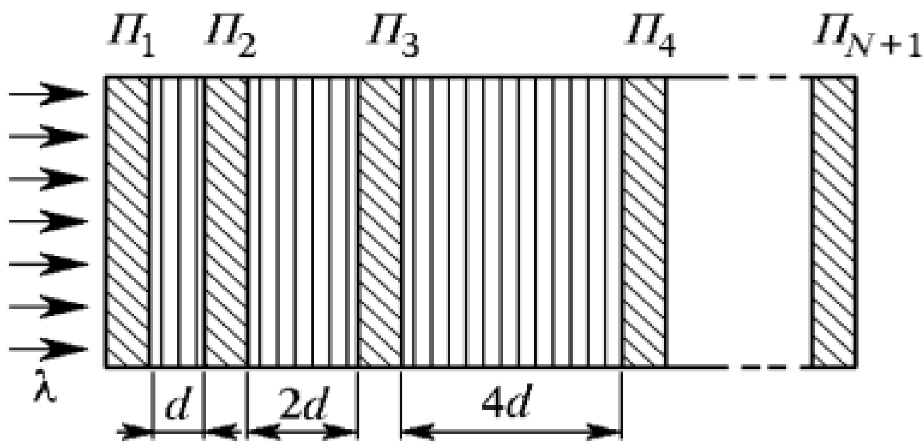
Интерференционно-поляризационный фильтр Лио

Семёнов Андрей Б02-010

31. 05. 2022

1 Постановка задачи

На систему, состоящую из чередующихся $N+1$ поляроидов и N пластинок кварца, вырезанных параллельно оптической оси, падает плоская монохроматическая волна длиной λ. Главные направления всех поляроидов параллельны и составляют угол $45°$ с оптической осью пластинок. Волна поляризована вдоль главного направления поляроида. Толщины пластинок равны d, $2d$, ..., $2(N-1)d$. Показатели преломления кварца равны n_o и n_e. **Определить амплитуду A волны на выходе из системы, если на входе она равна A_0.** Отражением света на границах пластинок и поляроидов пренебречь.**Чему равен коэффициент пропускания этой системы?**



1.1 Решение

Шаг.1 Сперва найдем амплитуду ну выходе из системы.

Т.к. волна поляризована вдоль главного направления поляроидов, то эта волна проходит сквозь Π_1 без поглощения. А после прохождения первой пластики d, имеющей быструю и медленную оси, выходят уже две волны, причем с ортогональными поляризациями и задержкой по фазе. Их амплитуды, по закону Малюса, равны:

$$\frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

А сдвиг фаз:

$$\Delta\varphi = kd(n_e - n_0)$$

Далее, каждая из этих волн проходит поляроид Π_2, поляризуется в его плоскости, а амплитуды становятся

$$\frac{A_0}{2}$$

А после прохождения второй пластинки и третьего поляроида мы уже получим 4 волны с амплитудами $A_0/4$ и взаимными фазами 0, φ, 2φ, 3φ.

Действительно, ведь пройдя пластинку $2d$ набег фаз между волной, которая вышла раньше всех из этих четырёх и той, которая вышла позже всех будет:

$$\Delta\varphi = 3kd(n_e - n_0)$$

А между другими двумя $2kd$, kd.
Итого, после поляроида $N+1$ выходит уже 2^N волн. Т.о. по принципу суперпозиции расчитаем их поле:

$$E = \left(\frac{A_0}{2^N}\right)\sum_{n=1}^{2^N} \exp in\varphi$$

Это можно вычислить как сумму геометрической прогрессии

$$E = \frac{A_0}{2^N}\frac{1-\exp i2^N\varphi}{1-\exp i\varphi}$$

Значит амплитуда волны на выходе из системы равна:

$$\mathbf{A} = |E| = \frac{A_0}{2^N}\left|\frac{\sin 2^{N-1}\varphi}{\sin\varphi/2}\right|$$

Шаг2. Найдём коэффициент пропускания системы по амплитуде.

Толщина n-й пластинки равна $2^{n-1}d$. Разность фаз:

$$\varphi_n = k2^{n-1}d(n_e - n_o) = 2^n\frac{\pi d}{\lambda}(n_e - n_o) = 2^n H$$

Коэф. пропускания

$$\tau_n = \cos^2\varphi_n/2 = \cos^2 2^{n-1}H$$

А для всего фильтра:

$$T = \cos^2 H\cdot\cos^2 2H\cdot ...\cdot\cos^2 2^{N-1}H = \left(\frac{\sin 2^N H}{2^N\sin H}\right)^2$$

$$T = \left(\frac{\sin\left(2^{N-1}kd(n_e - n_o)\right)}{2^{N-1}\sin\left(kd(n_e - n_o)\right)}\right)^2$$

Шаг3. Найдём разрешающую способность R.

$$m = \frac{\varphi}{2\pi}$$

Число интерферирующих лучей $= 2^N$

$$R = \frac{\varphi}{2\pi}2^N = \frac{d(n_e - n_o)2^N}{\lambda}$$

2 Численные оценки

2.1 Кварц

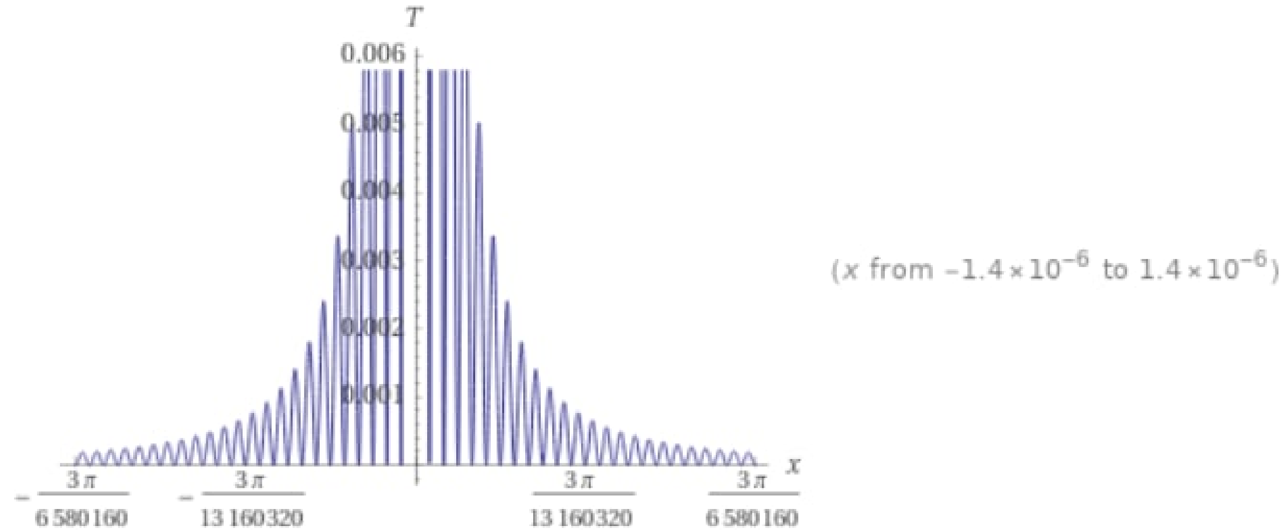
$$N = 10$$

$$\lambda = 550nm$$

$$n_o = 1.544$$

$$n_e = 1.553$$

График $T(d)$



2.2 Исландский шпат

$$N = 10$$

$$\lambda = 550nm$$

$$n_o = 1.658$$

$$n_e = 1.486$$

График $T(d)$
ну понятно.

3 Вывод

Мы рассмотрели интерференционно-поляризационный фильтр Лио. Вывели формулы для его разрешающей способности, коэффициента поглощения и амплитуды волны на выходе из такой системы. Также стоит заметить, что данный фильтр относится к классу полосовых фильтров, т.е. таких, которые пропускают определённый диапазон длин волн и блокируют другие. к этому классу также относится интерферометр Фабри-Перо. А полосовые фильтры активно используются в астрономии. Примерами использования фильтров Фабри-Перо и Лио являются Шведский солнечный телескоп и Голландский открытый телескоп (DOT).