

Первое начало термодинамики. Теплоёмкость.
Адиабатический и политропический процессы.

Задачи: 1.40, 1.54, 1.87, 2.6

ЗАДАНИЕ: 1.100, 1.47, 1.75, 1.83

Любая физическая теория - это модель, имеющая свои пределы применимости. Термодинамика (ТД) это не теория, это эмпирическая наука о движении тепла. Теория - это статфизика.

В термодинамике под состоянием понимают набор параметров (свойств) системы, количественно характеризующих эту систему. В качестве набора параметров в основном используют четыре величины: давление (P), температуру (T), объем (V), энтропию (S).

Функция состояния - количественная характеристика системы, которая зависит только от равновесного состояния системы и не зависит от того, по какой траектории в пространстве параметров достигнуто это состояние.

В ТД одной из основных функций состояния тел является **температура**.

Температура:

- определяется кинетической энергией хаотического движения молекул $\frac{mv^2}{2} = i \frac{k_B T}{2}$, где i-число степеней свободы и $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

-непосредственно не измеряется, нужен термометр

- Законы ТД применимы только к системам, находящимся в состоянии ТД равновесия, т.е. механического, теплового, химического и фазового равновесия.

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 0.1 \text{ кгс} \cdot \text{м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2 = 1 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 1 \text{ Кл} \cdot \text{В} = 10^7 \text{ эрг} = 6.2 \cdot 10^{18} \text{ эВ} = 0.24 \text{ калории}.$$

Для идеального газа внутренняя энергия $U = \frac{mv^2}{2}N = 3\frac{kT}{2}N = \frac{3}{2}kT \cdot N = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT$, где
 Газовая постоянная $R=kN_A=8.3\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$

1)

0 Начало: Изолированная ТД система самопроизвольно переходит в состояние ТД равновесия.

1 Начало: $\delta Q = dU + \delta A$, где A -работа системы. Это обобщение закона сохранения энергии.

Если $dV \neq 0$, то $\delta A = PdV$

Для идеального газа $\Delta U = \frac{m}{\mu}C_V\Delta T$
 т.к. U зависит только от температуры $U=U(T)$

2) Теплоемкость — количество теплоты, поглощаемой (выделяемой) телом в процессе нагревания (остывания) на 1 кельвин.

$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + P\frac{dV}{dT}$, где C может иметь любую величину и знак!

Теплоемкость зависит от процесса при котором происходит передача тепла.

- $T=\text{const} \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow C = \pm\infty$;

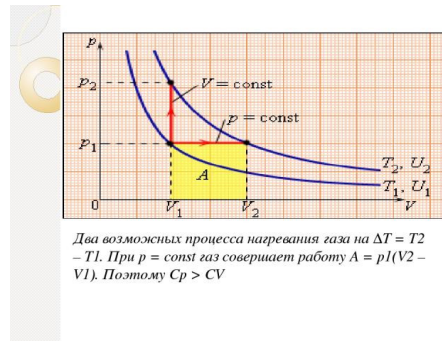
- $V=\text{const} \Rightarrow C = \frac{dU}{dT} = C_v \Rightarrow dU=C_vdT$; т.к. $\frac{dV}{dT} = 0$ при $V=\text{const}$.

- $P=\text{const} \Rightarrow C = C_p = C_v + P\frac{dV}{dT} = C_v + R$ для идеального газа.

3) Адиабата - ТД процесс без обмена теплотой: $\delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -A$, где A -работа системы.

4) Политропа - ТД процесс с постоянной теплоемкостью $C=\text{const}$
 Это, например, изотерма, адиабата, изохора;

Уравнение политропы для идеального газа: $PV^n = \text{const}$, где



$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v} \text{ или } TV^{n-1} = \text{const};$$

Теплота — это кинетическая часть внутренней энергии вещества, определяемая интенсивным хаотическим движением молекул и атомов, из которых это вещество состоит.

Теплота — это энергия (механическая или электромагнитная-излучение), переданная в ходе теплообмена.

Энергия может передаваться излучением от одного тела к другому и без их непосредственного контакта.

Количество теплоты не является функцией состояния.

Количество теплоты, полученное (отданное) системой в каком-либо процессе, зависит от способа, которым система была переведена из начального состояния в конечное.

=====

Задача 1-40

1.40. При некотором политропическом процессе гелий был сжат от начального объема в 4 л до конечного объема в 1 л. Давление при этом возросло от 1 до 8 атм. Найти теплоемкость C всей массы гелия, если его начальная температура была 300 К.

1 начало: $\delta Q = dU + Pdv$

Политропа: Теплоемкость $C = const = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + P \frac{dV}{dT}$

В общем случае внутренняя энергия U зависит от двух переменных $U=U(T,V)$ или $U=U(T,P)$ и $dU = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + (\frac{\partial U}{\partial V})_T dV$;

Для идеального газа взаимодействие молекул отсутствует, поэтому $U=U(T)$ только и $dU = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dU = C_V dT$;

Тогда $C = C_V + P \frac{dV}{dT}$;

Уравнение политропы: $PV^n = const$, где $n = \frac{C-C_P}{C-C_V} \Rightarrow$
 $C(n-1) = nC_V - C_P$ и $P \frac{dV}{dT} = -\frac{PV}{T} = -R$;

$C = \nu(frac{nC_V - C_P}{n-1})$; Для моля идеального газа $U = i \frac{RT}{2}$, где $i=3$ для одноатомного газа и $C_V = \frac{3}{2}R \Rightarrow$

Дифференцируя уравнение политропы по T , получим:
 $\frac{dP}{dT} V^n + nPV^{n-1} \frac{dV}{dT} = 0$, откуда $\frac{dP}{P} + n \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow$

$$n = -\frac{\ln \frac{P_1}{P_0}}{\ln \frac{V_1}{V_0}} = \frac{\ln 8}{\ln 4} = \frac{3 \ln 2}{2 \ln 2} \Rightarrow$$

$n = \frac{\frac{3}{2}C_V - C_P}{\frac{3}{2} - 1} = 3C_V - 2C_P = C_V - 2R = -0.5R$, т.к. $C_P = C_V + R$ для идеального газа.

$C = -0.5R$ для одного моля гелия.

$$\nu = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{4 \cdot 1 \text{ atm}}{0.082 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 0.16 \text{ моль.}$$

$$C = -0.16 \cdot 0.5 \cdot 2 \frac{\text{calor}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -0.16 \frac{\text{calor}}{\text{K}};$$

Задача 1-54

1.54. Моль идеального газа нагревают в цилиндре под невесомым поршнем, удерживаемым в положении равновесия пружиной, подчиняющейся закону Гука (рис. 379). Стенки цилиндра и поршень адиабатически, а дно проводит тепло. Начальный объем газа V_0 , при котором пружина не деформирована, подобран так, что $P_0 S^2 = kV_0$, где P_0 – наружное атмосферное давление, S – площадь поршня, k – коэффициент упругости пружины. Найти теплоемкость газа для этого процесса.

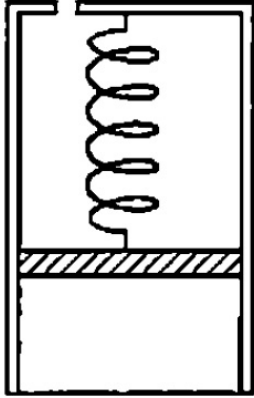


Рис. 379

$$1) \quad C = \text{const} = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + P \frac{dV}{dT} = C_V + P \frac{dV}{dT}$$

$$\begin{aligned} F &= PS = kX \Rightarrow SdP = k dX \\ k dX &= k \frac{dV}{S} \Rightarrow P = \frac{kV}{S^2}; \end{aligned}$$

$$2) \quad PV = RT \Rightarrow VdP + PdV = RdT. \text{ Деля на } PV \text{ получим}$$

$$\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = \frac{RdT}{PV} = \frac{dT}{T}$$

$$P_0 S^2 = kV_0 \Rightarrow dP = \frac{k dV}{S^2} \Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{k}{S^2} \frac{dV}{\frac{kV}{S^2}}$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{dV}{V} \Rightarrow 2 \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{V}{2T}$$

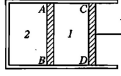
$$\frac{dV}{dT} = \frac{V}{2T}$$

$$3) \quad C = C_V + P \frac{dV}{dT} = C_V + \frac{PV}{2T} = C_V + \frac{R}{2};$$

$$C = C_V + \frac{R}{2};$$

Задача 1-87

1.87. Теплоизолированный сосуд разделен тонкой, неподвижной, теплопроводящей перегородкой AB на две части. В левой находится моль газообразного водорода, в правой — моль газообразного гелия (рис.). Начальное состояние системы равновесное, причем оба газа имеют одинаковое давление P_0 и одинаковую температуру $T_0 = 293$ К. Затем поршень CD адиабатически и квазистатически выдвигают, в результате чего объем гелия увеличивается в 2 раза. Какова будет установившаяся температура обоих газов после расширения?



$$\text{1 начало: } \delta Q = dU + \delta = dU + PdV = 0; \Rightarrow dU = -PdV = -\frac{RTdV}{V};$$

1) Газ совершает работу, за счет уменьшения внутренней энергии, т.к. обмена теплом нет $\delta Q = 0$;

2) В связи с теплообменом через перегородку AB , внутренняя энергия уменьшается как в водороде, так и в гелии, поэтому:

$$dU = (Cv(H_2) + Cv(He))dT = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right)RdT = 4RdT;$$

$$4RdT = -\frac{RTdV}{V} \Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{1}{4}\frac{dV}{V} \Rightarrow \ln \frac{T_1}{T_0} = -\frac{1}{4} \ln \frac{V_1}{V_0} = -\frac{1}{4} \ln 2;$$

$$T_1 = \frac{T_0}{\sqrt[4]{2}};$$

Задача 2-6

2.6. Измерением скорости звука в газе можно контролировать его чистоту. С какой относительной точностью $\Delta v_{зв}/v_{зв}$ нужно измерить скорость звука в гелии, чтобы можно было заметить в нем примесь аргона ($\mu = 40 \text{ г/моль}$) в количестве 1% (по количеству молей)?

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{(\frac{d\rho}{dP})_S}} = \sqrt{(\frac{dP}{d\rho})_S}$$

$$\text{Адиабата: } PV^\gamma = \text{const}; \gamma = \frac{C_P}{C_V}; \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{P}{\rho^\gamma} = \text{const}$$

$$P = A\rho^\gamma; \frac{\partial P}{\partial \rho} = A\gamma\rho^{\gamma-1} = \frac{\gamma P}{\rho};$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{m}{\mu} \frac{RT}{m} \frac{V}{V}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}};$$

$$V_s^2 = \frac{\gamma RT}{\mu};$$

$$V_{He}^2 - V_{sm}^2 = (V_{He} - V_{sm})(V_{He} + V_{sm}) \simeq 2V_{He}(V_{He} - V_{sm});$$

$$s = (V_{He} - V_{sm}) = \frac{V_{He}^2 - V_{sm}^2}{2V_{He}}$$

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{V_{sm}^2}{V_{He}^2} \right);$$

$$\frac{1}{\mu_{sm}} = \frac{1}{m_{sm}} \sum_i \frac{m_i}{\mu_i} = \sum_i \frac{\alpha_i}{\mu_i}, \text{ где } \alpha_i = \frac{m_i}{m_{sm}}$$

$$\gamma_{sm} = \frac{C_{Psm}}{C_{Vsm}} = \frac{\nu_{He} C_{PHe} + \nu_{Ar} C_{PAr}}{\nu_{He} C_{VHe} + \nu_{Ar} C_{VAr}}$$

$$V_{sm}^2 = RT \frac{\nu_{He} + \nu_{Ar}}{\nu_{He} \mu_{He} + \nu_{Ar} \mu_{Ar}} \frac{\nu_{He} C_{PHe} + \nu_{Ar} C_{PAr}}{\nu_{He} C_{VHe} + \nu_{Ar} C_{VAr}} \simeq 1.01 RT;$$

$$V_{sHe}^2 \simeq 1.1 RT$$

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{V_{sm}^2}{V_{He}^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1.01}{1.1} \right) = 0.04;$$

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} \simeq 0.04 \text{ для } 1$$