

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Исследование самовозбуждающихся режимов работы схемы Чуа.

Автор:
Шахматов Андрей Юрьевич
Б02-304

Долгопрудный 2024

Надо написать.

Введение

В современном мире проблема обеспечения безопасности информации становится все более актуальной. Одним из перспективных решений данной задачи является использование хаотических сигналов в качестве несущей волны. Такой подход значительно повышает уровень защиты данных, так как злоумышленник сталкивается с практически неразрешимой задачей расшифровки хаотического сигнала.

Для генерации хаотических сигналов широко применяется схема Чуа, включающая два конденсатора, индуктивность, сопротивление и нелинейный элемент — диод Чуа. Простота конструкции делает эту схему привлекательной для различных отраслей промышленности. Однако, несмотря на наличие теоретической модели, описывающей поведение схемы Чуа, её практическое применение сталкивается с рядом сложностей, такими как высокая чувствительность контура и ограниченная область хаотического поведения.

Целью данной работы является детальное исследование хаотических режимов работы схемы Чуа, а также устойчивых нехаотических режимов, сосуществующих с хаотическими.

Теоретическая часть

Хаотические системы

ТУТ НУЖНА ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СПРАВКА ПРО ХАОС

Устройство схемы Чуа

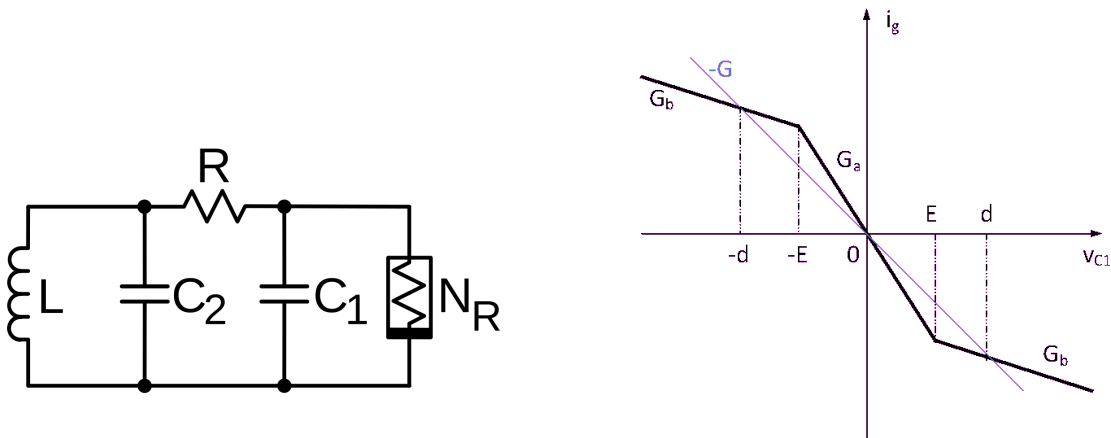


Рис. 1: Электрическая схема цепи Чуа и вольт-амперная характеристика диода Чуа N_R .

Классическая схема Чуа состоит из двух конденсаторов, сопротивления, индуктивности и диода Чуа. Диод Чуа возможно реализовать при помощи использования двух операционных усилителей и

шести резисторов (Рис. 2). Также в реальности использование физической индуктивности может приводить к плохим результатам из-за наличия большого внутреннего сопротивления. По этой причине в нашей работе индуктивность была заменена схемой на основе операционных усилителей — гиратором (Рис. 2). Эквивалентную индуктивность полученной схемы можно рассчитать

$$L = \frac{R_7 R_9 R_{10} C}{R_8}, \quad (1)$$

где R пронумерованы в порядке от верхнего к нижнему на схеме.

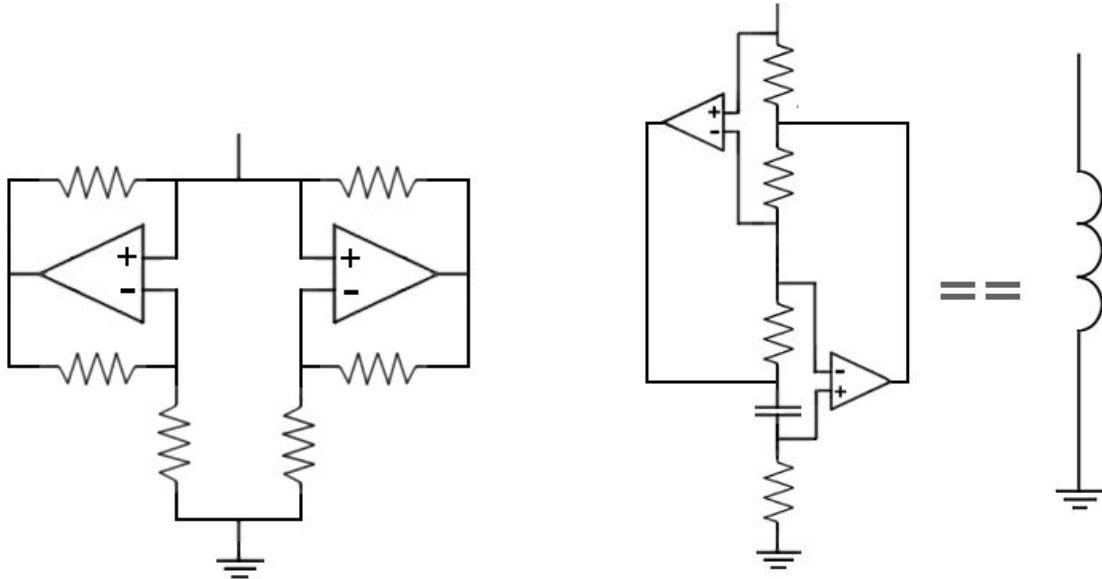


Рис. 2: Реализация диода Чуа на основе операционных усилителей и эквивалентная индуктивности схема гиратора.

Применяя полученные модификации получим исходную вариацию схемы с использованием только операционных усилителей, конденсаторов и сопротивлений (Рис. 3).

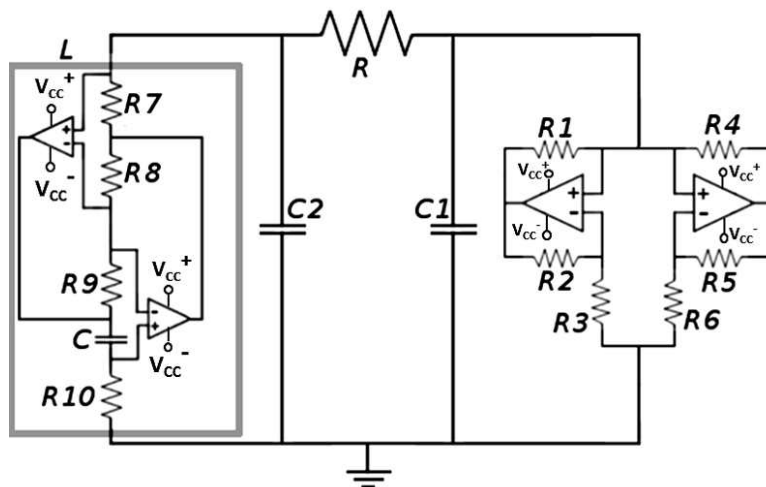


Рис. 3: Итоговая электрическая схема цепи Чуа, используемая в данной работе.

Резисторы R и R_{10} являются переменными ползунковыми резисторами. Точные характеристики элементов приведены в приложении (Таблица 1).

Математическая модель схемы Чуа

Обозначив за U_{C_1}, U_{C_2}, I_L напряжения на конденсаторах и ток через катушку соответственно можно записать систему уравнений, описывающую цепь Чуа:

$$\begin{cases} C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} = \frac{U_{C_2} - U_{C_1}}{R} - g(U_{C_1}), \\ C_2 \frac{dU_{C_2}}{dt} = \frac{U_{C_1} - U_{C_2}}{R} + I_L, \\ L \frac{dI_L}{dt} = -U_{C_2}, \end{cases} \quad (2)$$

где R — сопротивление резистора, L — индуктивность катушки, C_1, C_2 — ёмкости конденсаторов, а g — функция зависимости тока от напряжения на диоде Чуа:

$$g(U_{C_1}) = G_b U_{C_1} + \frac{1}{2} (G_a - G_b) (|U_{C_1} + E| - |U_{C_1} - E|),$$

где G_b, G_a, E — проводимости соответствующих участков и точки излома на рисунке 1.

Введя новые обозначения можно привести систему к новым безразмерным переменным:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = \alpha(y - x - h(x)), \\ \frac{dy}{d\tau} = x - y + z, \\ \frac{dz}{d\tau} = -\beta y, \end{cases}$$

где $m_0 = RG_a$, $m_1 = RG_b$, $\alpha = \frac{C_2}{C_1}$, $\beta = \frac{R^2 C_2}{L}$, $\tau = \frac{t}{RC_2}$, $x = \frac{U_{C_1}}{E}$, $y = \frac{U_{C_2}}{E}$, $z = \frac{I_L R}{E}$, и функция $h(x)$ равна

$$h(x) = m_1 x + \frac{1}{2} (m_0 - m_1) (|x + 1| - |x - 1|).$$

В реальности, однако, вольт-амперная характеристика диода Чуа несколько отличается (Рис. 4), это связано с тем, что операционный усилитель не является идеальным и после некоторого напряжения появляются возрастающие участки. В таком случае удобно определять положения равновесия графически, нужно провести нагрузочную прямую $I = -\frac{U}{R}$ и рассмотреть её точки пересечения с вольт-амперной характеристикой диода.

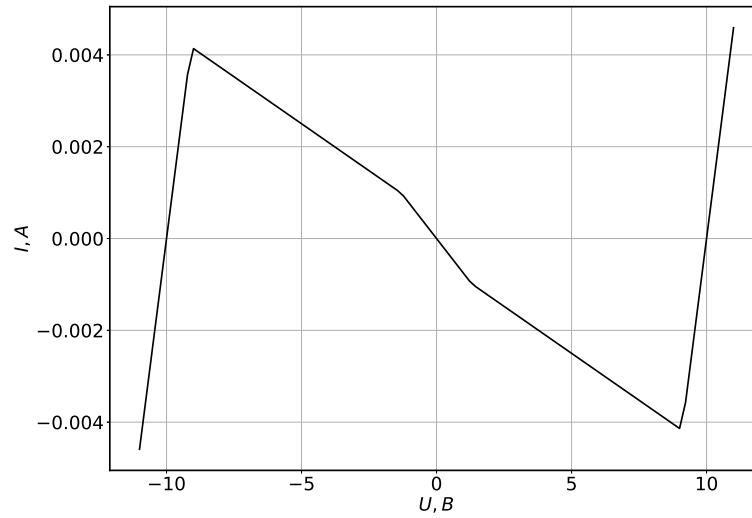


Рис. 4: Вольт-амперная характеристика диода Чуа, реализованного на операционных усилителях.

Результаты и их анализ

Численное моделирование бифуркационной диаграммы

Проведёно численное моделирование схемы Чуа с указанными в приложении параметрами, согласно дифференциальным уравнениям 2. Моделирование проводилось с шагом $\Delta R = 50$ Ом и $\Delta R_L = 150$ Ом. После моделирования получен набор изображений фазовых портретов системы при различных её параметрах 5.

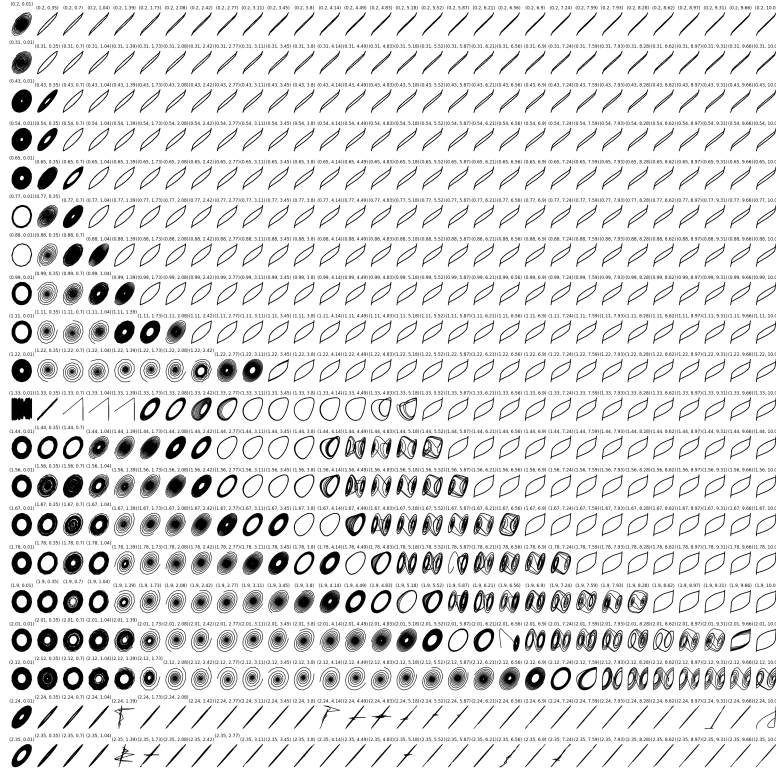


Рис. 5: Пример результата симуляции, полученной при $\Delta R = 110$ Ом и $\Delta R_L = 350$ Ом.

На полученной диаграмме можно выделить несколько областей с принципиально различными состояниями. По диаграмме определены пограничные кривые между различными состояниями системы и построен график 6. У системы можно выделить 5 основных состояний: большой предельный цикл, двухпетлевой аттрактор, аттрактор Рёсслера, устойчивый фокус и малый предельный цикл.

ТУТ НУЖНО ОПИСАТЬ ГРАФИК.

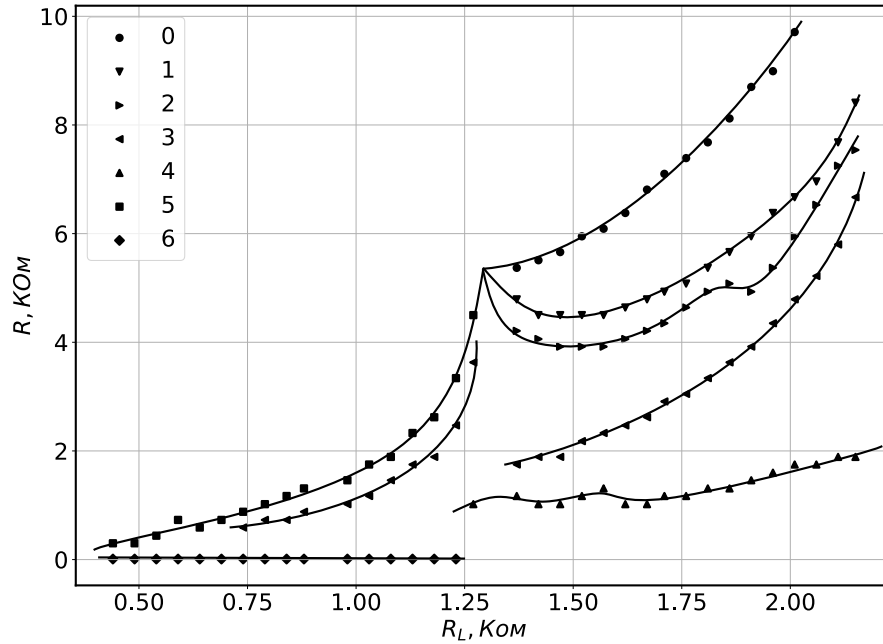


Рис. 6: Диаграмма состояний системы при различных R и R_L . Цифрами обозначены граничные кривые для состояний: 0 — большой предельный цикл и двухпетлевой аттрактор, 1 — двухпетлевой аттрактор и аттрактор Рёсслера, 2 — аттрактор Рёсслера и малый предельный цикл, 3 — малый предельный цикл и фокус, 4 — фокус и малый предельный цикл, 5 — большой предельный цикл и малый предельный цикл, 6 — фокус и малый предельный цикл.

Экспериментальная бифуркационная диаграмма системы

Экспериментально была получена зависимость состояния системы, возбуждаемое из положения равновесия. По полученным данным построена бифуркационная диаграмма (Рис. 7).

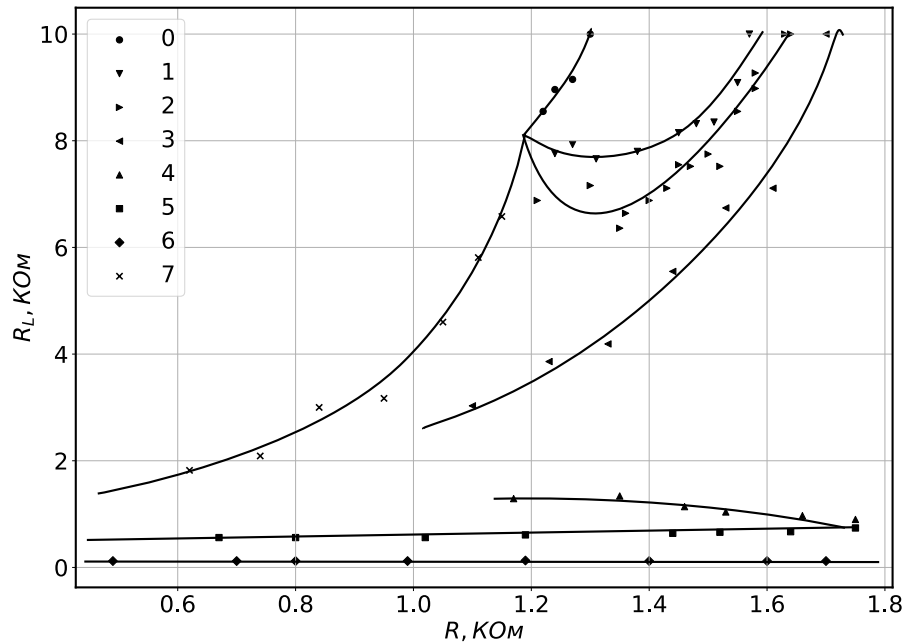


Рис. 7: Реальная диаграмма состояний системы при различных R и R_L . Цифрами обозначены граничные кривые для состояний: 0 — большой предельный цикл и двухпетлевой аттрактор, 1 — двухпетлевой аттрактор и аттрактор Рёсслера, 2 — аттрактор Рёсслера и малый предельный цикл, 3 — малый предельный цикл и фокус, 4 — фокус и малый предельный цикл, 5 — малый предельный цикл и большой предельный цикл, 6 — большой предельный цикл и малый предельный цикл, 7 — большой предельный цикл и малый предельный цикл.

ТУТ ТОЖЕ НУЖНО ОПИСАТЬ ГРАФИК И СРАВНИТЬ С ПРЕДЫДУЩИМ.

Измерение амплитуды сигнала

Для демонстрации динамики размера системы, при фиксированном R была измерена зависимость амплитуды сигнала в зависимости от R_L (Рис. ??).

ПОСТРОИТЬ ГРАФИК И ОПИСАТЬ.

Измерение размеров аттрактора Рёсслера

Так как экспериментально было получено, что в отличие от симуляции, аттрактор Рёсслера занимает намного большую область на бифуркационной диаграмме, были измерены его размеры в зависимости от параметров R и R_L . Получены трёхмерные графики зависимости угла поворота аттрактора и его поперечного размера от R_L и R (Рис. ??).

ПОСТРОИТЬ ГРАФИК И ОПИСАТЬ.

Выводы

Список литературы

[1] Лабораторный практикум по общей физике, Том 2, под редакцией А. Д. Гладуна

Приложения

Характеристики используемой схемы Чуа

В качестве операционных усилителей были использованы TL082CP.

R_1	220 Ом	R_6	3.3 КОм	R	4.7 КОм
R_2	220 Ом	R_7	100 Ом	C	100 нФ
R_3	2.2 КОм	R_8	3.3 КОм	C_1	10 нФ
R_4	22.0 КОм	R_9	1.0 КОм	C_2	100 нФ
R_5	22.0 КОм	R_{10}	10.0 КОм		

Таблица 1: Характеристики используемых элементов.