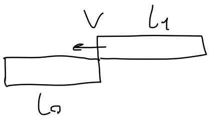
8.4. Две линейки, собственная длина каждой из которых равна l_0, движутся навстречу друг другу параллельно общей оси с релятивистскими скоростями. Наблюдатель, связанный с одной из них, зафиксировал, что между совпадениями левых и правых концов линеек прошло время τ. Какова относительная скорость линеек?

Рис. 162



1) $V\tau = l_0 + l_1$

2) $l_1 = l_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$

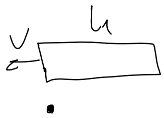
$V\tau = l_0\left(1+\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\right)$, $l_0/\tau = u$

$(V-u)^2 = u^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$

$V^2 + \cancel{u^2} - 2Vu = \cancel{u^2} - \frac{u^2V^2}{c^2}$

$\left(\frac{u^2}{c^2}+1\right)V = 2u \Rightarrow \boxed{V = \frac{2u}{1+\frac{u^2}{c^2}}}$

8.79. Тонкий стержень пролетает с большой скоростью мимо метки, помещенной в лабораторной системе отсчета K. Известно, что промежуток времени прохождения концов стержня мимо метки составил $\Delta t = 3$ нс в системе K и $\Delta t' = 5$ нс в системе отсчета K', связанной со стержнем. Определить собственную длину стержня, т. е. длину в системе K'.



1) $l_1 = l_0\sqrt{1-\beta^2}$

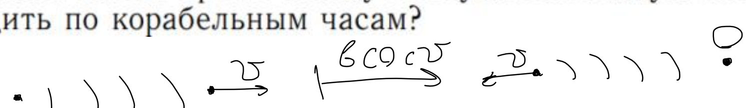
2) $\Delta t = \frac{l_1}{v}$

3) $\Delta t' = \frac{l_0}{v}$

$\rightarrow \Delta t = \Delta t'\sqrt{1-\beta^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2} = 0{,}8 \Rightarrow V = 0{,}8c$

$l_0 = V\Delta t' = 0{,}8c\,\Delta t' = 1{,}2м$

8.30. Вслед космическому кораблю, удаляющемуся от Земли со скоростью $v = 0{,}8c$, каждую секунду посылают сигналы точного времени. Какое время между поступлением двух сигналов будет проходить по корабельным часам?



$\tau_x = \tau_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \tau_0\sqrt{\frac{1+0{,}8}{1-0{,}8}} = \tau_0\sqrt{\frac{16}{2}} = \sqrt{8}\ c$

8.7. Космический корабль летит со скоростью $V = 0{,}6c$ от одного космического маяка к другому. В тот момент, когда он находится посередине между маяками, каждый из них испускает в направлении корабля световой импульс. Найти, какой промежуток времени пройдет на корабле между моментами регистрации этих импульсов. Расстояние между маяками свет проходит за 2 месяца.

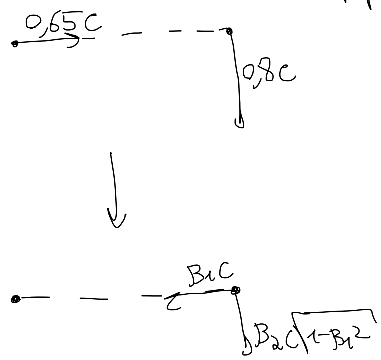
1) $\tau_1 = \frac{L}{c-V}$

2) $\tau_2 = \frac{L}{c+V}$

3) $\Delta\tau = L\left(\frac{1}{c-V} - \frac{1}{c+V}\right) = \frac{\cancel{c}+V-\cancel{c}+V}{c^2-V^2}L = \frac{2V}{c^2-V^2}L$

4) $\Delta\tau_0 = \Delta\tau\sqrt{1-\beta^2} = \frac{2VL}{c\sqrt{c^2-V^2}}$

8.89. Две частицы движутся в перпендикулярных направлениях со скоростями $\beta_1 = 0{,}65$ и $\beta_2 = 0{,}8$. Определить скорость одной частицы относительно другой.



Преобр. Лоренца $V = 0{,}65c \Rightarrow \beta_1$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta_1^2}} \Rightarrow dx' = \frac{dx - V\,dt}{\sqrt{1-\beta_1^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta_1^2}} \Rightarrow dt' = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1-\beta_1^2}}$$

$y' = y$

$z' = z$

$dy' = dy$

$$v_x' = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}} = \{v_x = 0\} = V$$

$$v_y' = \frac{v_y}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}\sqrt{1-\beta_1^2} = v_y\sqrt{1-\beta_1^2}$$

$$v_{отн} = \sqrt{\beta_1^2c^2 + \beta_2^2c^2 - c^2\beta_1^2\beta_2^2} = c\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 - \beta_1^2\beta_2^2}$$

8.98. Пионы π^0 и π^+ родились одновременно в ЛСО на расстоянии $L = 6$ нм друг от друга и двигаются в одном направлении вдоль одной прямой со скоростями $v_1 = 0{,}8c$ и $v_2 = 0{,}6c$. Времена жизни неподвижных π^0 и π^+-пионов равны, соответственно, $\tau_1 = 8{,}7 \cdot 10^{-17}$ с и $\tau_2 = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с. Успеет ли пион π^0 догнать π^+ до того, как распадется хотя бы один из них?

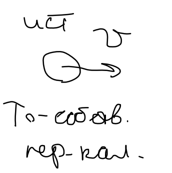
1) Если б. он успел: $t = \frac{L}{v_1 - v_2} = \frac{6\cdot10^{-9}\,м\cdot10}{0{,}2\cdot3\cdot10^{8}\,м/с} = 10^{-16}$ с

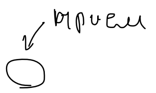
— успеет

2) $\tau_2' = \frac{\tau_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} = \frac{\tau_2}{0{,}8} = 3{,}25\cdot10^{-8}$ с

$\tau_1' = \frac{\tau_1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} = \frac{\tau_1}{0{,}6} = 14{,}5\cdot10^{-17}$ с $= 1{,}45\cdot10^{-16}$ с

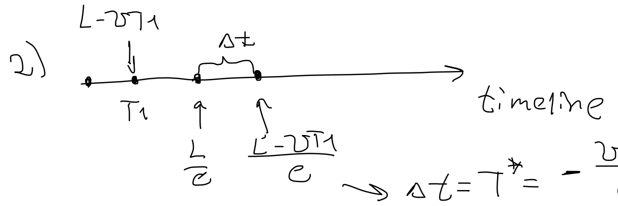
Эффект Доплера.





1) $T_1 = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$

2)



$\Rightarrow \Delta t = T^* = -\frac{vT_1}{c}$

$$T = T_1 + \Delta t = T_1\left(1 - \frac{v}{c}\right) = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}(1-\beta) = T_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$
