4.75. В теплонепроницаемом сосуде под подвижным поршнем находится один моль идеального одноатомного газа. В некоторый момент времени давление на поршень мгновенно увеличивается в два раза. После установления теплового равновесия давление также мгновенно уменьшается в два раза, возвращаясь к первоначальному значению. Определить изменение энтропии ΔS газа.

1) $Q + A = \Delta U \Rightarrow A = \Delta U \Rightarrow -2p(V_2 - V_1) = \frac{3}{2}(2pV_2 - pV_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow -2pV_2 + 2pV_1 = 3pV_2 - \frac{3}{2}pV_1 \Rightarrow \frac{7}{2}\cancel{p}V_1 = 5\cancel{p}V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{7}{10}V_1$

2) $-\cancel{p}(V_3 - \frac{7}{10}V_1) = \frac{3}{2}(\cancel{p}V_3 - \frac{7}{5}\cancel{p}V_1)$

$\frac{7}{10}V_1 - V_3 = \frac{3}{2}V_3 - \frac{21}{10}V_1 \Rightarrow \frac{14}{5}V_1 = \frac{5}{2}V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{28}{25}V_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{28}{25}$

$\Delta S = \nu C_v \ln T_3/T_1 + \nu R \ln V_3/V_1 = \nu C_p \ln \frac{28}{25}$

5.75. Термодинамический потенциал Гиббса некоторой системы задается выражением $\Phi(P,T) = aT(1 - \ln T) + RT\ln P - TS_0 + U_0$, где a, R, S_0, U_0 — постоянные. Выразить внутреннюю энергию U и энтальпию I как функции объема V и температуры T и определить физический смысл константы a.

$\Phi(P,T) = aT(1 - \ln T) + RT\ln P - TS_0 + U_0$

$V = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = \frac{RT}{p} \Rightarrow pV = RT$

$-S = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -\alpha \ln T + R\ln p - S_0 \Rightarrow S = S_0 + \alpha \ln T - R\ln p$

$H = G + TS = \alpha T(1 - \ln T) + \cancel{RT\ln p} - \cancel{TS_0} + U_0 + \cancel{TS_0} + \alpha T \cancel{\ln T} - \cancel{RT\ln p} = \alpha T + U_0$

$, \text{ т.е. } \alpha = C_p.$

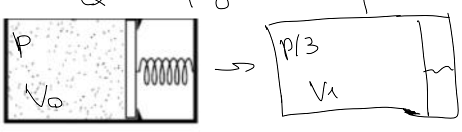
$U = H - pV = \alpha T + U_0 - RT = (\alpha - R)T + U_0$

5.38. Один из методов получения очень низких температур основан на использовании зависимости термодинамических величин некоторых веществ (парамагнитных солей) от индукции магнитного поля B. В не слишком сильных полях свободная энергия соли имеет вид $\Psi = \Psi_0 - \frac{a}{T}B^2$. Определить количество теплоты, поглощаемое солью при изотермическом размагничивании от поля $B = B_0$ до поля $B = 0$ при температуре T.

$\Psi = \Psi_0 - \frac{\alpha}{T}B^2 \quad -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V = S = \frac{\alpha B^2}{T^2} \Rightarrow \partial Q = T\,dS = \frac{2\alpha B\,dB}{T} - \cancel{\frac{2\alpha B^2}{T^2}dT}^{\to 0} = \frac{2\alpha B\,dB}{T}$

$Q = \frac{2\alpha}{T}\int B\,dB = \frac{\alpha B_0^2}{T}$

Т-3. (2018) Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части поршнем, прикреплённым пружиной к правой стенке сосуда (см. рис.). Слева от поршня находится 1 моль азота при комнатной температуре, справа — вакуум. Вначале пружина не деформирована, а поршень удерживается защёлкой. Защёлку убирают, и когда система приходит в равновесие, давление газа оказывается в $n = 3$ раза меньше исходного. Считая газ идеальным, найдите изменение его энтропии в этом процессе.



Ответ: 0,75R.

1) $\Delta U = \frac{C_v}{R}\left(\frac{pV_1}{3} - pV_0\right)$

$\parallel$

$A_{вн} = -\frac{kx^2}{2} = -\frac{k(V_1 - V_0)^2}{2S^2}$

2) $\frac{p}{3} = \frac{k(V_1 - V_0)}{S^2} \Rightarrow \frac{k}{S^2} = \frac{p}{3(V_1 - V_0)} \Rightarrow A_{вн} = -\frac{\cancel{p}}{6}(V_1 - V_0) = \frac{C_v}{R}\cancel{p}\left(\frac{V_1}{3} - V_0\right)$

$V_0 - V_1 = \frac{2C_v}{R}V_1 - \frac{6C_v}{R}V_0$

$(6C_v + R)V_0 = (2C_v + R)V_1 \Rightarrow V_1 = V_0\frac{6C_v + R}{2C_v + R} = \frac{8V_0}{3}$

3) $S = S_0 + C_v\ln T + R\ln V = S_0 + C_v\ln p + C_p\ln V$

3) $S = S_0 + C_V \ln T + R \ln V = S_0 + C_V \ln p + C_p \ln V$

$$\Delta S = C_V \ln \frac{p/3}{p} + C_p \ln \frac{6C_V + R}{2C_V + R} = \left(\frac{5}{2}\ln\frac{1}{3} + \frac{7}{2}\ln\frac{8}{3}\right)R$$

5.54. Уравнение состояния резинового стержня имеет вид: $f = aT\left[\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L}\right)^2\right]$, где f — растягивающая сила, $a = 0{,}013$ Н/К, T — температура, L — длина, $L_0 = 1$ м — начальная длина. Состояние стержня проходит замкнутый цикл, состоящий из трех обратимых процессов:

1–2 — изотермического растяжения при $T_1 = 300$ К до конечной длины $L = 2$ м;

2–3 — нагревания при $L = \text{const}$;

3–1 — адиабатического сокращения длины стержня до L_0.

Изобразить цикл на (T, S)-диаграмме. Вычислить количество тепла, поглощенного и отданного стержнем при деформации. Теплоемкость всего стержня $C_L = 1{,}2$ Дж/К и не зависит от температуры и деформации.

$$\delta Q = C_L dT + aT\left(\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L}\right)^2\right) dL$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = C_L \frac{dT}{T} + a\left(\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L}\right)^2\right) dL$$

1) $dT = 0 \Rightarrow dS = a\left(\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L}\right)^2\right) dL \Rightarrow \Delta S = \overbrace{a\left(\frac{4L_0^2}{2L_0} + \frac{L_0^2}{2L_0}\right) - a\left(\frac{L_0}{2} + L_0\right)}^{S_0} =$

$= a\left(2L_0 + \frac{L_0}{2} - \frac{L_0}{2} - L_0\right) = aL_0$

2) $dL = 0$: $dS = C_L \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = C_L \ln(T/T_1) \Rightarrow T = T_1 e^{\Delta S / C_L}$, $T_2 = T_1 e^{\Delta S_0 / C_L} = T_1 e^{\frac{aL_0}{2C_L}}$

3) $S = \text{const}$:

Тогда 1) $Q_- = T_1 \cdot aL_0$

2) $Q_+ = C_L (T_2 - T_1)$