7.40. Неон вытекает в вакуум из теплоизолированного сосуда через маленькое отверстие. Определить его температуру, когда в сосуде останется половина атомов. Начальные условия газа нормальные. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

$E = \frac{3}{2}kTN \Rightarrow dE = \frac{3}{2}kNdT + \frac{3}{2}kTdN$

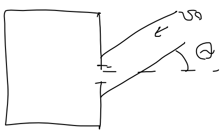
$dE = 2kTdN$

$\Big\}\ 2kTdN = \frac{3}{2}kTdN + \frac{3}{2}kNdT$

$TdN = 3NdT$

$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^3 \Rightarrow T = T_0\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$

7.81. В откачанном до высокого вакуума сосуде проделано круглое отверстие радиусом $R = 1$ мм, малое по сравнению с размерами сосуда. На него снаружи под углом $\theta = \pi/6$ к поверхности падает направленный поток атомов гелия, летящих со скоростью $v_0 = 600$ м/с. Концентрация частиц в потоке $n_0 = 10^{13}$ см$^{-3}$. Стенки сосуда поддерживаются при постоянной температуре $T = 300$ K. Найти установившуюся концентрацию частиц в сосуде и мощность, которую надо подводить к сосуду для поддержания его температуры постоянной. Излучение не учитывать.



1) $\nu = \frac{1}{4}n\langle v\rangle = n_0 S v_0 \cos\theta \Rightarrow n = \frac{4n_0 S v_0 \cos\theta}{\langle v\rangle} = \frac{4n_0 S v_0 \cos\theta}{\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}}$

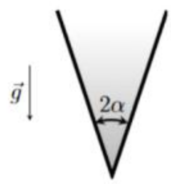
$\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$

2) $j_\varepsilon = n_0 S v_0 \cos\theta \cdot \frac{mv_0^2}{2} + j = 2kT\nu \Rightarrow j = 2kT \cdot n_0 S v_0 \cos\theta - n_0 S v_0 \cos\theta \cdot \frac{mv_0^2}{2} =$

$= n_0 S v_0 \cos\theta \left(2kT - \frac{mv_0^2}{2}\right) =$

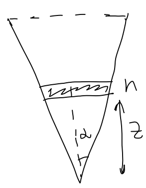
$= 2kT n_0 S v_0 \cos\theta \left(1 - \frac{\mu v_0^2}{4RT}\right)$

Т-7. (2021) Сколько молей идеального газа содержится в бесконечно высокой конусообразной воронке, стоящей вертикально в однородном поле силы тяжести, если давление при её вершине равно P_0? Молярная масса газа равна μ, температура T, угол раствора конуса 2α, ускорение свободного падения g. Найдите наиболее вероятную высоту молекулы в сосуде.



$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \begin{cases} \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}} & (n > -1, a > 0) \\ \frac{n!}{a^{n+1}} & (n = 0, 1, 2, \ldots, a > 0) \end{cases}$$

Ответ: $2\pi P_0 tg^2\alpha (RT)^2/(\mu g)^3,\ 2RT/\mu g$.



1) $d\nu = \frac{p\,dV}{RT}$, $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right)$

$d\nu = \frac{p_0}{RT}\cdot \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right)\cdot \pi z^2 tg^2\alpha\, dz \Rightarrow \nu = \frac{\pi p_0 tg^2\alpha}{RT}\cdot \int_0^\infty z^2 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right) dz =$

$= \frac{\pi p_0 tg^2\alpha}{RT}\cdot \frac{2}{\left(\frac{\mu g}{RT}\right)^3} = \frac{2\pi p_0 tg^2\alpha (RT)^2}{(\mu g)^3}$

2) $dN \sim z^2 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right) dz \Rightarrow w(z) \sim z^2 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right)$ $\quad (\ln w)' = \frac{2}{z_m} - \frac{\mu g}{RT} \Rightarrow z_m = \frac{2RT}{\mu g}$

8.25. Найти, на сколько возрастает теплоемкость вращающегося газа по сравнению с теплоемкостью неподвижного газа. Аргон с молярной массой $\mu = 40$ г/моль заполняет цилиндр радиусом $a = 2{,}5$ см и вращается вокруг оси цилиндра с угловой скоростью $\omega = 2\cdot 10^3$ с$^{-1}$ при температуре $T = 300$ K. Измерения производятся во вращающейся вместе с газом системе отсчета.

1) $p = p_0 \exp\left(\frac{\mu\omega^2 r^2}{2RT}\right)$ 2) $d\nu = \frac{p\,dV}{RT}$ 3) $dU = \frac{3}{2}RTd\nu = \frac{3}{2}p\,dV$

$dU = \frac{3}{2}p_0 \exp\left(\frac{\mu\omega^2 r^2}{2RT}\right)\cdot h \cdot 2\pi r\,dr$

$U = \frac{3}{2}\pi h p_0 \int_0^a \exp\left(\frac{\mu\omega^2 r^2}{2RT}\right) dr^2 = \frac{3}{\cancel{2}}\pi h p_0 \cdot \frac{\cancel{2}RT}{\mu\omega^2}\cdot\left(\exp\left(\frac{\mu\omega^2 a^2}{2RT}\right) - 1\right) = \frac{3\pi h p_0}{\mu\omega^2}\left(\exp\left(\frac{\mu\omega^2 a^2}{2RT}\right) - 1\right)$

$\left(\frac{\partial U}{\ldots}\right) \ldots \frac{3\pi h p_0}{\ldots} \cdot \frac{\cancel{\mu\omega^2} a^2}{\ldots} \cdot \frac{1}{\ldots}\exp\left(\frac{\mu\omega^2 a^2}{\ldots}\right) = \frac{3\pi h p_0}{\ldots T^2}\left(1 + \frac{\mu\omega^2 a^2}{2RT}\right) \Rightarrow \Delta C_V = \frac{3\pi h p_0 \cdot \mu\omega^2 a^2}{4R^2T^3}$?

$$U = \frac{3}{2}\pi h p_0 \int_0 \exp\left(\frac{\mu\omega^2}{2RT}\right) dr^2 = \ldots$$

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{3\pi h p_0}{\cancel{\mu\omega^2}} \cdot \frac{\cancel{\mu\omega^2} a^2}{2R} \cdot \frac{1}{T^2} \exp\left(\frac{\mu\omega^2 a^2}{2RT}\right) = \frac{3\pi h p_0}{2RT^2}\left(1 + \frac{\mu\omega^2 a^2}{2RT}\right) \Rightarrow \Delta C_v = \frac{3\pi h p_0 \cdot \mu\omega^2 a^2}{4R^2T^3} \; ?$$