

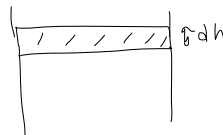
3.25. Какую максимальную работу можно получить от периодически действующей тепловой машины, нагревателем которой служит $m_1 = 1$ кг воды при начальной температуре $T_1 = 373$ К, а холодильником $m_2 = 1$ кг льда при температуре $T_2 = 273$ К, к моменту, когда растает весь лед? Чему будет равна температура воды в этот момент? Удельная теплота плавления льда $q = 80$ ккал/кг. Зависимостью теплоемкости воды от температуры пренебречь.

$$1) \frac{Q_H}{Q_X} = \frac{T_H}{T_X} \rightarrow \frac{cm_1 dT}{q dm} = \frac{T}{T_X} \Rightarrow -\frac{dm}{T_X} \cdot \frac{q}{cm_1} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{m_2 q}{cm_1 T_2} = -\ln \frac{T}{T_1}$$

$$T = T_1 e^{-\frac{m_2 q}{cm_1 T_2}}$$

$$2) A = Q_H - Q_X = cm_1(T_1 - T) - qm_2$$

4.80. На Венере атмосфера состоит из CO_2 . Полагая CO_2 идеальным газом и атмосферу адиабатической, определить температуру на поверхности планеты, если плотность газа падает в $n = 2$ раза на высоте $H = 12,2$ км при ускорении силы тяжести $g = 8,87$ м/с².



249

Молярная теплоемкость CO_2 в таких условиях $C_V = 5R$. Ускорение силы тяжести не зависит от высоты.

У к а з а н и е. Адиабатической называется атмосфера, в которой порции газа, перемещаясь по вертикали без теплообмена, все время остаются в механическом равновесии.

$$1) \frac{dp}{dz} = -\rho g \quad 2) \mu p = pRT \quad 3) pV^\gamma = \text{const} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g\mu}{C_p} \Rightarrow T = T_0 - \frac{g\mu}{C_p} z$$

$$p^\gamma T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_0^\gamma T_0^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \frac{p_0}{2^\gamma} T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_0^\gamma T_0^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow T^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2 T_0^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} - \frac{g\mu}{C_p} z$$

$$T = \frac{\frac{g\mu H}{C_p}}{\frac{1}{2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} - 1}$$

3.52. Тепловая машина работает с одним молем идеального одноатомного газа по циклу, состоящему из двух адиабат (1-2 и 3-4) и двух изохор (2-3 и 4-1). Известны максимальная и минимальная температуры газа в цикле $T_{\max} = T_1$ и $T_{\min} = T_3$. Определить максимальную работу, которая может быть получена от этой тепловой машины в данном цикле.

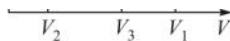


Рис. 397



$$1) Q_+ = C_V(T_1 - T_4) \quad 2) \left. \begin{aligned} T_1 V_1^{\gamma-1} &= T_2 V_2^{\gamma-1} \\ T_4 V_1^{\gamma-1} &= T_3 V_2^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow T_1 T_3 = T_2 T_4$$

$$Q_- = C_V(T_3 - T_2)$$

$$3) A = Q_+ + Q_- = C_V(T_1 + T_3 - T_4 - T_2) =$$

$$= C_V(T_1 + T_3 - \frac{T_1 T_3}{T_2} - T_2) \Rightarrow A \sim \max \text{ при } \frac{T_1 T_3}{T_2} = T_2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

$$\Rightarrow C_V(T_1 + T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3})$$

$$\frac{T_1 T_3}{T_2} = T_2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

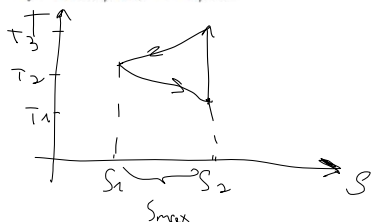
3.47. В летний день температура воздуха на улице, сначала равная 26°C , повысилась на 5°C . Считая кондиционер идеальной машиной (работающей между комнатой и улицей), определить, во сколько раз при этом изменились затраты энергии для поддержания температуры в комнате, равной 21°C .

$$T \left[\begin{array}{c} T_0 \\ T_0 \end{array} \right] \rightarrow T + \Delta T \left[\begin{array}{c} T_0 \\ T_0 \end{array} \right] \quad \left. \begin{aligned} N_1 &= k(T - T_0) \\ N_2 &= k(T + \Delta T - T_0) \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_0}{T - T_0} = \frac{N_1}{N} \\ \eta_2 &= \frac{T_0}{T + \Delta T - T_0} = \frac{N_2}{N} \end{aligned} \right\}$$

$$T \rightarrow T_0 \rightarrow T + \Delta T \rightarrow T_0 \quad \left| \quad N_2 = K(T + \Delta T - T_0) \quad \right| \quad \eta_2 = \frac{T_0}{T + \Delta T - T_0} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{N_1}{N} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{T + \Delta T - T_0}{T - T_0} = \left(\frac{T + \Delta T - T_0}{T - T_0} \right)^2 = 4$$

4.15. Обратимый цикл состоит из последовательных процессов адиабатического расширения, изобарического сжатия и изохорического нагревания. Определить КПД, если максимальное изменение энтропии рабочего вещества в цикле в единицах C_V равно $b = \Delta S_{\max}/C_V = 0.2$. Уравнение состояния рабочего вещества не задано, но известно, что теплоемкости C_P и C_V постоянны, причем $\gamma = C_P/C_V = 4/3$.



$$2) \delta Q = C_P dT \Rightarrow dS = C_P \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S_2 = C_P \ln \frac{T_2}{T_1} = S_{\max} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = e^{\frac{S_{\max}}{C_P}} = e^{\frac{b}{\gamma}}$$

$$3) S_{\max} = C_V \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$Q_+ = C_P(T_2 - T_1) \quad Q_- = C_V(T_1 - T_2)$$

$$\eta = 1 - \frac{C_P}{C_V} \cdot \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2} = 1 - \gamma \cdot \frac{T_2/T_3 - 1}{T_1/T_2 - 1} = 1 - \gamma \cdot \frac{e^{b/\gamma} - 1}{e^{\gamma b} - 1}$$

4.73. Вещество с неизвестным уравнением состояния совершает замкнутый цикл, в котором оно нагревается в процессе с теплоемкостью, изменяющейся пропорционально температуре, т.е. $C_1 = \alpha T$, а затем возвращается в исходное состояние, охлаждаясь в процессе с теплоемкостью $C_2 = \beta \sqrt{T}$. Минимальная температура вещества в цикле равна T_1 . Определить КПД цикла η , если $2\beta = 3\alpha\sqrt{T_1}$. Постоянные α и β положительны.

$$1) dS = \frac{C_1 dT}{T} \Rightarrow \Delta S = 2 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$2) dS = \frac{C_2 dT}{\sqrt{T}} \Rightarrow \Delta S = 2\beta(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})$$

$$3) dQ_+ = C_1 dT \Rightarrow Q_+ = \frac{\alpha}{2}(T_2^2 - T_1^2)$$

$$dQ_- = C_2 dT \Rightarrow Q_- = \frac{2\beta}{3}(T_2^{3/2} - T_1^{3/2})$$

$$\Delta(T_2 - T_1) = 2\beta(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})$$

$$\Delta(T_2 - T_1) = 3\beta(\sqrt{T_1}(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}))$$

$$T_2 - T_1 = 3\beta\sqrt{T_1}(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})$$

$$T_2 + 2T_1 = 3\beta\sqrt{T_1}T_2$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{\beta \sqrt{T_1}}{\alpha} \cdot \frac{T_2^{3/2} - T_1^{3/2}}{T_2^2 - T_1^2} = 1 - 2 \cdot \frac{\sqrt{T_1}T_2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{T_2^2 + 2T_1^2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} = 1 - 2 \cdot \frac{T_2^2 + T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}$$

Anna Korneva

по 2 неделе можно готовить 3.41 и 3.49 + вывод кпд Карно

Reply

16:25

3.41: Рассмотрев бесконечно малый цикл Карно и воспользовавшись теоремой Карно, доказать, что внутренняя энергия и теплоемкость физически однородного и изотропного тела удовлетворяют соотношениям

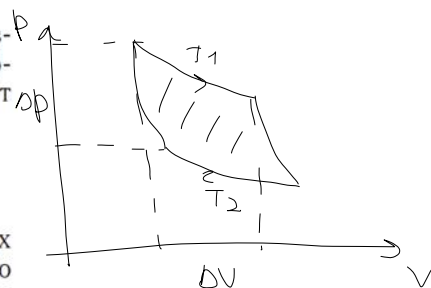
$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P, \quad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V$$

С помощью этих соотношений и уравнения состояния для идеальных газов доказать, что внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа зависят только от температуры, но не от объема, занимаемого данной массой газа.

$$1) A = P \Delta V = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \Delta V (T_2 - T_1) \quad Q_+ = P \Delta V + \Delta U$$

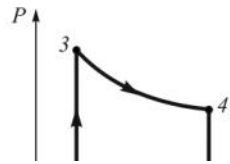
$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \Delta V \Delta T}{P \Delta V + \Delta U} \Rightarrow P \Delta V + \Delta U = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \Delta V \Delta T \Rightarrow P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

$$\frac{\partial U}{\partial V \partial T} = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V + T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V$$



$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T dV$$

3.49. Айсберг массой $m = 10^{10}$ кг, имеющий температуру $T_0 = 273$ К, дрейфует в течении Гольфстрим, температура воды которого $T_1 = 295$ К. Найти максимальную работу тепловой машины A_{\max} , использующей Гольфстрим как нагреватель и айсберг как холодильник, за то время, когда весь айсберг растает. Определить, сколько воды можно испарить в котле за счет этой работы, если использовать ее в тепловом насосе для перекачки теплоты из течения Гольфстрим в котел с температурой $T_2 = 373$ К. Теплота плавления льда $q = 335$ Дж/г, теплота испарения воды $\lambda = 2260$ Дж/г.



$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{T_1}{T_2} Q_2 \Rightarrow A = Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right)$$

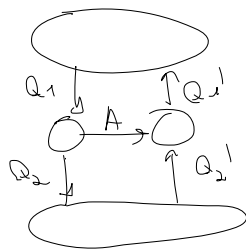
$$Q_2 = qm$$

$$2) Q_2 = \lambda m_0, \quad Q_1 = Q_2 - A, \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_0}$$

$$m = \frac{A}{\lambda \left(1 - \frac{T_1}{T_0} \right)}$$

$$\frac{Q_x}{A} - \frac{Q_T}{A} = 1$$

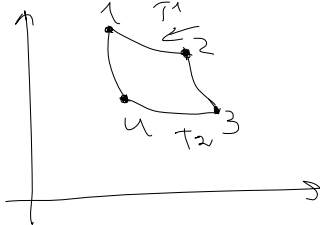
1) КПД для цикла Карно $\eta > 0$



$$Q_1 - Q_2 = A, \quad Q_1' - Q_2' = A, \quad (Q_1 - Q_2) - (Q_1' - Q_2') = 0$$

$$\eta Q_1 - \eta' Q_1' = 0 \Rightarrow Q_1' = \frac{\eta}{\eta'} Q_1$$

$$\text{Тогда } \Delta Q = Q_1 - Q_1' = Q_1 \left(1 - \frac{\eta}{\eta'} \right) < 0$$



$$Q_{12} = A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_1}{V} dV = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{34} = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\ln \frac{V_4}{V_3}}{\ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) = \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_3} \right) = \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right) + \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) + \ln \left(\frac{V_2}{V_3} \right) = (0-1) \frac{T_1}{T_2} - (0-1) \frac{T_2}{T_1} + \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

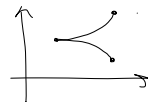
$$\frac{\ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right)}{\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)} = \frac{\ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)}{\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)} = 1$$

Параг. газа / жидк. тела / тверд. тела / на TS /

1) Изопроцессы на TS.

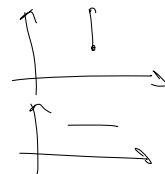
$$TdS = c dT, \quad dS = c \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = c \ln \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 e^{\frac{\Delta S}{c}}$$

Если $c \neq 0$, то



если $c = 0 \Rightarrow dS = 0$

$c \neq 0 \Rightarrow T = \text{const}$



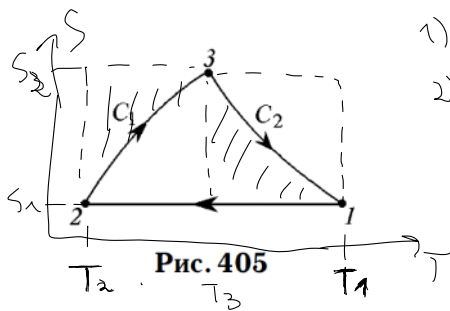
2) Жидк. тела.

$$TdS = \nu C_v dT + p dV$$

$$dS = \nu C_v \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V} \Rightarrow S = S_0 + \nu C_v \ln T + \nu R \ln V$$

$$S = S_0 + \nu C_v \ln T + \nu R \ln \frac{V}{V_0}$$

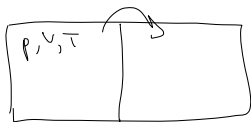
4.12. Термодинамическая система с произвольным веществом совершает круговой процесс, состоящий из политроп 2-3 и 3-1 и адиабаты 1-2 (рис. 405). Теплоемкости системы C_1 и C_2 на политропах связаны соотношением $C_2 = -C_1$, температуры в точках пересечения политроп с адиабатой равны T_1 и T_2 . Вычислить работу A , которую совершает система в указанном круговом процессе.



$$1) 0 = C \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + C \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 0 \Rightarrow T_3 = \sqrt{T_1 T_2}$$

$$2) A = Q_+ + Q_- = C(T_3 - T_2) + C(T_3 - T_1) = C(2\sqrt{T_1 T_2} - T_1 - T_2)$$

4.68. Теплоизолированный сосуд разделен перегородкой на две равные части, в одной из которых вакуум, а в другой находится 1 моль двухатомного идеального газа. Перегородку удаляют, и после того как газ равномерно заполнит весь сосуд, этот газ квазистатически возвращают в исходное положение теплонепроницаемым поршнем. На сколько изменится энтропия и температура газа по сравнению с первоначальными?



$$1) A = 0, Q = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} p_0 V = \frac{3}{2} p_1 2V \Rightarrow p_1 = \frac{p_0}{2}, T_1 = T_0$$

$$2) Q = 0: p_1 (2V)^\gamma = p_2 V^\gamma \Rightarrow p_2 = 2^\gamma p_1 = 2^{\gamma-1} p_0$$

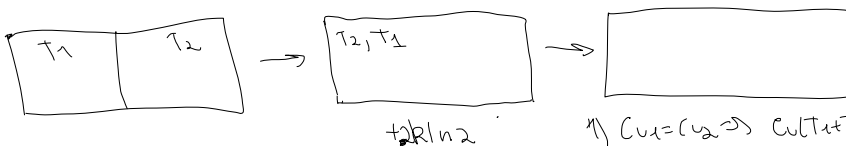
$$b) \Delta S = C_V \ln\left(\frac{2^{\gamma-1} p_0}{p_0}\right) = C_V \ln 2^{\gamma-1} = (\gamma-1) C_V \ln 2 = R \ln 2 //$$

$$\Delta T = (2^{\gamma-1} - 1) T_0 //$$

4.69. В двух сосудах находятся по одному молю разных идеальных одноатомных газов. Давление в обоих сосудах одинаковое. Температура газа в первом сосуде T_1 , а во втором — T_2 . Определить,

247

на сколько изменится энтропия системы, если сосуда соединить. Как изменится результат, если газы одинаковы?



$$+ 2R \ln 2$$

$$1) C_{V1} = C_{V2} \Rightarrow C_V (T_1 + T_2) = 2 C_V T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\Delta U = 0$$

$$2) \Delta S = C_P \ln \frac{T_1}{T} + C_P \ln \frac{T_2}{T} = C_P \ln \frac{T_1 T_2}{T^2} = C_P \ln \frac{4 T_1 T_2}{(T_1 + T_2)^2}$$