

5.16. Ртуть, находящуюся при 0°C и давлении $P = 100$ атм, расширяют адиабатически и квазистатически до атмосферного давления. Найти изменение температуры ртути в этом процессе, если коэффициент объемного расширения ртути в этих условиях положителен и равен $\alpha = 1,81 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, удельная теплоемкость ртути $c_p = 0,033 \text{ кал}/(\text{г} \cdot ^\circ\text{C})$, плотность $\rho = 13,6 \text{ г}/\text{см}^3$.

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad 1) dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dT} = - \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P}{\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T} = \frac{C_P}{T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T}$$

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P \quad 2) - \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \Rightarrow \frac{dP}{dT} = - \frac{C_P}{T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P} = - \frac{C_P}{\alpha T V} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = \rho V \\ V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right\} = - \frac{C_P \rho}{\alpha T m}$$

$$\Delta T = \Delta P \cdot \frac{T \alpha}{\rho C_P} \approx -0,26^\circ\text{C}$$

12.8. Мыльная пленка имеет толщину $h = 10^{-3} \text{ мм}$ и температуру $T = 300 \text{ К}$. Вычислить понижение температуры этой пленки, если ее растянуть адиабатически настолько, чтобы площадь пленки удвоилась. Поверхностное натяжение мыльного раствора убывает на $0,15 \text{ дин}/\text{см}$ при повышении температуры на 1 К .

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \pi} \right)_{S,V} \left(\frac{\partial \pi}{\partial S} \right)_{T,V} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\pi,V} = -1$$

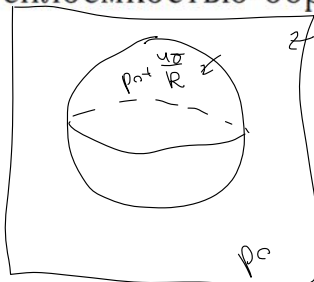
$$C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\pi,V} \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\pi,V} = \frac{C_V}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \pi} \right)_{T,V}, \quad \left. \begin{array}{l} dF = \sigma d\pi - S dT \\ - \left(\frac{\partial S}{\partial \pi} \right)_T = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_\pi \end{array} \right\}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \pi} \right)_{S,V} = - \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial \pi} \right)_{T,V}}{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\pi,V}} = - \frac{\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_\pi}{C_V} T$$

$$C_V = C_P h$$

12.9. В сосуде с адиабатическими стенками находится мыльный пузырь радиусом $r = 5 \text{ см}$. Общее количество воздуха в сосуде и в пузыре $\nu = 0,1 \text{ моль}$, его температура $T = 290 \text{ К}$ (предполагается, что она одинакова внутри и вне пузыря). При этой температуре поверхностное натяжение $\sigma = 70 \text{ дин}/\text{см}$, $d\sigma/dT = -0,15 \text{ дин}/(\text{см} \cdot \text{К})$. Как изменится температура воздуха в сосуде, если пузырь лопнет? Теплоемкостью образовавшихся капелек пренебречь.



$$U_1 = \frac{3}{2} \nu k T_1 + \pi \left(\sigma - T_1 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_\pi \right)$$

$$U_2 = \frac{3}{2} \nu k T_2$$

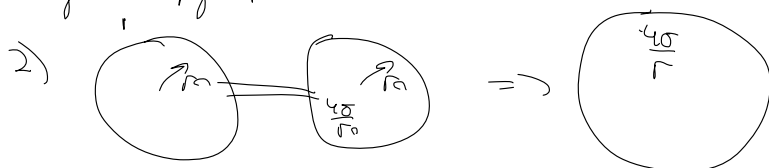
$$\Delta T = \frac{2}{3} \frac{1}{\nu k} \pi \left(\sigma - T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_\pi \right)$$

12.38. В вакуумной камере на двух концах трубки находятся два почти одинаковых по размеру масляных пузыря, наполненных воздухом. В начальный момент трубка перекрыта краном. Что произойдет после открытия крана? Считая процесс изотермическим, вычислить,

341

на сколько изменится суммарная энтропия газа. Начальные радиусы пузырей $r_0 = 5$ см. Поверхностное натяжение масла $\sigma = 30$ дин/см. Температура $T = 300$ К.

1) Один пузырь ~~схлопнется~~



$$1) \frac{4\sigma}{r_0} \cdot 2 \cdot r_0^3 = \frac{4\sigma}{r} \cdot r^3 \Rightarrow 2r_0^2 = r^2 \Rightarrow \frac{r}{r_0} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{2^{3/2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$2) \Delta S = \nu R \ln 2V_0 - \nu R \ln V = \nu R \ln \frac{V}{2V_0} = \frac{\nu R}{2} \ln 2$$

Т-4. (2019) В одной из теоретических моделей теплоёмкость C_V кристалла при низких температурах равна $C_V = aVT^3$, где V — объём кристалла, a — постоянная величина. Изотермический модуль всестороннего сжатия кристалла равен K . Найдите разность теплоёмкостей $C_P - C_V$ кристалла как функцию его объёма и температуры.

Ответ: $a^2 VT^7 / 9K$.

$$1) K = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad 2) C_P - C_V = -T \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P^2}{\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T} = +T \cdot \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T^2}{KV} = \frac{d^2 V T^7}{9K}$$

$$3) C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{C_V}{T} \Rightarrow S = \frac{aVT^3}{3} + C(V) \quad \left. \begin{array}{l} T \rightarrow 0 \quad S \rightarrow 0 \\ C(V) = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{aVT^3}{3} \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{dT^3}{3}$$

5.63. При адиабатическом сжатии серебра на $\Delta V/V = 0,01$ его температура возрастает на $\Delta T/T = 0,028$. Определить коэффициент изотермической сжимаемости β_T серебра, если температурный коэффициент объёмного расширения $\alpha = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, удельная теплоёмкость серебра $c_V = 0,23 \text{ Дж/(г} \cdot \text{К)}$, плотность $\rho = 10,5 \text{ г/см}^3$.

$$1) C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \quad \beta_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = ?$$

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_S \cdot \frac{T}{V} = K \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S = \frac{T}{V} \cdot \frac{1}{K}$$

$$2) \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_T = -1$$

$$-\frac{C_V}{T} \cdot \frac{1}{K} \cdot \frac{T}{V} = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S$$

$$1) \text{ и } \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_S = -1$$

$$KV = \dots, \quad \frac{K \cdot \frac{m}{p}}{n} = - \frac{dK}{n}$$

$$-\frac{1}{\alpha} \cdot \bar{\kappa} \cdot V$$

$$3) \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -1$$

$$\alpha V \cdot \left(-\frac{\kappa V}{C_V} \right) = - \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \beta_T V \Rightarrow \beta_T = -\alpha \cdot \frac{\kappa V}{C_V} = -\alpha \cdot \frac{\kappa \cdot \frac{m}{\rho}}{C_V} = -\frac{\alpha \kappa}{\rho C_V}$$

5.28. При изотермическом сжатии ($T = 293 \text{ K}$) одного моля глицерина от давления $P_1 = 1 \text{ атм}$ до давления $P_2 = 11 \text{ атм}$ выделяется теплота $Q = 10 \text{ Дж}$. При адиабатическом сжатии этого глицерина на те же 10 атм затрачивается работа $A = 8,76 \text{ мДж}$. Плотность глицерина $\rho = 1,26 \text{ г/см}^3$, молярная масса $\mu = 92 \text{ г/моль}$, $\gamma = C_P/C_V = 1,1$. Определить по этим данным температурный коэффициент давления глицерина $(\partial P/\partial T)_V$, а также коэффициент теплового расширения α и изотермическую сжимаемость β_T .

$$1) \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad dQ = T dS = du + p dV$$