

4.75. В теплонепроницаемом сосуде под подвижным поршнем находится один моль идеального одноатомного газа. В некоторый момент времени давление на поршень мгновенно увеличивается в два раза. После установления теплового равновесия давление также мгновенно уменьшается в два раза, возвращаясь к первоначальному значению. Определить изменение энтропии ΔS газа.

$$1) Q + A = \Delta U \Rightarrow A = \Delta U \Rightarrow -2p(V_2 - V_1) = \frac{3}{2}(2pV_2 - pV_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2pV_2 + 2pV_1 = 3pV_2 - \frac{3}{2}pV_1 \Rightarrow \frac{7}{2}pV_1 = 5pV_2 \Rightarrow V_2 = \frac{7}{10}V_1$$

$$2) -p(V_3 - \frac{7}{10}V_1) = \frac{3}{2}(pV_3 - \frac{7}{5}pV_1)$$

$$\frac{7}{10}V_1 - V_3 = \frac{3}{2}V_3 - \frac{21}{10}V_1 \Rightarrow \frac{14}{5}V_1 = \frac{5}{2}V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{28}{25}V_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{28}{25}$$

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{T_3}{T_1} + \nu R \ln \frac{V_3}{V_1} = \nu C_p \ln \frac{28}{25}$$

5.75. Термодинамический потенциал Гиббса некоторой системы задается выражением $\Phi(P, T) = aT(1 - \ln T) + RT \ln P - TS_0 + U_0$, где a, R, S_0, U_0 — постоянные. Выразить внутреннюю энергию U и энтальпию H как функции объема V и температуры T и определить физический смысл константы a .

$$\Phi(P, T) = aT(1 - \ln T) + RT \ln P - TS_0 + U_0$$

$$V = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_T = \frac{RT}{P} \Rightarrow pV = RT$$

$$-S = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)_P = -a \ln T + R \ln P - S_0 \Rightarrow S = S_0 + a \ln T - R \ln P$$

$$H = G + TS = aT(1 - \ln T) + RT \ln P - TS_0 + U_0 + TS_0 + aT \ln T - RT \ln P = aT + U_0$$

$$U = H - pV = aT + U_0 - RT = (a - R)T + U_0, \text{ где } a = C_p.$$

5.38. Один из методов получения очень низких температур основан на использовании зависимости термодинамических величин некоторых веществ (парамагнитных солей) от индукции магнитного поля B . В не слишком сильных полях свободная энергия соли имеет вид $\Psi = \Psi_0 - \frac{a}{T}B^2$. Определить количество теплоты, поглощаемое солью при изотермическом размагничивании от поля $B = B_0$ до поля $B = 0$ при температуре T .

$$\Psi = \Psi_0 - \frac{a}{T}B^2 \quad - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial T} \right)_B = S = \frac{2aB^2}{T^2} \Rightarrow \partial Q = TdS = \frac{2aBdB}{T} - \frac{2aB^2}{T^2}dT = \frac{2aBdB}{T}$$

$$Q = \frac{2a}{T} \int B dB = \frac{aB_0^2}{T}$$

Т-3. (2018) Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части поршнем, прикреплённым пружиной к правой стенке сосуда (см. рис.). Слева от поршня находится 1 моль азота при комнатной температуре, справа — вакуум. Вначале пружина не деформирована, а поршень удерживается защёлкой. Защёлку убирают, и когда система приходит в равновесие, давление газа оказывается в $n = 3$ раза меньше исходного. Считая газ идеальным, найдите изменение его энтропии в этом процессе.



$$\Delta U = \frac{C_V}{R} \left(\frac{pV_1}{3} - pV_0 \right)$$

$$A_{\text{пр}} = -\frac{kx^2}{2} = -\frac{k(V_1 - V_0)^2}{2S^2}$$

Ответ: $0,75R$.

$$2) \frac{p}{3} = \frac{k(V_1 - V_0)}{S^2} \Rightarrow \frac{k}{S^2} = \frac{p}{3(V_1 - V_0)} \Rightarrow A_{\text{пр}} = -\frac{k}{6}(V_1 - V_0) = \frac{C_V}{R} p \left(\frac{V_1}{3} - V_0 \right)$$

$$V_0 - V_1 = \frac{2C_V}{R} V_0 - \frac{C_V}{R} V_1$$

$$(6C_V + R)V_0 = (2C_V + R)V_1 \Rightarrow V_1 = V_0 \frac{6C_V + R}{2C_V + R} = \frac{8V_0}{3}$$

$$3) S = S_0 + \nu C_V \ln T + R \ln V = S_0 + \nu C_V \ln p + \nu C_p \ln V$$

$$b) S = S_0 + C_V \ln T + R \ln V = S_0 + C_V \ln p + C_P \ln V$$

$$\Delta S = C_V \ln \frac{p_3}{p} + C_P \ln \frac{V_3}{V_1} = \left(\frac{5}{2} \ln \frac{1}{3} + \frac{7}{2} \ln \frac{8}{3} \right) R$$

5.54. Уравнение состояния резинового стержня имеет вид: $f = aT \left[\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L} \right)^2 \right]$, где f — растягивающая сила, $a = 0,013 \text{ Н/К}$, T —

температура, L — длина, $L_0 = 1 \text{ м}$ — начальная длина. Состояние стержня проходит замкнутый цикл, состоящий из трех обратимых процессов:

1-2 — изотермического растяжения при $T_1 = 300 \text{ К}$ до конечной длины $L = 2 \text{ м}$;

2-3 — нагревания при $L = \text{const}$;

3-1 — адиабатического сокращения длины стержня до L_0 .

Изобразить цикл на (T, S) -диаграмме. Вычислить количество тепла, поглощенного и отданного стержнем при деформации. Теплоемкость всего стержня $C_L = 1,2 \text{ Дж/К}$ и не зависит от температуры и деформации.

$$\delta Q = C_L dT + aT \left(\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L} \right)^2 \right) dL$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = C_L \frac{dT}{T} + a \left(\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L} \right)^2 \right) dL$$

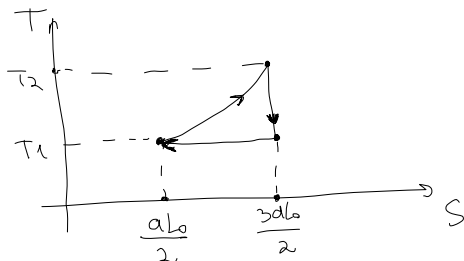
$$1) dT=0 \Rightarrow dS = a \left(\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L_0}{L} \right)^2 \right) dL \Rightarrow \Delta S = a \left(\frac{L_0^2}{2L_0} + \frac{L_0^2}{2L_0} \right) - a \left(\frac{L_0}{2} + L_0 \right) = aL_0$$

$$2) dL=0: dS = C_L \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = C_L \ln(T_2/T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 e^{\Delta S/C_L}, T_2 = T_1 e^{\frac{\Delta S}{C_L}} = T_1 e^{\frac{aL_0}{2C_L}}$$

3) $S = \text{const}$:

$$\text{Тогда } 1) Q_- = T_1 \cdot aL_0$$

$$2) Q_+ = C_L (T_2 - T_1)$$



4.47. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 10$ моль, находящийся при температуре $T_1 = 300 \text{ К}$, расширяется без подвода и отдачи тепла в пустой сосуд через турбину, необратимым образом совершая работу (рис. 413). После установления равновесия температура газа понижается до $T = 200 \text{ К}$. После этого газ квазистатически сжимается: сначала изотермически, а затем адиабатически, возвращаясь в первоначальное состояние. При этом сжатии затрачивается работа $A = 15 \text{ кДж}$. Найти изменение энтропии газа при расширении.

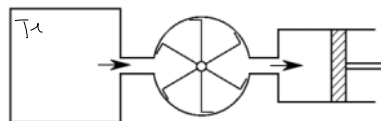


Рис. 413



$$1) Q = -T_2 \Delta S$$

$$2) \Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2)$$

$$\left. \begin{aligned} Q + A &= \Delta U \\ -T_2 \Delta S &= \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) - A \\ \Delta S &= -\frac{3}{2} \nu R \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) + \frac{A}{T_2} \end{aligned} \right\}$$

4.43. В объеме $V_1 = 3 \text{ л}$ находится $\nu_1 = 0,5$ моль кислорода O_2 , а в объеме $V_2 = 2 \text{ л}$ — $\nu_2 = 0,5$ моль азота N_2 при температуре $T = 300 \text{ К}$. Найти максимальную работу, которая может быть произведена за счет изотермического смешения этих газов в суммарном объеме $V_1 + V_2$.

4.44. Решить предыдущую задачу в предположении, что смешивание газов производится адиабатически. Начальная температура газов $T_1 = 300 \text{ К}$.

$$4.43. T dS \geq \delta Q = dU + \delta A \xrightarrow{T = \text{const}} \delta A \Rightarrow \delta A \leq T dS$$

$$A \leq T(S_2 - S_1) = RT \left(\nu_1 \ln \frac{V_2 + V_1}{V_1} + \nu_2 \ln \frac{V_2 + V_1}{V_2} \right)$$

$$4.44. 1) TV^{\gamma-1} = \text{const} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{\nu_1 \nu_2}{(\nu_1 + \nu_2)^2} \right)^{1/\gamma}$$

$$2) \delta A_{\text{max}} = -dU \Rightarrow A_{\text{max}} = (\nu_1 + \nu_2) C_V (T_2 - T_1)$$

$$4.44. 1) 1V = \text{const} \Rightarrow T_2 = 11 (1 + v_1 + v_2)^2$$

$$2) \delta A_{\text{rot}} = -dU \Rightarrow A_{\text{rot}} = (v_1 + v_2) C v (T_2 - T_1)$$