

# Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки

Шахматов Андрей, Б02-304

September 27, 2023

## Abstract

Измерено удельное сопротивление нихромовой проволоки различной длины. Для измерения сопротивления использовались два метода: анализ вольт-амперной характеристики, полученной при помощи амперметра и вольтметра, и использование моста Уитстона с магазином сопротивлений. Получены значения удельных сопротивлений, измеренных двумя способами. Выявлено, что основной вклад в погрешность измерения удельного сопротивления проволоки вносит погрешность измерения её диаметра, и потому нет различимой разницы в точности измерения двумя способами. Полученное значение удельного сопротивления оказалось в соответствии с табличными данными.

## Contents

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Методика</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Результаты и их обсуждение</b>	<b>3</b>
3.1	Измерение длины и площади сечения проволоки . . . . .	3
3.2	Измерение сопротивления проволоки при помощи амперметра и вольтметра . . . . .	3
3.3	Сравнение сопротивлений, полученных с использованием двух методов . . . . .	5
3.4	Расчёт удельного сопротивления проволоки . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Использованная литература</b>	<b>6</b>

<b>6</b>	<b>Приложения</b>	<b>6</b>
6.1	Характеристики измерительных приборов . . . . .	6
6.2	Расчёт поправок для сопротивления при измерении амперметром и вольтметром . . . . .	7
6.3	Данные результатов измерений . . . . .	8
6.4	Анализ результатов измерения толщины проволоки и расчёт площади сечения . . . . .	9
6.5	Расчёт коэффициентов наклона и их погрешностей . . . . .	9
6.6	Расчёт удельных сопротивлений и погрешностей . . . . .	10

## 1 Введение

В современной электротехнике часто требуется проводить измерения удельных сопротивлений различных сплавов. Один из самых распространённых методов - прямое измерение напряжения и тока на резисторе в участке цепи, и дальнейшее получение сопротивления этого участка в результате анализа вольт-амперной характеристики. Такой метод не может обеспечить высокую точность измерений, так как результат может исказиться из-за наличия внутреннего сопротивления у вольтметра и амперметра. Другим методом измерения сопротивления является использование моста Уитстона. Такой метод обеспечивает высокую точность, однако процесс измерения является трудноавтоматизируемым и дорогим, что делает его неподходящим для использования в промышленности. Цель настоящей работы заключалась в расчёте систематических поправок при измерении сопротивления первым методом, используя второй метод в качестве эталонного, на примере измерения удельного сопротивления нихромовой проволоки.

## 2 Методика

Для определения удельного сопротивления проволоки, считая проволоку однородной по длине, а её толщину - много меньше длины, можно применить следующее выражение:

$$\rho = \frac{RS}{d}. \quad (1)$$

Чтобы вычислить удельное сопротивление, следует найти длину  $d$  и площадь сечения проволоки  $S$ . Так как минимальная длина измеряемой проволоки - 0.3 м, для её измерения была выбрана линейка. Толщина проволоки измерялась двумя инструментами: микрометром и штангенциркулем. Для определения сопротивления были использованы амперметр и вольтметр. Характеристики приборов представлены в приложении 6.1 в таблице 4.

Для измерения сопротивления проволоки предполагалось использовать одну из двух схем, приведенных на рисунке 1.

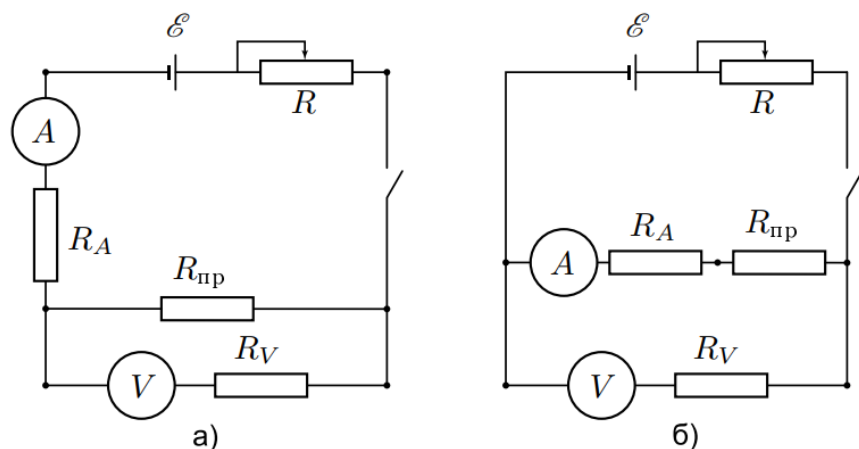


Figure 1: Схемы измерения сопротивления

С учётом предполагаемых значений сопротивления проволоки была выбрана первая схема (См. приложение 6.2).

В качестве эталонного прибора для измерения сопротивления был использован мост Уитстона Р4833.

### 3 Результаты и их обсуждение

#### 3.1 Измерение длины и площади сечения проволоки

Сопротивление измерялось на трёх образцах проволоки различной длины: 20, 30 и 50 см. Результаты измерений длины проволоки представлены в таблице 6.3

Диаметр проволоки был измерен в 10 точках проволоки при помощи микрометра и штангенциркуля. Результаты измерения диаметра проволоки представлены в таблице 6.3. Получены следующие значения площади сечения и диаметра проволоки (См. приложение 6.4)

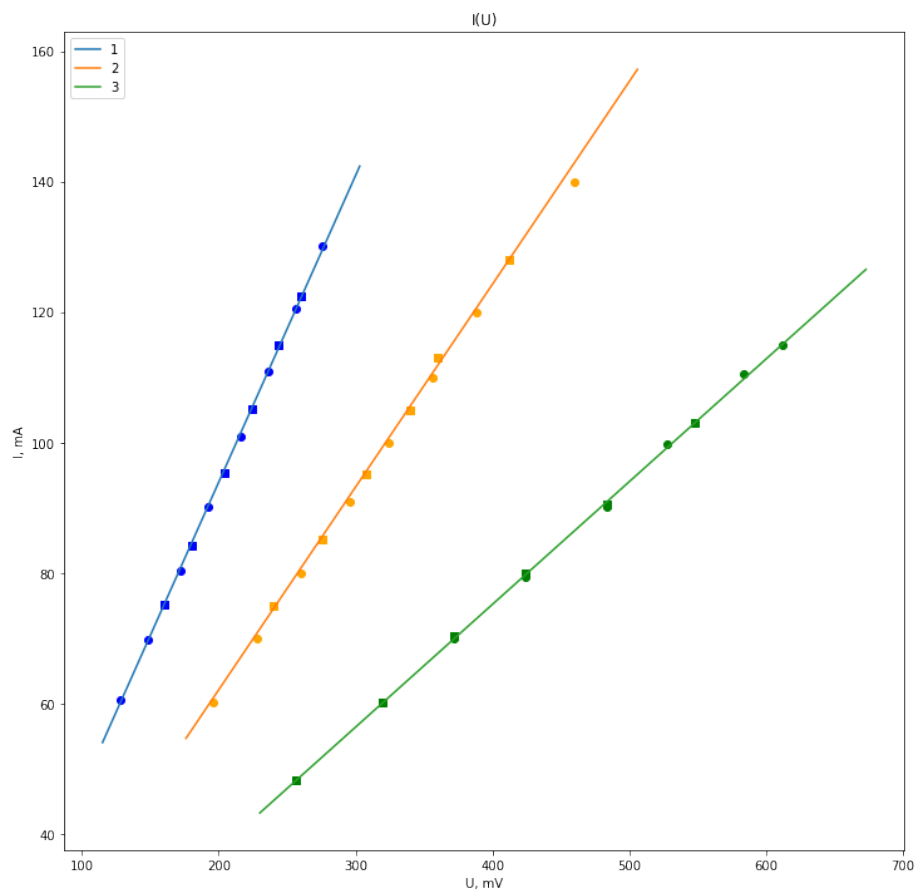
$$d = (0.36 \pm 0.01) \text{ мм} \quad (2)$$

$$S = (0.101 \pm 0.006) \text{ мм}^2 \quad (3)$$

#### 3.2 Измерение сопротивления проволоки при помощи амперметра и вольтметра

В таблице 6.3 указаны значения напряжения и силы тока, измеренные для использованных выше длин проволоки. Из графика 3.2 следует, что значение удельного сопротивления не зависит от направления измерения,

из чего следует, что для нихромовой проволоки результаты измерения тока не зависят от истории измерений.



таблице 3.2. Вычисления представлены в приложении 6.5.

	l = 20 см	l = 30 см	l = 50 см
$R$ , Ом	3.12	3.22	5.32
$\sigma_R$ , Ом	0.03	0.03	0.04

Table 1: Значения сопротивлений нихромовой проволоки при различных её длинах

### 3.3 Сравнение сопротивлений, полученных с использованием двух методов

Сводные данные измерений двумя методами представлены в таблице 3.3.

	l = 20 см	l = 30 см	l = 50 см
$R_0$ , Ом	$2.1204 \pm 0.0001$	$3.2227 \pm 0.0001$	$5.3164 \pm 0.0001$
$R_{\text{ср}}$ , Ом	$2.13 \pm 0.04$	$3.22 \pm 0.04$	$5.32 \pm 0.05$
$\sigma_R^{\text{случ}}$ , Ом	0.003	0.009	0.009
$\sigma_R^{\text{сист}}$ , Ом	0.04	0.04	0.05

Table 2: Сводная таблица измерений сопротивления нихромовой проволоки двумя способами:  $R_0$  - сопротивление, измеренное с помощью моста Уитстона,  $R_{\text{ср}}$  - сопротивление, измеренное при помощи амперметра и вольтметра.

Из полученных данных можно сделать вывод, что значение сопротивления, измеренного при помощи амперметра и вольтметра, совпадает со значением, измеренным при помощи моста Уитстона. Основную долю погрешности измерения составляет приборная погрешность амперметра и вольтметра.

### 3.4 Расчёт удельного сопротивления проволоки

Результаты расчёта удельного сопротивления нихромовой проволоки и погрешность (приложение 6.6) при различных её длинах представлены в таблице 3.4.

Амперметр и вольтметр			P4833	
l, см	$\rho$ , $10^{-4}$ Ом·см	$\sigma_\rho$ , $10^{-4}$ Ом·см	$\rho$ , $10^{-4}$ Ом·см	$\sigma_\rho$ , $10^{-4}$ Ом·см
20	1.08	0.06	1.07	0.06
30	1.09	0.06	1.09	0.06
50	1.08	0.06	1.08	0.06

Table 3: Удельное сопротивление нихромовой проволоки, полученное при различных длинах отрезков

Значения удельного сопротивления оказались одинаковы в пределах погрешностей для обоих методов. Основной вклад в погрешность даёт слагаемое  $(\frac{\sigma_s}{S})^2$  зависящее от погрешности измерения диаметра проволоки. Эта погрешность нивелирует различия в точности приборов, поэтому можно считать, что для данной задачи не важен способ измерения сопротивления. Среднее значение удельного сопротивления составило  $\bar{\rho} = (1.08 \pm 0.04)10^{-4}$  Ом · см, что попадает в диапазон  $0.97 \cdot 10^{-4}$  Ом · см до  $1.12 \cdot 10^{-4}$  Ом · см для сплавов нихрома при температуре 20 °C[2].

## 4 Выводы

Значение удельного сопротивления нихромовой проволоки оказалось равно  $(1.08 \pm 0.04)10^{-4}$  Ом · см и совпало в пределах погрешности с табличными данными. При этом полученные с помощью различных методов значения сопротивления нихромовой проволоки оказались одинаковы в пределах погрешности. Источником погрешности удельного сопротивления является малая точность измерения диаметра проволоки.

## 5 Используемая литература

### References

- [1] Лабораторный практикум по общей физике, Том 1, под редакцией А. Д. Гладуна
- [2] Физические величины. М. Энергоиздат, 1991. С. 444

## 6 Приложения

### 6.1 Характеристики измерительных приборов

	Вольтметр	Миллиамперметр
Система	Магнитоэлектрическая	Цифровая
Класс точности	0.2	-
Предел измерений $x_{\Pi}$	0.6 В	2 А - 0.5 А
Число делений $x_{\Pi}/n$	150	-
Чувствительность $n/x_{\Pi}$	4 мВ/дел	-
Абсолютная погрешность $\Delta x_M$	2 мВ	0.006 мА - 0.6 мА
Внутреннее сопротивление прибора	4000 Ом	1.2 Ом

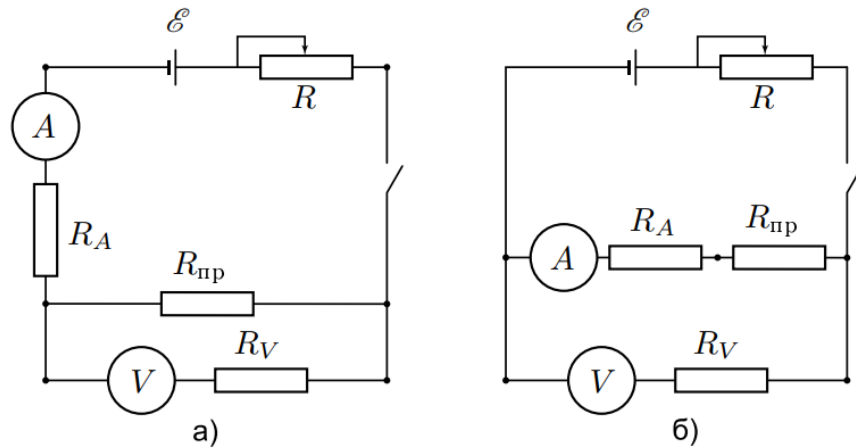
Table 4: Характеристики амперметра и вольтметра

Погрешность штангенциркуля - 0.1 мм

Погрешность микрометра - 0.01 мм

Погрешность линейки - 0.5 мм.

## 6.2 Расчёт поправок для сопротивления при измерении амперметром и вольтметром



Для первой схемы:

$$R_{\text{изм}} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_{\text{пр}} + R_V}$$

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{изм}} \frac{R_V}{R_V - R_{\text{изм}}} \approx R_{\text{изм}} \left(1 + \frac{R_{\text{изм}}}{R_V}\right)$$

Для второй схемы:

$$R_{\text{изм}} = R_{\text{пр}} + R_A$$

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{изм}} \left(1 - \frac{R_{\text{изм}}}{R_A}\right)$$

Где  $R_{\text{пр}}$  - реальное сопротивление проволоки

$R_{\text{изм}}$  - измеренное сопротивление

$R_V$  - сопротивление вольтметра

$R_A$  - сопротивление амперметра.

Для измерения сопротивления проволоки, сопротивлением порядка 5 Ом, относительные поправки будут равны:

$$\epsilon_{R_a} = \frac{R}{R_v} \approx 0.1\%$$

$$\epsilon_{R_b} = \frac{R_a}{R} \approx 24\%$$

### 6.3 Данные результатов измерений

$l$ , см	20 см	30 см	50 см
$\sigma_l$ , мм	0.5 мм	0.5 мм	0.5 мм
$\frac{\sigma_l}{l}$ , %	2.5	1.7	1.0

Table 5: Результаты измерения длины проволоки

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_1$ , мм	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
$d_2$ , мм	0.36	0.35	0.36	0.35	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.37

Table 6: Результаты измерения диаметра проволоки,  $d_1$  - измерения штангенциркулем,  $d_2$  - измерения микрометром

l = 20см				l = 30см			l = 50см		
	V, дел	V, мВ	I, мА	V, дел	V, мВ	I, мА	V, дел	V, мВ	I, мА
0	32	128	60.5	49	196	60.1	64	256	48.3
1	37	148	69.8	57	228	70.0	80	320	60.2
2	43	172	80.4	65	260	80.0	93	372	70.0
3	48	192	90.1	74	296	90.9	106	424	79.5
4	54	216	101.0	81	324	100.0	121	484	90.1
5	59	236	111.0	89	356	110.0	132	528	99.8
6	64	256	120.5	97	388	120.0	146	584	110.5
7	69	276	130.1	115	460	140.0	153	612	115.0
0	65	260	122.5	103	412	128.0	137	548	103.0
1	61	244	115.0	90	360	113.0	121	484	90.5
2	56	224	105.2	85	340	105.0	106	424	80.0
3	51	204	95.3	77	308	95.2	93	372	70.3
4	45	180	84.3	69	276	85.2	80	320	60.1
5	40	160	75.2	60	240	75.0	64	256	48.3

Table 7: Измерение напряжения и силы тока

	l = 20 см	l = 30 см	l = 50 см
$R_0$ , Ом	2.1204	3.2227	5.3164
$\sigma_{R_0}$ , Ом	0.0001	0.0001	0.0001

Table 8: Измерение сопротивления на приборе P4833



## 6.4 Анализ результатов измерения толщины проволоки и расчёт площади сечения

При измерении штангенциркулем точность результата определяется только точностью прибора:

$$d_1 = (0.40 \pm 0.05) \text{ мм}$$

При измерении микрометром погрешность складывается из систематической( $d_c$ ) и случайной( $d_r$ ):

$$\begin{aligned}\sigma_{d_r}^2 &= 0.01 \text{ мм} \\ \sigma_{d_c}^2 &= \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм} \\ \sigma_{d_2} &= \sqrt{\sigma_{d_r}^2 + \sigma_{d_c}^2} \approx 0.01 \text{ мм}\end{aligned}$$

Так как  $\sigma_{d_r}^2 \gg \sigma_{d_c}^2$ , можно считать проволоку однородной по диаметру, а значит выполняется формула 1. Получено, что погрешность диаметра проволоки, при измерении штангенциркулем, больше чем, погрешность при измерении микрометром, потому в дальнейших вычислениях использованы значения диаметра, полученные при помощи микрометра. Тогда введём площадь поперечного сечения проволоки:

$$\begin{aligned}S &= \frac{\pi d_2^2}{4} \approx 0.101 \text{ мм}^2 \\ \sigma_S &= 2S \frac{\sigma_d}{d} \approx 0.006 \text{ мм}^2 \\ S &= (0.101 \pm 0.006) \text{ мм}^2\end{aligned}$$

## 6.5 Расчёт коэффициентов наклона и их погрешностей

Формула для расчёта коэффициента и погрешности:

$$\begin{aligned}k &= \frac{\overline{xy}}{\overline{x^2}} \\ \sigma_k &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\overline{y^2}}{\overline{x^2}} - k^2}\end{aligned}$$

В этой формуле считается, что известно, что  $y(0) = 0$ .

## 6.6 Расчёт удельных сопротивлений и погрешностей

Формула для расчёта удельного сопротивления:

$$\rho = \frac{Rl}{S}$$

Формула погрешности:

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$