8.59. Две одинаковые частицы (например, два протона), ускоренные до одной и той же энергии $\mathscr{E} = 10$ ГэВ, движутся навстречу друг другу и сталкиваются между собой. Рассмотрев тот же процесс в системе отсчета, связанной с одной из частиц, в которой частица-

112

мишень покоится, а другая движется навстречу ей, определить энергию $\mathscr{E}'$ второй частицы в этой системе. (Принцип ускорителя на встречных пучках.)

$$\mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta^2 = 1 - \left(\frac{mc^2}{\mathcal{E}}\right)^2$$

$$\mathcal{E}' = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta'^2}}$$

$$\beta' = \frac{\beta+\beta}{1+\beta^2} = \frac{2\beta}{1+\beta^2}$$

$$\mathcal{E}' = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{2\beta}{1+\beta^2}}} = \frac{mc^2\sqrt{1+\beta^2}}{|\beta-1|} =$$

$$= mc^2 \frac{\sqrt{2-\left(\frac{mc^2}{\mathcal{E}}\right)^2}}{1-\sqrt{1-\frac{m^2c^4}{\mathcal{E}^2}}} = mc^2 \frac{\sqrt{2\mathcal{E}^2-m^2c^4}}{\mathcal{E}-\sqrt{\mathcal{E}^2-m^2c^4}}$$

8.47*. При столкновении протонов высоких энергий могут образовываться антипротоны $\widetilde{\mathrm{p}}$ согласно реакции

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{p} + \mathrm{p} + \widetilde{\mathrm{p}}.$$

Какой минимальной (пороговой) кинетической энергией должен обладать протон, чтобы при его столкновении с покоящимся протоном была возможна такая реакция?

8.74. Выразить ускорение **a** релятивистской частицы через ее массу m, скорость v и действующую на нее силу F в случаях:

а) скорость частицы изменяется только по направлению, т. е. сила направлена перпендикулярно скорости $(\mathbf{F}\perp\mathbf{v})$;

б) скорость частицы меняется только по величине, т. е. направлена по скорости $(\mathbf{F}\parallel\mathbf{v})$.

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{m\dot{\vec{v}}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{(\vec{v}\cdot\dot{\vec{v}})}{c^2}\cdot\frac{m\vec{v}}{(1-\beta^2)^{3/2}}$$

а) $\vec{F}\perp\vec{v} \Rightarrow F_\perp = \frac{ma}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow a = \frac{F_\perp}{m}\sqrt{1-\beta^2}$

б) $\vec{F}\parallel\vec{v} \Rightarrow F_\parallel = \frac{ma}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{ma}{(1-\beta^2)^{3/2}}\cdot\beta^2 \Rightarrow a = \frac{F_\parallel}{m}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{\beta^2}{1-\beta^2}} = \frac{F_\parallel}{m}\cdot(1-\beta^2)^{3/2}$

8.44. Покоящийся π^+-мезон (энергия покоя $m_\pi c^2 = 139{,}6$ МэВ) распадается на антимюон μ^+ (энергия покоя $m_\mu c^2 = 105{,}7$ МэВ) и нейтрино ν (энергия покоя равна нулю). Найти кинетические энергии K_μ и K_ν продуктов распада.

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ 1) ЗСЭ: $(m_\pi c^2)^2 = (K_\mu + m_\mu c^2 + K_\nu)^2 - (0\cdot c)^2$, т.к. $\vec{p} = 0$

K_μ и K_ν продуктов распада.

$\pi^+ \to \mu^+ + \nu$

1) ЗСЭ: $(m_\pi c^2)^2 = (K_\mu + m_\mu c^2 + K_\nu)^2 - (0 \cdot c)^2$, т.к. $\vec{p} = 0$

$m_\pi c^2 = K_\mu + K_\nu + m_\mu c^2$

2) $(K_\mu + m_\mu c^2)^2 - (p_\mu c)^2 = (m_\mu c^2)^2 \Rightarrow p_\mu = \sqrt{\dfrac{K_\mu (K_\mu + 2 m_\mu c^2)}{c^2}}$

$(K_\nu)^2 - (p_\nu c)^2 = 0 \Rightarrow p_\nu = \dfrac{K_\nu}{c}$

$\left.\right\} \dfrac{K_\nu^2}{c^2} = \dfrac{K_\mu (K_\mu + 2 m_\mu c^2)}{c^2}$

3) $K_\nu = m_\pi c^2 - m_\mu c^2 - K_\mu$

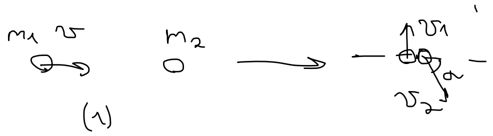
$(m_\pi c^2 - m_\mu c^2 - K_\mu)^2 = K_\mu^2 + 2 m_\mu c^2 \cdot K_\mu$

$(m_\pi - m_\mu)^2 c^4 - 2 K_\mu c^2 (m_\pi - m_\mu) + \cancel{K_\mu^2} = \cancel{K_\mu^2} + 2 m_\mu c^2 \cdot K_\mu$

$(m_\pi - m_\mu)^2 c^2 = 2 K_\mu \quad (\cancel{m_\mu} + m_\pi - \cancel{m_\mu}) = 2 K_\mu m_\pi$

$$\boxed{K_\mu = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2 c^2}{2 m_\pi}}$$

8.105. Нейтрон, летевший вдоль оси X со скоростью $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с, после упругого столкновения с неподвижной частицей полетел вдоль оси Y, причем его кинетическая энергия уменьшилась в 2 раза. С частицей какой массы столкнулся нейтрон?



ЗСЭ: $m_1 c^2 + m_2 c^2 + K_0 = m_1 c^2 + m_2 c^2 + \dfrac{K_0}{2} + K_2$

$\dfrac{K_0}{2} = K_2$

ЗСИ: $\left.\begin{aligned} ox&: p_0 = p_2 \cos\alpha \\ oy&: 0 = p_1 - p_2 \sin\alpha \end{aligned}\right\} p_0^2 + p_1^2 = p_2^2$

$(m_1 c^2 + K_0)^2 - (p_0 c)^2 = (m_1 c^2 + \frac{K_0}{2})^2 - (p_1 c)^2$

$(m_2 c^2)^2 - 0 = (m_2 c^2 + K_2)^2 - (p_2 c)^2$

$\Big\} (m_1 c^2 + K_0)^2 - (m_2 c^2)^2 - (p_0 c)^2 = (m_1 c^2 + \frac{K_0}{2})^2 - (m_2 c^2 + \frac{K_0}{2})^2 + (p_0 c)^2$

$(m_1 c^2 + K_0)^2 - (m_2 c^2)^2 = (m_1 c^2 + \frac{K_0}{2})^2 - (m_2 c^2 + \frac{K_0}{2})^2 + 2 (p_0 c)^2$

$$\begin{cases} K_0 = \dfrac{m_1 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_1 c^2 \\ p_0 = \dfrac{m_1 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$