

Матан третья домашка.

Шахматов Андрей, Б02-304

6 апреля 2024 г.

Содержание

1	Т.25	1
2	Т.29	1
3	8.3	1

1 Т.25

Такое множество является объединением двух множеств $X = X_1 \cup X_2$:

$$X_1 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{Q}\}$$

$$X_2 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{Q}\}$$

В свою очередь X_1 :

$$X_1 = \bigcup_{x \in \mathbb{Q}}^{\infty} \{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}\}$$

Так как $\{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ по существу является прямой, то оно измеримо с мерой 0. Тогда X_1 в силу счётной аддитивности тоже измеримо с мерой 0. Аналогично измеримо и X_2 . Тогда X измеримо так как является объединением измеримых.

2 Т.29

3 8.3

$$f^{-1}(\{+\infty\}) = \bigcap_{i=1}^{\infty} f^{-1}((i, +\infty])$$

$$f^{-1}(\{-\infty\}) = A \setminus \bigcup_{i=1}^{\infty} f^{-1}((-i, +\infty])$$

$$f^{-1}(\mathbb{R}) = A \setminus (f^{-1}(\{-\infty\}) \cup f^{-1}(\{+\infty\}))$$

4 8.4

$$f^{-1}((a, b)) = f^{-1}((a, +\infty]) \setminus \left(\bigcap_{i=1}^{\infty} f^{-1}\left((b - \frac{1}{i}, +\infty]\right) \right)$$