6.52. Один моль эфира, находящегося в критическом состоянии, расширяется в теплоизолированный вакуумированный сосуд, так что его объем увеличивается в $N = 17$ раз. Считая, что теплоемкость эфира $C_V = 3R$ от температуры не зависит, определить изменение энтропии эфира в этом процессе.

$\Delta U = 0$: $0 = C_V T_2 - C_V T_1 - \frac{a}{V_2} + \frac{a}{V_1}$

$T_2 = T_1 - \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = T_1 + \frac{9}{8}\cdot\frac{RT_{кр}}{C_V}\left(\frac{1}{\varphi_1} - \frac{1}{\varphi_2}\right)$

$\frac{T_2}{T_{кр}} = 1 + \frac{9}{8}\frac{R}{C_V}\left(\frac{1}{N} - 1\right) = \frac{11}{17}$

$\frac{V_2}{V_1} = 17$

$\Delta S = 3R\ln\frac{11}{17} + R\ln\frac{17\cdot 3b - b}{2b} = \left(3\ln\frac{11}{17} + \ln 25\right)R$

2.11. Воздух, сжатый в большом баллоне при температуре $T_1 = 273$ К, вытекает в атмосферу по трубке, в конце которой он приобретает скорость $v = 400$ м/с. Найти температуру вытекающего воздуха T_2 в конце трубки, а также давление P_1 воздуха в баллоне. Процесс истечения газа считать адиабатическим.

$c_{зв} = \sqrt{\frac{\gamma R T_1}{\mu}} \approx$

1) $v = c_{зв}\sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\cdot\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \Rightarrow \underline{T_2} = \left(1 - \left(\frac{v}{c_{зв}}\right)^2 \cdot \frac{\gamma - 1}{2}\right) T_1$

2) $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow \underline{p_1} = p_0\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

6.68. Показать, что газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса, с $a = 0$ в опыте Джоуля–Томсона всегда нагревается. Определить повышение температуры при расширении.

6.69. Показать, что газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса, с $b = 0$ в опыте Джоуля–Томсона всегда охлаждается. Определить понижение температуры при расширении.

$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}$, $a = 0$: $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = -\frac{b}{C_p} < 0$

$b = 0$: $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT}}{C_p} > 0$

6.41. Газ Ван-дер-Ваальса сначала изотермически при температуре T_0 сжимают от исходного объема V_0 до $V_0/2$, а затем расширяют в вакуум до объема $2V_0$. Найти изменение энтропии одного моля газа, считая известными константы a и b, а теплоемкость C_V не зависящей от температуры T.

$C_V(T - T_0) = a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$

$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{2V_0} - \frac{1}{V_0/2}\right) = 1 - \frac{3a}{2C_V}$

$\Delta S = C_V\ln\left(1 - \frac{3a}{2C_V}\right) + R\ln 4$ //.

6.73. Вычислить, во сколько раз отличаются изменения температуры при эффекте Джоуля–Томсона и при обратимом адиабатическом расширении газа Ван-дер-Ваальса. Перепад давления в обоих случаях одинаков и невелик, $T_{кр}/T = 0{,}4$ и $V_{кр}/V = 0{,}09$, где $T_{кр}$ и $V_{кр}$ — критические температура и объем.

Указание. Коэффициент теплового расширения $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ находится дифференцированием уравнения Ван-дер-Ваальса.

1) $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p} = \frac{\frac{2a}{0{,}4RT_{кр}} - b}{C_p} = \frac{\left(\frac{2}{0{,}4}\cdot\frac{27}{8} - 1\right)b}{C_p}$

2) $\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau$ | $\tau\left(\varphi - \frac{1}{3}\right)^{R/C_V} = const = \left(\frac{2}{3}\right)^{R/C_V}$

$\tau^{\frac{C_V}{R}}\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{d\varphi}{\varphi - \frac{1}{3}}\cdot\frac{R}{C_V} = -\frac{d\tau}{\tau} \to$

$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{C_V}{R}\cdot\frac{\varphi - \frac{1}{3}}{\tau}$

$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\tau^{-\frac{C_V}{R}} = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{3}}\tau$

$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) = \tau^{1+\frac{C_V}{R}}$

$d\pi - \frac{6}{\varphi^3}d\varphi = \left(1 + \frac{C_V}{R}\right)\tau^{\frac{C_V}{R}}d\tau$

$\frac{d\pi}{d\tau} = \left[\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)\tau^{C_V/R} - \frac{6}{\varphi^3}\cdot\frac{C_V}{R}\cdot\frac{\varphi - \frac{1}{3}}{\tau}\right]$

6.87. Расширение азота (N_2) в процессе Джоуля–Томсона производится от описываемого уравнением Ван-дер-Ваальса начального состояния с температурой $T_0 = 3T_{кр}$ ($T_{кр}$ — критическая температура газа) до сильно разреженного, в котором газ можно считать идеальным. Найти начальный объем V_0 и конечную температуру газа, соответствующие его максимально возможному охлаждению. Теплоемкость C_V не зависит от температуры. Критические параметры: $T_{кр} = 126$ К, $V_{кр} = 114$ см^3/моль.

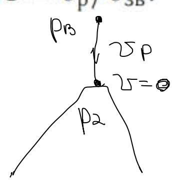
$(C_V + R)(T_2 - T_1) = \frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}$

$\left(\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}\right)' = -\frac{bRT_1}{(V_1 - b)^2} + \frac{2a}{V_1^2} = 0 \Rightarrow \frac{bRT_1}{2a} = \left(\frac{V_1 - b}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{V_1 - b}{V_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_1 = 3b$

$\frac{bRT_1}{2a} = \frac{3T_{кр}bR}{2a} = \frac{3\cdot\frac{8}{27}\cdot\frac{a}{bR}bR}{2a} = \frac{4}{9}$

$T_2 - T_1 = \frac{1}{C_V + R}\cdot\left(\frac{3T_{кр}\cancel{b}R}{2\cancel{b}} - \frac{2a}{3b}\right) = \frac{1}{C_V + R}\left(\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right)a = -\frac{2}{9}\cdot\frac{a}{C_V + R}$

2.20. Оценить давление воздуха в точке у самого носа ракеты, летящей со скоростью, соответствующей числу Маха $M = 1$, если давление $P_в$ на высоте полета ракеты порядка 0,3 атм. Считать процесс сжатия воздуха адиабатическим, а скорость воздуха относительно ракеты в точке у самого ее носа равной нулю. Число Маха $M = v_p/v_{зв}$.



1) $\Delta h = \frac{C_p}{\mu}(T_2 - T_1) = \frac{v_p^2}{2} \Rightarrow \frac{v_p^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\cdot\frac{RT_1}{\mu}\cdot\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow \overset{1}{\left(\frac{v_p}{v_{зв}}\right)^2} = 2\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$

2) $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \to \frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{p_2}{p_1}$ //

6 неделя:
•получить Cp-Cv у ВдВ
6.85;
Изотермы и всё такое
•Джоуль-Томсон вывод T инверсии без приближения малости в дифферинциальном процессе
edited 13:24

$T\,c\,dT = dU + PdV = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right)dV$

•Джоуль-Томсон вывод T инверсии без приближения малости в дифферинциальном процессе edited 13:24

I. $c\,dT = dU + p\,dV = \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V}_{C_V} dT + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right) dV$

Тогда $C_p - C_v = \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right)\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$

Для ВДВ: $\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$

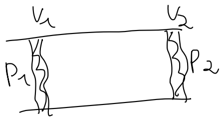
$U = C_V T - \frac{a}{V}$

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = +\frac{a}{V^2}$

$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = \frac{1}{R}\left(\frac{a(2b-V)}{V^3} + p\right)$

$C_p - C_v = \underbrace{\left(p+\frac{a}{V^2}\right)}_{\frac{RT}{V-b}}\left(p+\frac{a(2b-V)}{V^3}\right)\cdot\frac{1}{R} = \frac{p+\frac{a(2b-V)}{V^3}}{V-b}T$

II. Джоуль Томсон.



$p_1V_1 - p_2V_2 = A_1 - A_2 = \left(U_2 + \frac{mv_2^2}{2}\right) - \left(U_1 + \frac{mv_1^2}{2}\right)$.

$\underbrace{\frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2}}_{0} = p_1V_1 + U_1 - p_2V_2 - U_2 = H_1 - H_2 \Rightarrow H = const.$

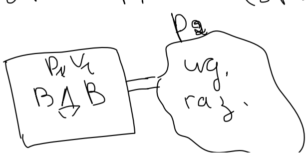
1) Дифф. эффект $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ — ?

$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = -\frac{(\partial H/\partial p)_T}{(\partial H/\partial T)_p} = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{C_p} = -\frac{T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T + V}{C_p} = -\frac{-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V}{C_p}$

$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{C_p} = -\frac{1}{C_p}\cdot\frac{T(\partial p/\partial T)_V + V(\partial p/\partial V)_T}{(\partial p/\partial V)_T} = \boxed{\frac{1}{C_p(\partial p/\partial V)_T}\cdot\left(\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2}\right)}$

$\Rightarrow T_{инв} = \frac{2a}{Rb}\cdot\frac{(V-b)^2}{V^2}$

2) Инт. эффект. $\left(\frac{\Delta T}{\Delta p}\right)_H$



$H_1 = H_2 \Rightarrow C_V T_1 - \frac{a}{V_1} + p_1V_1 = (C_V+R)T_2$

$\boxed{(C_V+R)(T_2-T_1) = \frac{bRT_1}{V_1-b} - \frac{2a}{V_1}}$

$T_{инв} = \frac{2a}{Rb}\cdot\frac{(V_1-b)}{V_1}$

6.85. Определить разность теплоемкостей $C_P - C_V$ в точке инверсии для дифференциального эффекта Джоуля–Томсона произвольной термодинамической системы с объемом V при давлении P. Температурный коэффициент давления равен $\gamma = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$.

1) $C_p - C_v = \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right)\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = T\underbrace{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}_{\gamma}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = T\gamma\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$

2) $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{C_p} \to T_{инв} = V\Big/\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{V}{T_{инв}}$

$C_p - C_v = \gamma\cdot T_{инв}\cdot\frac{V}{T_{инв}} = \gamma V$