T.3. а) $P(\xi_1+\xi_2 \geqslant 3) = \iint\limits_{x+y\geqslant 3}^{+\infty} \frac{dx}{1} I(0,1)\, \lambda e^{-\lambda z} dz\, I(0,+\infty) = 1 - \iint\limits_{x+y\leqslant 3}^{+\infty} I(0,1)\,dx\ \lambda e^{-\lambda z} dz\, I(0,+\infty) =$

$= 1 - \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{3-x} \lambda e^{-\lambda z} dz = 1 - \int\limits_0^1 \left(1 - e^{-\lambda(3-x)}\right) dx = \int\limits_0^1 e^{-\lambda(3-x)} dx = \frac{e^{\lambda}-1}{\lambda e^{3\lambda}}$

б) $P(\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 \geqslant 0) = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^1 dy \int\limits_{y-x}^{+\infty} \lambda e^{-\lambda z} dz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^1 dy \cdot e^{-\lambda(y-x)} = \int\limits_0^1 dx\, \frac{e^{\lambda}-1}{\lambda e^{\lambda x}} =$

$= \frac{e^{\lambda}-1}{\lambda} \cdot \frac{e^{\lambda}-1}{\lambda e^{\lambda}}$

T.8. а) $P(\xi_1+\xi_2 \leqslant 1) = \int\sum\limits_{k+x\leqslant 1} \frac{\lambda_2^k e^{-k}}{k!} \cdot \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} dx = \frac{\lambda_2^0 e^{-0}}{0!} \int\limits_{0\leqslant x \leqslant 1} \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} dx =$

$= e^{-\lambda_1}$

б) $P(\xi_1 \geqslant 2\xi_2) = \sum\int\limits_{x\geqslant 2k} \frac{\lambda_2^k e^{-\lambda_2}}{k!} \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} dx = \sum\limits_0^{\infty} \frac{\lambda_2^k e^{-\lambda_2}}{k!} \int\limits_{2k}^{+\infty} \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} dx =$

$= \sum\limits_0^{\infty} \frac{\lambda_2^k e^{-\lambda_2}}{k!} e^{-2k\lambda_1} = \sum\limits_0^{\infty} \frac{\lambda_2^k e^{-2k\lambda_2}}{k!} e^{-\lambda_1} = \underbrace{e^{-\lambda_1} \cdot e^{\lambda_2 e^{-2\lambda_2}}}$

T.9. 1) $p = \frac{x}{x+y}$, $q = x+y$ $\Rightarrow J = \begin{vmatrix} \frac{y}{(x+y)^2} & 1 \\ -\frac{x}{(x+y)^2} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{x+y} = \frac{1}{q} \Rightarrow J^{-1} = q$

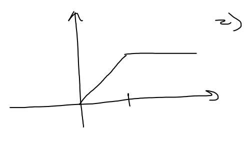
2) $p_\zeta = p_\xi \cdot J^{-1} = q e^{-x} e^{-y} = q e^{-q}$ (только на $(0,1) \ni q$)

$F_p = \int\limits_{x+y<t} e^{-(x+y)} dx\,dy = \int\limits_0^t e^{-x} dx \int\limits_0^{t-x} e^{-y} dy = \int\limits_0^t e^{-x} dx \left(1 - e^{x-t}\right) = \int\limits_0^t e^{-x} dx - \int\limits_0^t e^{-t} dx =$

$= 1 - e^{-t} - te^{-t} \Rightarrow$

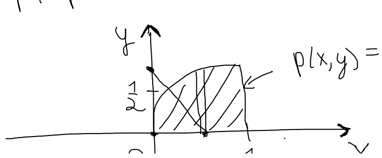
$\Rightarrow p_p = e^{-t} + te^{-t} - e^{-t} = te^{-t}$

$F_q = \int\limits_{\substack{x<t(x+y)\\ x>0\\ y>0}} e^{-(x+y)} dx\,dy = \left\{\begin{matrix} m = x+y \\ n = x \end{matrix}\right\} = \int\limits_{\substack{0<n<tm\\ 0<n<m}} e^{-m} dm\,dn = \int\limits_0^{+\infty} e^{-m} \cdot \min(t,1) \cdot m\, dm =$

$= \min(1,t) \to$  $\Rightarrow$

$\Rightarrow p_q = \text{Uniform}(0,1) = \underline{1}$

$p_q \cdot p_t = 1 \cdot te^{-t} = te^{-t} \Rightarrow$ независимы.

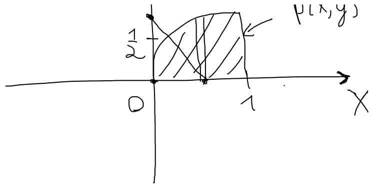
T.6. 

$p(x,y) = cxy \Rightarrow \underline{1} = c\int\limits_0^1 x\,dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} y\,dy \Rightarrow c = \frac{1}{\int\limits_0^1 x\,dx \cdot \frac{x}{2}} = \frac{1}{\frac{x^3}{6}} = 6$

2) $p(x) = \int\limits^{\sqrt{x}} 6xy\,dy = 6x\frac{x}{2} = 3x^2$

1 . 6.

$p(x,y)$



2) $p(x) = \int_0^{\sqrt{x}} 6xy\,dy = 6x\frac{x}{2} = 3x^2$

3) $p(y) = \int_{y^2}^{1} 6xy\,dx = 6y\left(\frac{1}{2} - \frac{y^4}{2}\right)$

4) $P(2X+Y\le 1) = 6\iint\limits_{2x+y\le 1} xy\,dx\,dy = 6\int_0^{\frac{1}{2}} y\,dy \int_{y^2}^{\frac{1-y}{2}} x\,dx = 6\int_0^{1/2} \frac{(y-1)^2}{8} y\,dy - 6\int_0^{1/2} \frac{y^5}{2}\,dy = \frac{11}{256} - \frac{2}{256} = \frac{9}{256}$ //