

**1.40.** При некотором политропическом процессе гелий был сжат от начального объема в 4 л до конечного объема в 1 л. Давление при этом возросло от 1 до 8 атм. Найти теплоемкость  $C$  всей массы гелия, если его начальная температура была 300 К.

$$cdT = \delta Q = p dv + C_v dT \Rightarrow dT(c - C_v) = p dv \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{c - C_v}{R} p dv + \frac{c - C_v}{R} v dp = p dv \\ p v = RT \Rightarrow dT = \frac{1}{R} (p dv + v dp) \end{array} \right.$$

$$\frac{c - C_v}{R} v dp = \frac{R + C_v - C}{R} p dv$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{dv}{v} \cdot \frac{C_p - C}{C - C_v}$$

$$\ln p = \ln v \cdot \frac{C_p - C}{C - C_v} \Rightarrow p v^{\frac{C_p - C}{C - C_v}} = \text{const} \Rightarrow p v^n = \text{const}$$

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^n \Rightarrow \frac{1}{8} = \left( \frac{1}{4} \right)^n \Rightarrow n = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{C - C_v}{C - C_v} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2C - 2C_p = 3C - 3C_v$$

$$3C_v - 2C_p = C$$

$$C = \left( \frac{5 \cdot 3}{2} - \frac{2 \cdot 7}{2} \right) \text{ Дж} = \frac{v R}{2} = \left\{ v R T_0 = p_0 v_0 \right\} = \frac{p_0 v_0}{2 T_0}$$

**1.54.** Моль идеального газа нагревают в цилиндре под невесомым поршнем, удерживаемым в положении равновесия пружиной, подчиняющейся закону Гука (рис. 379). Стенки цилиндра и поршень адиабатические, а дно проводит тепло. Начальный объем газа  $V_0$ , при котором пружина не деформирована, подобран так, что  $P_0 S^2 = k V_0$ , где  $P_0$  — наружное атмосферное давление,  $S$  — площадь поршня,  $k$  — коэффициент упругости пружины. Найти теплоемкость газа для этого процесса.

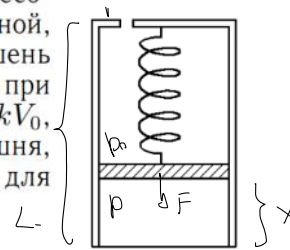


Рис. 379

$$F = p_0 S + k(x - x_0) = p_0 S - k \frac{V_0}{S} + k x = k x$$

$$\delta A = F dx = k x dx = k \frac{V_0}{S} \cdot \frac{dV}{S} = \frac{k}{S^2} V dV = -p dV \Rightarrow p V^{-1} = \frac{k}{S^2}$$

$$\frac{C - C_p}{C - C_v} = -1 \Rightarrow C - C_p = -C + C_v \Rightarrow C = \frac{C_v + C_p}{2}$$

**1.87.** Теплоизолированный сосуд разделен тонкой неподвижной теплопроводящей перегородкой  $AB$  на две части. В левой находится моль газообразного водорода, в правой — моль газообразного гелия (рис. 383). Начальное состояние системы равновесное, причем оба газа имеют одинаковое давление  $P_0$  и одинаковую температуру  $T_0 = 293$  К. Затем поршень  $CD$  адиабатически и квазистатически выдвигают, в результате чего объем гелия увеличивается в 2 раза. Какова будет установившаяся температура обоих газов после расширения?

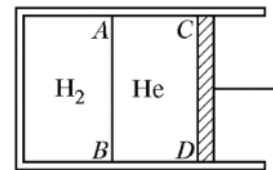
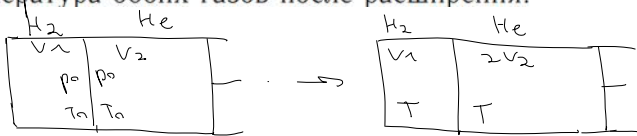


Рис. 383



$$\delta Q_1 = C_{v1} dT \quad \delta Q_2 = -C_{v2} dT \quad \left\{ \begin{array}{l} n = \frac{C - C_{p2}}{C - C_{v2}} = \frac{-C_{v1} - C_{p2}}{-C_{v1} - C_{v2}} = \frac{C_{v1} + C_{p2}}{C_{v1} + C_{v2}} \end{array} \right.$$

$$p_1 (V_2)^n = p_0 V_2^n \Rightarrow p_1 = \frac{p_0}{2^n}$$

$$p_1 \cdot 2 V_2 = \nu R T \quad p_0 \cdot V_2 = \nu R T_0$$

$$\frac{p_1}{p_0} \cdot 2 = \frac{T}{T_0} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = 2^{1-n} \Rightarrow T = T_0 \cdot 2^{1-n}$$

**2.6.** Измерением скорости звука в газе можно контролировать его чистоту. С какой относительной точностью  $\Delta v_{зв} / v_{зв}$  нужно измерить скорость звука в гелии, чтобы можно было заметить в нем примесь аргона ( $\mu = 40$  г/моль) в количестве 1% (по количеству молей)?

$$v_{зв} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\mu}} \Rightarrow \ln v_{зв} = \ln \sqrt{\gamma R T} + \frac{1}{2} \ln \gamma - \frac{1}{2} \ln \mu$$

$$\frac{\Delta v_{зв}}{v_{зв}} = \frac{\Delta \gamma}{2 \gamma} - \frac{\Delta \mu}{2 \mu} = -\frac{\Delta \mu}{2 \mu} \quad \left( \begin{array}{l} \mu_1 = 0,99 \mu_{He} + 0,01 \mu_{Ar} \\ \Delta \mu = 0,01 (\mu_{Ar} - \mu_{He}) \end{array} \right)$$

$$\nu_{\text{ж}} = \frac{1}{\mu} \rightarrow \ln \nu_{\text{ж}} = \ln \frac{1}{\mu} = -\ln \mu \Rightarrow \frac{d \nu_{\text{ж}}}{\nu_{\text{ж}}} = -\frac{d \mu}{\mu} \Rightarrow \Delta \mu = 0,01 (\mu_{\text{Ar}} - \mu_{\text{He}})$$

$$\Rightarrow -\frac{0,01}{2} \left( \frac{\mu_{\text{Ar}}}{\mu_{\text{He}}} - 1 \right) = -\frac{0,01}{2} \cdot \left( \frac{40}{4} - 1 \right) = 0,045 \rightarrow 4,5\%$$

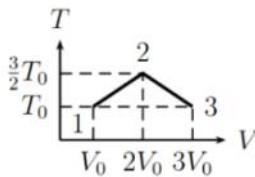
**1.100.** Один моль идеального двухатомного газа квазистатически сжимается под поршнем таким образом, что в каждый момент времени количество теплоты, отводимое от газа, равно удвоенному изменению его внутренней энергии. Определить давление газа после того, как его объем изменится в два раза. Начальное давление газа равнялось  $P_1$ .

$$\delta Q = -2 dU = -2 C_V dT \Rightarrow \eta = \frac{-2C_V - C_P}{-2C_V - C_V} = +\frac{3C_V + R}{3C_V}$$

$$P_2 V_2^n = P_1 V_1^n \rightarrow P_2 = P_1 \left( \frac{1}{2} \right)^n$$

**T-1. (2022)** С одним молем идеального газа проводится процесс  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ , изображенный на рисунке. Найдите изменение теплоемкости газа при переходе через точку 2.

Ответ:  $\Delta C \approx -3R$ .



$$C dT = P dV + C_V dT \Rightarrow C = P \frac{dV}{dT} + C_V \Rightarrow P = \frac{\nu R T}{V} \Rightarrow P R \frac{T}{V} \cdot \frac{dV}{dT} + C_V = R \left( \frac{T}{V} \cdot \frac{dV}{dT} + \frac{3}{2} \right)$$

$$\Delta C = R \left( \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{3}{2} \right) - R \left( \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{3}{2} \right) = 3R$$

**1.75.** Смесь гелия с водородом в отношении  $\text{He}:\text{H}_2 = 2:1$  ( $1/3$  водорода,  $2/3$  гелия по массе), находящаяся под давлением  $P_1 = 8$  атм при температуре  $T_1 = 600$  К расширяется в обратимом адиабатическом процессе до давления  $P_2 = 1$  атм. Определить температуру смеси в конечном состоянии.

$$\text{В изохорическом процессе } C_V = \frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R + \frac{5}{2} \nu_{\text{H}_2} R = \left( \frac{3}{2} \nu_{\text{He}} + \frac{5}{2} \nu_{\text{H}_2} \right) R = \frac{8}{2} \nu_{\text{He}} R = 2R$$

$$m = \mu_{\text{He}} \nu_{\text{He}} + \mu_{\text{H}_2} \nu_{\text{H}_2} \Rightarrow \frac{\mu_{\text{He}} \nu_{\text{He}}}{\mu_{\text{H}_2} \nu_{\text{H}_2}} = 2 \Rightarrow \frac{\nu_{\text{He}}}{\nu_{\text{H}_2}} = 2 \cdot \frac{\mu_{\text{H}_2}}{\mu_{\text{He}}} = \frac{1}{1/8}$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{3}{2} \Rightarrow T P^{\frac{1}{\gamma}} = \text{const} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} = 600 \cdot 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{600}{2} = 300 \text{ K}$$

**1.83.** Какая часть  $\alpha$  молекул парообразного йода  $\text{I}_2$  диссоциирована на атомы при  $600^\circ\text{C}$ , если удельная теплоемкость  $c_P$ , измеренная при этой температуре, оказалась равной  $0,14$  Дж/(г · К)? Относительная атомная масса йода  $A = 126,9$ .

$$\nu_1 = (1-d)\nu + 2d\nu = (1+d)\nu$$

$$c_P = \frac{\left( \frac{5}{2} \nu (1-d) + \frac{3}{2} \cdot 2d\nu \right) R}{(1+d)\nu} + R = R \left( 1 + \frac{\frac{5}{2} + d}{1+d} \right)$$

$$c_P = c_P' / \mu = \frac{R}{2A} \left( 1 + \frac{5+d}{2+d} \right) (1+d) = \frac{R}{2A} \left( 1+d + \frac{5}{2} + \frac{d}{2} \right) = \frac{R}{2A} \left( \frac{7}{2} + \frac{3d}{2} \right) \Rightarrow d \approx 0,52$$