6.52. Один моль эфира, находящегося в критическом состоянии, расширяется в теплоизолированный вакуумированный сосуд, так что его объем увеличивается в $N = 17$ раз. Считая, что теплоемкость эфира $C_V = 3R$ от температуры не зависит, определить изменение энтропии эфира в этом процессе.

$$\Delta U = 0: \quad 0 = C_V T_2 - C_V T_1 - \frac{a}{V_2} + \frac{a}{V_1}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = T_1 + \frac{9}{8}\cdot\frac{RT_{кр}}{C_V}\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_0}\right)$$

$$\frac{T_2}{T_{кр}} = 1 + \frac{9}{8}\frac{R}{C_V}\left(\frac{1}{N} - 1\right) = \frac{\cancel{23}\,11}{17}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 17$$

$$\Delta S = 3R \ln \frac{11}{17} + R \ln \frac{17\cdot 3b - b}{2b} = \left(3 \ln \frac{11}{17} + \ln 25\right) R$$

2.11. Воздух, сжатый в большом баллоне при температуре $T_1 = 273$ К, вытекает в атмосферу по трубке, в конце которой он приобретает скорость $v = 400$ м/с. Найти температуру вытекающего воздуха T_2 в конце трубки, а также давление P_1 воздуха в баллоне. Процесс истечения газа считать адиабатическим.

$$c_{зв} = \sqrt{\frac{\gamma R T_1}{\mu}} \approx$$

1) $v = c_{зв}\sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\cdot\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \Rightarrow \underline{T_2} = \left(1 - \left(\frac{v}{c_{зв}}\right)^2 \cdot \frac{\gamma - 1}{2}\right) T_1$

2) $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow \underline{p_1} = p_0 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

6.68. Показать, что газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса, с $a = 0$ в опыте Джоуля–Томсона всегда нагревается. Определить повышение температуры при расширении.

6.69. Показать, что газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса, с $b = 0$ в опыте Джоуля–Томсона всегда охлаждается. Определить понижение температуры при расширении.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}, \quad a = 0: \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = -\frac{b}{C_p} < 0$$

$$b = 0: \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT}}{C_p} > 0$$

6.41. Газ Ван-дер-Ваальса сначала изотермически при температуре T_0 сжимают от исходного объема V_0 до $V_0/2$, а затем расширяют в вакуум до объема $2V_0$. Найти изменение энтропии одного моля газа, считая известными константы a и b, а теплоемкость C_V не зависящей от температуры T.

$$C_V(T - T_0) = a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$$

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{2V_0} - \frac{1}{V_0/2}\right) = 1 - \frac{3a}{2C_V}$$

$$\Delta S = C_V \ln\left(1 - \frac{3a}{2C_V}\right) + R \ln 4 \,//.$$

6.73. Вычислить, во сколько раз отличаются изменения температуры при эффекте Джоуля–Томсона и при обратимом адиабатическом расширении газа Ван-дер-Ваальса. Перепад давления в обоих случаях одинаков и невелик, $T_{кр}/T = 0{,}4$ и $V_{кр}/V = 0{,}09$, где $T_{кр}$ и $V_{кр}$ — критические температура и объем.

Указание. Коэффициент теплового расширения $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ находится дифференцированием уравнения Ван-дер-Ваальса.

1) $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p} = \frac{\frac{2a}{0{,}4RT_{кр}} - b}{C_p} = \frac{\left(\frac{2}{0{,}4}\cdot\frac{27}{8} - 1\right)b}{C_p}$

2) $\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau$ | $\tau\left(\varphi - \frac{1}{3}\right)^{R/C_V} = const = \left(\frac{2}{3}\right)^{R/C_V}$

$\tau^{\frac{C_V}{R}}\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{d\varphi}{\varphi - \frac{1}{3}}\cdot\frac{R}{C_V} = -\frac{d\tau}{\tau} \to$

$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{C_V}{R}\cdot\frac{\varphi - \frac{1}{3}}{\tau}$

$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\tau^{-\frac{C_V}{R}} = \frac{\cancel{8}\,4}{\cancel{3}}\tau$

$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) = \tau^{1+\frac{C_V}{R}}$

$d\pi - \frac{6}{\varphi^3}d\varphi = \left(1 + \frac{C_V}{R}\right)\tau^{\frac{C_V}{R}}d\tau$

$\frac{d\pi}{d\tau} = \left[\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)\tau^{C_V/R} - \frac{6}{\varphi^3}\cdot\frac{C_V}{R}\cdot\frac{\varphi - \frac{1}{3}}{\tau}\right]$

6.87. Расширение азота (N_2) в процессе Джоуля–Томсона производится от описываемого уравнением Ван-дер-Ваальса начального состояния с температурой $T_0 = 3T_{кр}$ ($T_{кр}$ — критическая температура газа) до сильно разреженного, в котором газ можно считать идеальным. Найти начальный объем V_0 и конечную температуру газа, соответствующие его максимально возможному охлаждению. Теплоемкость C_V не зависит от температуры. Критические параметры: $T_{кр} = 126$ К, $V_{кр} = 114$ см^3/моль.

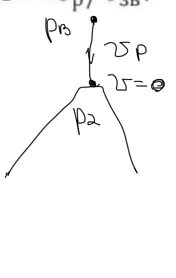
$(C_V + R)(T_2 - T_1) = \frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}$

$\left(\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}\right)' = -\frac{bRT_1}{(V_1 - b)^2} + \frac{2a}{V_1^2} = 0 \Rightarrow \frac{bRT_1}{2a} = \left(\frac{V_1 - b}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{V_1 - b}{V_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_1 = 3b$

$\frac{3T_{кр}bR}{2a} = \frac{3\cdot\frac{8}{27}\cdot\frac{a}{bR}bR}{2a} = \frac{4}{9}$

$T_2 - T_1 = \frac{1}{C_V + R}\cdot\left(\frac{3T_{кр}\cancel{b}R}{2\cancel{b}} - \frac{2a}{3b}\right) = \frac{1}{C_V + R}\left(\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right)a = -\frac{2}{9}\cdot\frac{a}{C_V + R}$

2.20. Оценить давление воздуха в точке у самого носа ракеты, летящей со скоростью, соответствующей числу Маха $M = 1$, если давление $P_в$ на высоте полета ракеты порядка 0,3 атм. Считать процесс сжатия воздуха адиабатическим, а скорость воздуха относительно ракеты в точке у самого ее носа равной нулю. Число Маха $M = v_р/v_{зв}$.



1) $\Delta h = \frac{C_p}{\mu}(T_2 - T_1) = \frac{v_p^2}{2} \Rightarrow \frac{v_p^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\cdot\frac{RT_1}{\mu}\cdot\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow \left(\frac{v_p}{v_{зв}}\right)^2 = 2\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$ 1

2) $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \to \frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{p_2}{p_1}$ //