

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

# Исследование применимости газа Вандер-Вальса для расчёта эффекта Джоуля-Томсона

Автор:  
Шахматов Андрей Юрьевич  
Б02-304

Долгопрудный 2024

## Аннотация

Исследовано изменение температуры в опыте Джоуля-Томсона для углекислого газа. Рассчитаны коэффициенты Джоуля-Томсона для углекислого газа при различных температурах в диапазоне 20 – 50 °С. Определены параметры Вандер-Вальса для углекислого газа. Проведено сравнение полученных значений с табличными.

## Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>1</b>
<b>2 Методика</b>	<b>1</b>
<b>3 Результаты и их обсуждение</b>	<b>5</b>
<b>4 Выводы</b>	<b>6</b>
<b>5 Используемая литература</b>	<b>6</b>
<b>6 Приложения</b>	<b>7</b>
6.1 Данные результатов измерений . . . . .	7

## 1 Введение

Цель настоящей работы заключалась в определении применимости модели газа Вандер-Вальса для расчёта эффекта Джоуля-Томсона.

## 2 Методика

### Теоретическое обоснование

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями I и II трубки (до перегородки и после нее). Пусть, для определенности, через трубку прошел 1 моль углекислого газа;  $\mu$  – его молярная масса. Молярные объемы газа, его давления и отнесенные к молю внутренние энергии газа в сечениях I и II обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы

ввести в трубку объем  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение II, газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

В уравнении 1 учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в 1 написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдем

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к ее нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула 1 становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через ее стенки.

Второе замечание связано с правой частью уравнения 2. Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. В силу сохранения энтропии в случае реального газа получаем:

$$\mu_{\text{Д-Т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{(2a/RT) - b}{C_P}. \quad (3)$$

Из формулы 3 видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0,$$

т. е. газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , так как всегда  $\Delta P < 0$ ). В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0,$$

т. е. газ нагревается ( $\Delta T > 0$ , так как по-прежнему  $\Delta P < 0$ ).

Этот результат нетрудно понять из энергетических соображений. Как мы уже знаем, у идеального газа эффект Джоуля–Томсона отсутствует. Идеальный газ отличается от реального тем, что в нем можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул. Наличие этой энергии приводит к охлаждению или нагреванию реальных газов при расширении. При больших  $a$  велика энергия притяжения молекул. Это означает, что потенциальная энергия молекул при их сближении уменьшается, а при удалении – при расширении газа – возрастает. Возрастание потенциальной энергии молекул происходит за счет их кинетической энергии – температура газа при расширении

падает. Аналогичные рассуждения позволяют понять, почему расширяющийся газ нагревается при больших значениях  $b$ .

Как следует из формулы 3, при температуре

$$T_{\text{инв}} = \frac{2a}{Rb}$$

коэффициент  $\mu_{\text{д-т}}$  обращается в нуль. По формулам связи параметров газа Ван-дер-Ваальса с критическими параметрами получаем:

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}. \quad (4)$$

При температуре  $T_{\text{инв}}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{\text{д-т}} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{\text{инв}}$  эффект отрицателен ( $\mu_{\text{д-т}} < 0$ , газ нагревается).

Вернемся к влиянию правой части уравнения 2 на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

Заменяя в формуле 2  $U$  через  $C_V T$  и  $PV$  через  $RT$ , найдем

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \mu(v_2^2 - v_1^2)/2$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P}(v_2^2 - v_1^2).$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен  $3 \text{ мм}$ . Поэтому

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot \text{см}^3/\text{с}}{3,14 \cdot (0,3)^2 \text{ см}^2} \approx 140 \text{ см/с}.$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из нее как давление  $P_2$  относится к  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4 \text{ атм}$ , а  $P_2 = 1 \text{ атм}$ , поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = 35 \text{ см/с}.$$

Для углекислого газа  $\mu = 44 \text{ г/моль}$ ,  $C_P = 40 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ ; имеем

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P}(v_2^2 - v_1^2) \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ К}.$$

Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

## Экспериментальная установка

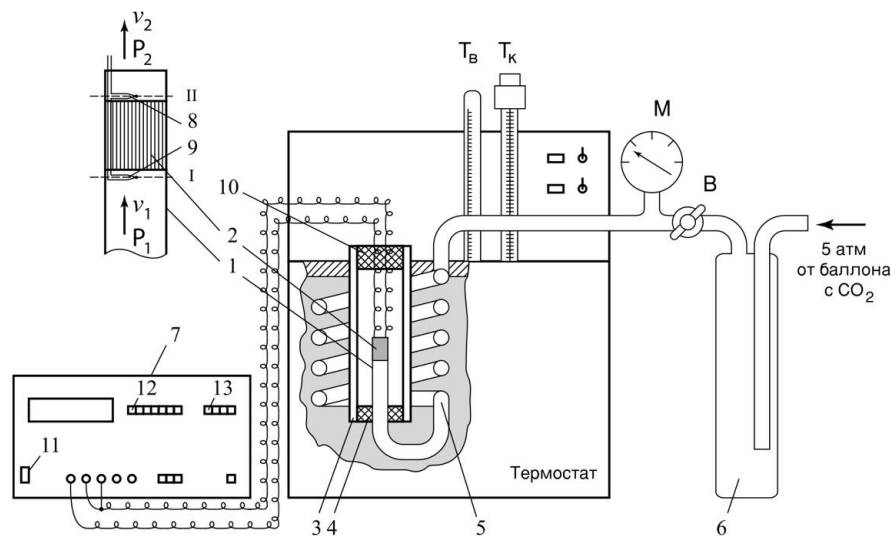


Рис. 1: Схема экспериментальной установки для измерения эффекта Джоуля-Томсона для углекислого газа.

Схема установки для исследования эффекта Джоуля-Томсона в углекислом газе представлена на рисунке 1. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ( $l = 5$  мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P = 4$  атм (расход газа составляет около  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ ); при этом в результате эффекта Джоуля-Томсона создается достаточная разность температур. Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_v$ , помещенным в термостат. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра  $T_k$ . Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентиль В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P_1$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ . Разность температур газа до перегородки и после нее измеряется дифференциальной термопарой медь – константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счет конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта.

Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

### 3 Результаты и их обсуждение

Проведём эксперимент для трёх различных температурах 21.1 °C, 30.0 °C, 50.0 °C. Для перевода из разности потенциалов в разность температур были использованы коэффициенты перевода  $40.7 \frac{\text{мкВ}}{^\circ\text{C}}$  для 21.1 °C,  $41.6 \frac{\text{мкВ}}{^\circ\text{C}}$  для 30.0 °C,  $42.5 \frac{\text{мкВ}}{^\circ\text{C}}$  для 50.0 °C. Таким образом были получены 3 зависимости разности температур  $\Delta T$  от разности давлений  $\Delta P$  (Таблица 1). По полученным данным были построены графики зависимости  $\Delta T(\Delta P)$  (Рис. 2). В исследуемом диапазоне температур полученные зависимости хорошо аппроксимируются прямыми, что согласуется с теоретической моделью.

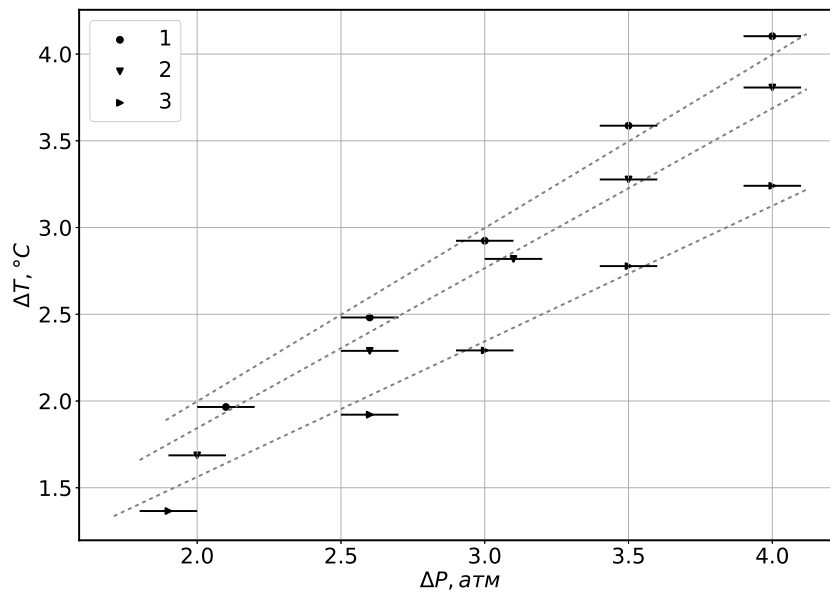


Рис. 2: График зависимости перепада температур газа  $\Delta T$  в зависимости от перепада давлений  $\Delta P$  для различных температур. 1 - 21.1 °C, 2 - 30.0 °C, 3 - 50.0 °C.

Из коэффициентов наклона полученных прямых найдены значения коэффициентов Джоуля-Томсона  $\mu$  для различных температур. Для линейаризации полученной зависимости  $\mu(T)$  применим выражение 3 и построим  $\mu(\frac{1}{T})$  (Рис. 3).

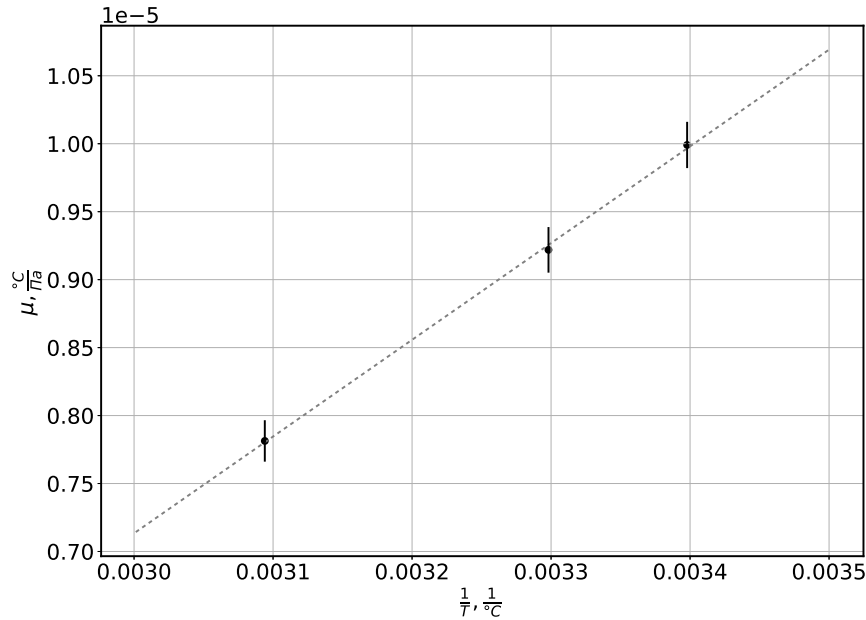


Рис. 3: График зависимости коэффициента Джоуля-Томсона  $\mu$  в зависимости от величины обратной абсолютной температуре  $\frac{1}{T}$

Полученная зависимость оказывается линейной, тогда согласно формуле 3 найдём параметры Вандер-Ваальса для углекислого газа:  $a = (8.62 \pm 0.24) \cdot 10^{-1} \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}$  и  $b = (4.14 \pm 0.28) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$ . Температура инверсии тогда равна  $T_{inv} = (5.01 \pm 0.36) \cdot 10^2 \text{K}$ . Тогда как табличные значения параметров, измеренных при наблюдении за критической точкой равны  $a_T = 0.3658 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}$  и  $b_T = 42.9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$  и  $T_{inv_T} = 2052 \text{K}$ . Критическое несовпадение параметров делает невозможным количественное описание эффекта Джоуля-Томсона с использованием модели газа Вандер-Ваальса.

## 4 Выводы

Модель газа Вандер-Ваальса оказалась способна на качественном уровне описать эффект Джоуля-Томсона, однако количественные оценки параметров газа Вандер-Ваальса критически разошлись с теоретическими, потому модель газа Вандер-Ваальса не подходит для количественного описания данного эффекта.

## 5 Используемая литература

### Список литературы

- [1] Лабораторный практикум по общей физике, Том 2, под редакцией А. Д. Гладуна

## 6 Приложение

### 6.1 Данные результатов измерений

$T = 21.1\text{ }^{\circ}\text{C}$		$T = 30.0\text{ }^{\circ}\text{C}$		$T = 50.0\text{ }^{\circ}\text{C}$	
$\Delta P$ , атм	$\Delta T$ , К	$\Delta P$ , атм	$\Delta T$ , К	$\Delta P$ , атм	$\Delta T$ , К
4.0	-4.10	4.0	-3.80	4.0	-3.24
3.5	-3.58	3.5	-3.27	3.5	-2.77
3.0	-2.92	3.1	-2.81	3.0	-2.29
2.6	-2.48	2.6	-2.28	2.6	-1.92
2.1	-1.96	2.0	-1.68	1.9	-1.36

Таблица 1: Данные результатов измерений перепада температур  $\Delta T$  от разности давлений  $\Delta P$  при измерении эффекта Джоуля-Томсона для трёх различных температурах газа.