

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

# Колебания в электрических цепях

Автор:  
Шахматов Андрей Юрьевич  
Б02-304

Долгопрудный 2024

## Введение

## Методика

### Уравнение колебаний в последовательном контуре

Запишем равенство ЭДС в контуре относительно заряда:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon(t), \quad (1)$$

где  $L$  — индуктивность катушки,  $R$  — сопротивление резистора,  $C$  — ёмкость конденсатора. Поделим на  $L$  и введём новые обозначения:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon(t)}{L},$$

где  $\gamma = \frac{R}{2L}$  — коэффициент затухания,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  — собственная частота контура. Решение такого уравнения представляется в виде суммы частного решения общего решения уравнения:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0.$$

Это обыкновенное квадратное уравнение имеет. Запишем его дискриминант:

$$\frac{D}{4} = \gamma^2 - \omega^2$$

Общее решение имеет вид  $\lambda = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}$  Тогда возможны 3 случая:  $\gamma > \omega$ ,  $\gamma = \omega$ ,  $\gamma < \omega$ . В первом случае дискриминант положителен, во втором случае уравнение имеет два совпадающих решения, в третьем случае уравнение имеет два комплексных решения. Можно ввести дополнительную величину

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} > R > 0, \quad (2)$$

называемая волновым сопротивлением контура. Тогда общее решение для первого и третьего случая имеет вид:

$$q = Ae^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega^2})t} + Be^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega^2})t}. \quad (3)$$

В первом случае уравнение останется в таком виде, тогда заряд будет экспоненциально уменьшаться до нуля, колебаний не произойдёт. Во третьем случае комплексные экспоненты преобразуются

в синусы и косинусы по формуле Эйлера(при этом комплексные части сократятся), тогда решение можно переписать в виде:

$$q = q_0 e^{-\gamma t} \cos(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} t + \varphi_0) = q_0 e^{-\gamma t} \cos(w_1 t + \varphi_0). \quad (4)$$

Такой режим представляет затухающие колебания. Во втором же случае решение представляет собой

$$q = Ate^{\gamma t} + Be^{\gamma t}. \quad (5)$$

Такой режим также представляет экспоненциально затухающее аperiodическое поведение. После этого достаточно найти частное решение исходного уравнения и сложить с общим. Аналогичное уравнение может быть получено для  $U$  на конденсаторе делением полученного уравнения на  $C$ .

## Установление колебаний

Рассмотрим внешнее ЭДС изменяющееся по закону:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t.$$

Согласно предыдущему разделу общее решение представляется в виде:

$$U = U_0 e^{-\gamma t} \cos(w_1 t + \varphi_0) + A \cos(\omega t + \psi).$$

Примем в качестве начальных условий  $U = 0$ ,  $\dot{U} = 0$  и преобразуем уравнение:

$$U = A (\sin(\omega t + \psi) - e^{-\gamma t} \sin(w_1 t + \psi))$$

В случае сильного отличия  $w_1$  от  $\omega$  будут наблюдаться биения, однако при небольшом отличие и высокой добротности контура уравнение установления колебаний будет иметь вид:

$$U = Q\varepsilon_0 (1 - e^{-\gamma t}) \sin \omega_0 t, \quad (6)$$

где  $Q$  - добротность контура.

## Описание установки

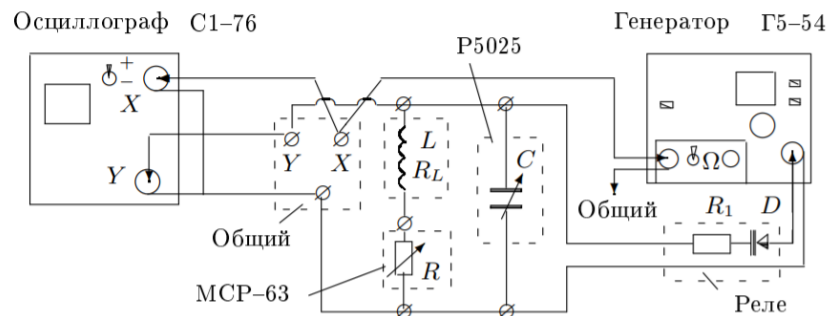


Рис. 1: Схема установки

На рисунке приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре, содержащем постоянную индуктивность  $L$  и переменные ёмкость  $C$  и сопротивление  $R$ . Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит тиристор  $D$  и ограничительный резистор  $R_1$ . Импульсы заряжают конденсатор  $C$ . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ( $\approx 1$  МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь. Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развёртки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

## Результаты и их обсуждение

### Выводы

Исследована вольт-амперная характеристика газового разряда. Получены вольт-амперных характеристики двойного зонда, помещённого в газовый разряд при различных токах в разряде. Определены основные характеристики плазмы. На основе полученных данных сделан вывод о том, что плазму в газовом разряде можно считать идеальной ( $N_D \gg 1$ ).

## Использованная литература

### Список литературы

[1] Лабораторный практикум по общей физике, Том 2, под редакцией А. Д. Гладуна