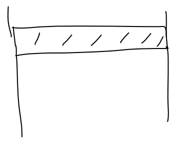
3.25. Какую максимальную работу можно получить от периодически действующей тепловой машины, нагревателем которой служит $m_1 = 1$ кг воды при начальной температуре $T_1 = 373$ К, а холодильником $m_2 = 1$кг льда при температуре $T_2 = 273$ К, к моменту, когда растает весь лед? Чему будет равна температура воды в этот момент? Удельная теплота плавления льда $q = 80$ ккал/кг. Зависимостью теплоемкости воды от температуры пренебречь.

1) $\frac{Q_н}{Q_х} = \frac{T_н}{T_х} \Rightarrow -\frac{c_в m_в\, dT}{q\, dm} = \frac{T}{T_х} \Rightarrow -\frac{dm}{T_х}\cdot\frac{q}{c_в m_в} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{m_2 q}{c m_1 T_2} = -\ln\frac{T}{T_1}$

$T = T_1 e^{-\frac{m_2 q}{c m_1 T_2}}$

2) $A = Q_н - Q_х = c m_1 (T_1 - T) - q m_2$

4.80. На Венере атмосфера состоит из CO_2. Полагая CO_2 идеальным газом и атмосферу адиабатической, определить температуру на поверхности планеты, если плотность газа падает в $n = 2$ раза на высоте $H = 12{,}2$ км при ускорении силы тяжести $g = 8{,}87$ м/с^2.



249

Молярная теплоемкость CO_2 в таких условиях $C_V = 5R$. Ускорение силы тяжести не зависит от высоты.

У к а з а н и е. Адиабатической называется атмосфера, в которой порции газа, перемещаясь по вертикали без теплообмена, все время остаются в механическом равновесии.

1) $\frac{dp}{dz} = \rho g$ 2) $\mu p = \rho R T$ 3) $pV^{\gamma} = const \Rightarrow \frac{dp}{p} = \gamma\frac{d\rho}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{dT}{T}$

$\frac{dT}{dz} = -\frac{g\mu}{C_p} \Rightarrow \boxed{T = T_0 - \frac{g\mu}{C_p} z}$

$p^{\gamma} T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_0^{\gamma} T_0^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$\frac{\cancel{p_0^{\gamma}}}{2^{\gamma}} T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \cancel{p_0^{\gamma}} T_0^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow T^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2 T_0^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow T = \frac{T}{2^{\gamma-1}} - \frac{g\mu}{C_p} z$

$T = \frac{\frac{g\mu H}{C_p}}{\frac{1}{2^{\gamma-1}} - 1}$

3.52. Тепловая машина работает с одним молем идеального одноатомного газа по циклу, состоящему из двух адиабат (*1–2* и *3–4*) и двух изохор (*2–3* и *4–1*). Известны максимальная и минимальная температуры газа в цикле $T_{\max} = T_1$ и $T_{\min} = T_3$. Определить максимальную работу, которая может быть получена от этой тепловой машины в данном цикле.

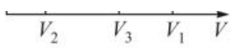


Рис. 397

1) $Q_+ = C_V(T_1 - T_4)$

$Q_- = C_V(T_3 - T_2)$

2) $\left.\begin{matrix} T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \\ T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1} \end{matrix}\right\} \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow T_1 T_3 = T_2 T_4$

3) $A = Q_+ + Q_- = C_V(T_1 + T_3 - T_4 - T_2) =$

$= C_V\left(T_1 + T_3 - \frac{T_1 T_3}{T_2} - T_2\right) \ominus$, $A \to \max$ при $\frac{T_1 T_3}{T_2} = T_2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$

$\ominus\, C_V\left(T_1 + T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3}\right)$

3.47. В летний день температура воздуха на улице, сначала равная 26 °С, повысилась на 5 °С. Считая кондиционер идеальной машиной (работающей между комнатой и улицей), определить, во сколько раз при этом изменились затраты энергии для поддержания температуры в комнате, равной 21 °С.

T | T_0 $\rightarrow$ $T+\Delta T$ | T_0

$N_1 = k(T - T_0)$

$N_2 = k(T + \Delta T - T_0)$

$\eta_1 = \frac{T_0}{T - T_0} = \frac{N_1}{N}$

$\eta_2 = \frac{T_0}{T + \Delta T - T_0} = \frac{N_2}{N}$

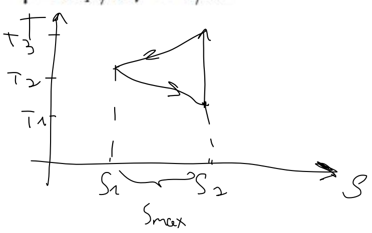
$T \; [\;] \; T_0 \quad \to \quad T+\Delta T \; [\;] \; T_0$

$N_2 = k(T+\Delta T - T_0) \quad \Big| \quad \eta_2 = \frac{T_0}{T+\Delta T - T_0} = \frac{N_2}{T}$

$$\frac{N'}{N} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{T+\Delta T - T_0}{T - T_0} = \left(\frac{T+\Delta T - T_0}{T - \Delta T_0}\right)^2 = 4$$

N

4.15. Обратимый цикл состоит из последовательных процессов адиабатического расширения, изобарического сжатия и изохорического нагревания. Определить КПД, если максимальное изменение энтропии рабочего вещества в цикле в единицах C_V равно $b = \Delta S_{\max}/C_V = 0{,}2$. Уравнение состояния рабочего вещества не задано, но известно, что теплоемкости C_P и C_V постоянны, причем $\gamma = C_P/C_V = 4/3$.



$2: \; \delta Q = C_p dT \to dS = C_p \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S_2 = C_p \ln\frac{T_2}{T_3} = S_{max} \to \frac{T_2}{T_3} = e^{b/\gamma}$

$\frac{T_1}{T_2} = e^{\gamma}$

$3: \; S_{max} = C_V \ln \frac{T_1}{T_2}$

$Q_x = C_p(T_2 - T_3) \qquad Q_н = C_V(T_1 - T_2)$

$$\eta = 1 - \frac{C_p}{C_V} \cdot \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2} = 1 - \gamma \cdot \frac{T_2/T_3 - 1}{T_1/T_2 - 1} = 1 - \gamma \frac{e^{b/\gamma} - 1}{e^{\gamma} - 1}$$

4.73. Вещество с неизвестным уравнением состояния совершает замкнутый цикл, в котором оно нагревается в процессе с теплоемкостью, изменяющейся пропорционально температуре, т.е. $C_1 = \alpha T$, а затем возвращается в исходное состояние, охлаждаясь в процессе с теплоемкостью $C_2 = \beta\sqrt{T}$. Минимальная температура вещества в цикле равна T_1. Определить КПД цикла η, если $2\beta = 3\alpha\sqrt{T_1}$. Постоянные α и β положительны.

1) $dS = \frac{\alpha T dT}{T} \Rightarrow \Delta S = \alpha(T - T_0)$

2) $dS = \frac{\beta\sqrt{T} dT}{T} \Rightarrow \Delta S = 2\beta(\sqrt{T} - \sqrt{T_0})$

$\alpha(T_2 - T_1) = 2\beta(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})$

$\alpha(T_2 - T_1) = 3\alpha\sqrt{T_1}(\sqrt{T} - \sqrt{T_1})$

$T_2 - T_1 = 3\sqrt{T_1 T_2} - 3T_1$

$T_2 + 2T_1 = 3\sqrt{T_1 T_2}$

3) $dQ_+ = \alpha T dT \Rightarrow Q_+ = \frac{\alpha T_2^2}{2} - \frac{\alpha T_1^2}{2}$

$dQ_- = \beta\sqrt{T} dT \Rightarrow Q_- = \frac{2\beta}{3}\left(T_2^{3/2} - T_1^{3/2}\right)$

$$\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{3\alpha\sqrt{T_1}}{3\frac{\alpha}{2}} \frac{T_2^{3/2} - T_1^{3/2}}{T_2^2 - T_1^2} = 1 - 2 \cdot \frac{\sqrt{T_2 T_1}\, T_2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} =$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{T_2^2 + 2T_1^2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} = 1 - 2 \cdot \frac{T_2^2 + T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}$$

Anna Korneva 🐻 Reply

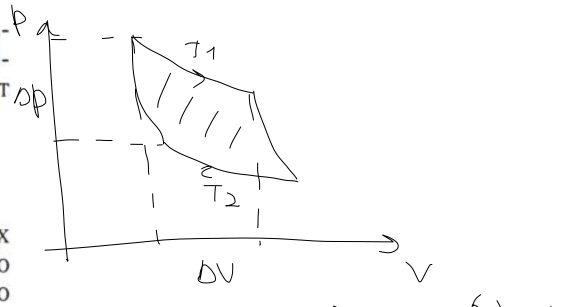
по 2 неделе можно готовить 3.41 и 3.49 + вывод кпд Карно

16:23

3.41*. Рассмотрев бесконечно малый цикл Карно и воспользовавшись теоремой Карно, доказать, что внутренняя энергия и теплоемкость физически однородного и изотропного тела удовлетворяют соотношениям

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P, \qquad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V.$$

С помощью этих соотношений и уравнения состояния для идеальных газов доказать, что внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа зависят только от температуры, но не от объема, занимаемого данной массой газа.



$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T dV$

1) $A = \Delta p \Delta V = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Delta V (T_2 - T_1) \qquad Q_+ = p\Delta V + \Delta U$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Delta V \Delta T}{p\Delta V + \Delta U} \Rightarrow p\Delta V + \Delta U = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Delta V \Rightarrow p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)$$

$$\frac{\partial U}{\partial V \partial T} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V + T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V$$

3.49. Айсберг массой $m = 10^{10}$ кг, имеющий температуру $T_0 = 273$ К, дрейфует в течении Гольфстрим, температура воды которого $T_1 = 295$ К. Найти максимальную работу тепловой машины $A_{\max}$, использующей Гольфстрим как нагреватель и айсберг как холодильник, за то время, когда весь айсберг растает. Определить, сколько воды можно испарить в котле за счет этой работы, если использовать ее в тепловом насосе для перекачки теплоты из течения Гольфстрим в котел с температурой $T_2 = 373$ К. Теплота плавления льда $q = 335$ Дж/г, теплота испарения воды $\lambda = 2260$ Дж/г.

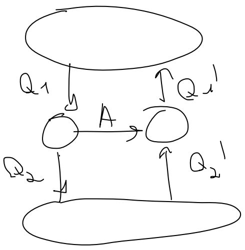
1) $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$, $Q_2 = qm$ $\Big\}$ $Q_1 = \frac{T_1}{T_2} Q_2 \Rightarrow$ $\Rightarrow A = qm\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)$

$$\frac{Q_x}{A} - \frac{Q_T}{A} = 1$$

2) $\underbrace{Q_2 = \lambda m_0, \quad Q_1 = Q_2 - A, \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_0}}$

$$m = \frac{A}{\lambda\left(1 - \frac{T_1}{T_0}\right)}$$

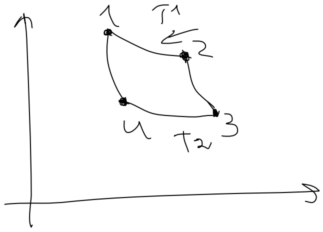
1) КПД все н-карно пусть $\eta > \eta'$



$Q_1 - Q_2 = A$, $Q_1' - Q_2' = A$ $\Big\}$ $(Q_1 - Q_2) - (Q_1' - Q_2') = 0$

$\eta Q_1 - \eta' Q_1' = 0 \Rightarrow Q_1' = \frac{\eta}{\eta'} Q_1$

Тогда $\Delta Q = Q_1 - Q_1' = Q_1\left(1 - \frac{\eta}{\eta'}\right) < 0$



$$Q_{12} = A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_1}{V} dV = RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{34} = RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3}$$

$$\eta = 1 + \frac{Q_{34}}{Q_{12}} = 1 + \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{\ln\frac{V_4}{V_3}}{\ln\frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = \ln\left(\frac{V_4}{V_1}\cdot\frac{V_1}{V_2}\cdot\frac{V_2}{V_3}\right) = \ln\left(\frac{V_4}{V_1}\right) + \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + \ln\left(\frac{V_2}{V_3}\right) = \cancel{(\gamma-1)\frac{T_1}{T_2} - (\gamma-1)\frac{T_2}{T_1}} + \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\frac{\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = 1$$

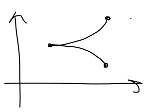
Парад. Гиббса / энт. ид. газа / из.-цы. на TS/

1) Изопроцессы на TS.

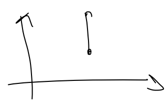
$TdS = cdT$

$dS = c\frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = c\ln\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 e^{\frac{\Delta S}{c}}$

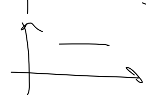
Если если $c \neq 0$, то



если $c = 0 \Rightarrow dS = 0$



$c = \pm\infty \Rightarrow T = const$



2) Энт. ид. газа.

$TdS = \nu C_V dT + pdV$

$dS = \nu C_V \frac{dT}{T} + \nu R \frac{pdV}{pV} \Rightarrow S = S_0 + \nu C_V \ln T + \nu R \ln V$

$S = S_0 + \nu C_V \ln T + \nu R \ln\frac{V}{\nu}$